

## Лабораторна робота № 3-3

# Вивчення фраунгоферової дифракції світла на щілині

**Мета роботи:** експериментально вивчити залежність інтенсивності світла від кутів дифракції, визначити довжину хвилі випромінювання.

## Короткі теоретичні відомості

1. Дифракція плоскої монохроматичної хвилі на щілині.
2. Дифракція плоскої монохроматичної хвилі на ґратці.

### 1. Дифракція плоскої монохроматичної хвилі на щілині

Якщо на довгу вузьку щілину нормально падає плоска монохроматична хвиля (рис. 3.1), то розподіл інтенсивності світла на екрані задається функцією:

$$I(\varphi) = I_0 \left( \frac{\sin(\pi b \lambda^{-1} \sin \varphi)}{\pi b \lambda^{-1} \sin \varphi} \right)^2, \quad (3.1)$$

графік якої представлений на рис. 3.3. У формулі (3.1)  $I_0$  – інтенсивність хвилі, що падає,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $b$  – ширина щілини.

У розподілі можна виділити центральний максимум в напрямку при  $\varphi = 0$  та ряд побічних максимумів, напрямки спостереження яких знаходиться за умовою:

$$b \sin \varphi = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

або для малих кутів:

$$b\varphi \approx \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (3.2)$$

де  $n = 1, 2, 3, \dots$

Умова спостереження мінімумів, що розділяють максимумами:

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda,$$

або для малих кутів:

$$b\varphi = \pm n\lambda. \quad (3.3)$$

З умов екстремумів виходить, що зменшення ширини щілини призводить до розширення дифракційної картини.

За умови  $b = \lambda$  центральний максимум розпливається на весь екран ( $\varphi_{\min} = \arcsin 1$ ) і подальше зменшення  $b$  у зв'язку із зникненням структури дифракційної картини позбавлено сенсу. Збільшення ширини щілини призводить до звуження дифракційної картини. Максимально припустима ширина щілини  $b_{\max}$  визначається роздільною здатністю ока. Прирівнюючи кутове положення першого мінімуму найменшій роздільній здатності ока (у кутових одиницях)  $\lambda/b_{\max} \approx 10^{-3}$ , бачимо, що  $b_{\max} = 10^3 \lambda$ . Таким чином, під час спостереження дифракції світла на щілині її ширина повинна знаходитись у межах  $\lambda \leq b \leq 10^3 \lambda$  (наприклад, для видимого світла  $0,5 \leq b \leq 500$  мкм). Аналіз виразу (3.1) пояснює й інші особливості дифракційної картини [1, §129].

## 2. Дифракція плоскої монохроматичної хвилі на ґратці

У науці та техніці широко використовується дифракція світла на системі паралельних, розташованих на однаковій відстані щілинах, так званій дифракційній ґратці.

Якщо на ґратку нормально падає монохроматичне світло, то розподіл інтенсивності світла описується функцією

$$I = \bar{I}_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N \pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}, \quad (3.4)$$

графік якої схематично представлений на рис. 3.3. Спостереження ведуться на екрані P, розміщеному у фокальній площині лінзи Л (рис.3.2).

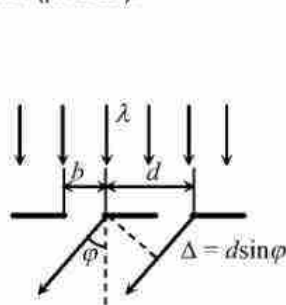


Рис. 3.1

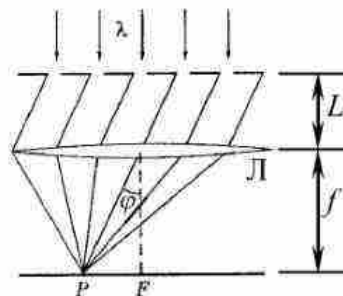


Рис. 3.2

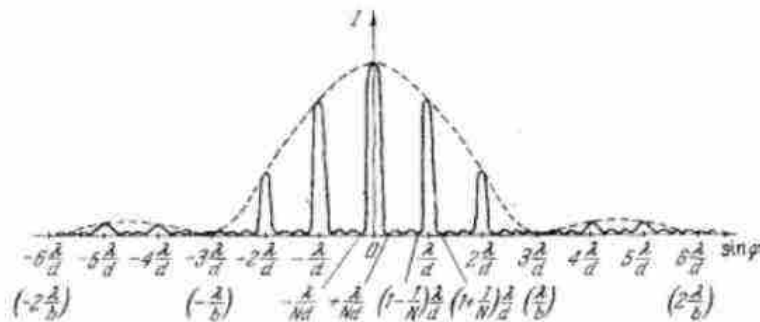


Рис. 3.3

Умова спостереження головних максимумів інтенсивності (23.13)(Df24-07-2.htm) має вигляд

$$d \sin \varphi_m = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.5)$$

де  $d$  – стала дифракційної ґратки, яка дорівнює сумі ширини прозорої та непрозорої частин (див. рис. 3.1).

## Опис експериментальної установки та методика вимірювань

Схема експериментальної установки показана на рис. 3.3. Джерелом світла у даній роботі є He-Ne лазер 1, що генерує практично плоску монохроматичну хвилю у червоній ділянці спектра. Світлова хвиля направляється на розсуну щілину 2 перпендикулярно до її площини. Щілина має мікростав, за допомогою якого можна встановлювати потрібну ширину.

Дифракційна картина спостерігається на екрані 3. У площині екрана можна зміщувати фотоприймач 4 з малим вхідним отвором. Сигнал із фотоприймача (фотоприймачем є фотодіод), пропорційний середній інтенсивності світла, що пройшло крізь вхідний отвір, після підсилення вимірюється вольтметром 5.

Якщо підібрати ширину щілини 2 так, щоб ширина дифракційного максимуму була набагато більшою за розмір вхідного отвору фотоприймача, то за допомогою такої експериментальної установки можна достатньо

точно виміряти розподіл інтенсивності  $I(\varphi)$  пучка, що дифрагував і, відповідно, експериментально перевірити вираз (3.1).

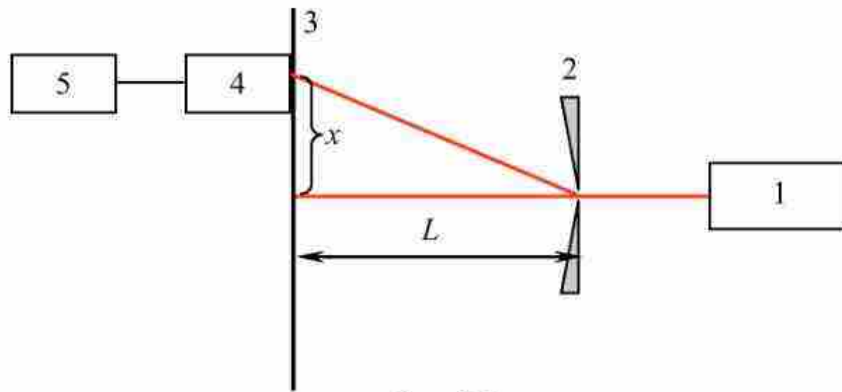


Рис. 3.3

**УВАГА!** Категорично забороняється спостерігати світловий пучок, направлений безпосередньо від лазера на око або після його відбивання дзеркальною поверхнею, тому що це є небезпечним для зору. Лазерний пучок можна спостерігати лише розсіяним на не дзеркальних поверхнях (аркуш паперу тощо).

## Порядок виконання роботи

### Завдання 1

1. Увімкнути установку, за інструкцією на робочому місці.
2. Встановити закриту щілину у центрі лазерного пучка. Повільно обертаючи мікрометричний гвинт, зафіксувати появу дифракційної картини (рожева смуга на екрані). Записати значення  $b_{\min}$ . Продовжуючи збільшувати ширину щілини, спостерігати за звуженням дифракційної картини (дифракційних максимумів). Визначити найбільшу ширину щілини  $b_{\max}$ , при якій око ще розрізняє чіткі максимуми та мінімуми. Занести до таблиці 3.1 значення  $b_{\min}$  та  $b_{\max}$ .
3. Згідно з інструкцією на робочому місці, зняти залежність показань  $U_i$  вольтметра у поділках шкали від координати  $X_i$  фотоприймача. Результати вимірювань занести до табл. 3.1, куди також записати ширину щілини  $b$  і величину відстані  $L$  від щілини до екрана. Кут розрахувати за формулою:  $\varphi = X_i/L$  (див. рис. 3.3).

### Завдання 2

1. Замінити щілину дифракційною ґраткою, поставивши її перпендикулярно до лазерного пучка, і отримати дифракційну картину.
2. Відповідно до інструкції на робочому місці, виміряти відстань  $X_i$  від центра дифракційної картини до кожного видимого головного максимуму. Відстань до максимумів, що симетрично розташовані праворуч та ліворуч від центрального, усереднити. Результати вимірювань занести до табл. 3.2. Туди ж занести число видимих головних максимумів  $n$  і відстань  $L$  від ґратки до екрана.

Таблиця 3.1

Ширина щілини $b =$				Відстань від щілини до екрана $L =$			
	$b_{\min} =$				$b_{\max} =$		
$X_i$ , мм							
$U_i$ , под							
$\varphi_i$ , рад							
$(I(\varphi)/I_0)_{\text{теор}}$							

# Обробка експериментальних результатів

## Завдання 1

1. За формулою  $\varphi_i = X_i/L$  визначити кут дифракції для кожного значення координати з табл.3.1, результати занести до відповідної колонки.
2. Для всіх значень  $\varphi_i$  з табл. 3.1 розрахувати за формулою (3.1) теоретичне значення відношення  $(I(\varphi)/I_0)_{\text{теор}}$  та занести до табл. 3.1.
3. За даними табл. 3.1 побудувати графіки експериментальної та теоретичної залежності відносної інтенсивності від кута дифракції (за  $I_0$  для експериментальної кривої взяти величину показань приладу, що відповідає центральному максимуму). Зробити висновок про підтвердження теорії. При наявності відхилень від теорії з'ясувати та пояснити їх причину.
4. За графіком експериментальної залежності  $(I(\varphi)/I_0)_{\text{експ}}$  від кута дифракції  $\varphi_i$  знайти кутове положення усіх мінімумів та максимумів, результати занести до табл. 3.3.
5. Використовуючи дані табл.3.3, а також умову екстремумів  $b\varphi = m\lambda$  ( $m = 1, 3/2, 2, 5/2, \dots$ ), яка виходить з формул (3.2) і (3.3), за методом найменших квадратів (МНК) (Додаток 1) розрахувати значення довжини хвилі  $\lambda$  та середньоквадратичну похибку  $\sigma_\lambda$ . Визначити відношення  $b_{\text{max}}/\lambda$  та  $b_{\text{min}}/\lambda$  і порівняти їх із значеннями, які дає теоретичний критерій.

Таблиця 3.3

Аргумент МНК $p$	1-й min	1-й max	2-й min	2-й max	3-й min	3-й max	4-й min	4-й max	5-й min	5-й max	6-й min	6-й max
		1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6
$\varphi_i$ , рад												

## Завдання 2

1. Для кожної координати  $X_i$  знайти значення  $\sin \varphi_i = X_i/\sqrt{L^2 + X_i^2}$  і занести до табл. 3.2.
2. Використовуючи раніше отримане значення  $\lambda$ , дані табл.3.2 і формулу (3.5), за методом найменших квадратів (Додаток 1) розрахувати період дифракційної ґратки  $d$  та середньоквадратичну похибку  $\sigma_d$ .
3. Використовуючи значення  $d$  та число видимих головних максимумів  $N$ , оцінити ширину щілини ґратки  $b$ .

Таблиця 3.2

Число видимих головних максимумів $n =$												
Відстань від ґратки до екрану $L =$												
Номер максимуму												
$X_i$ , мм												
$\varphi_i$ , рад												
$\sin \varphi_i$												

## Контрольні запитання

1. Що таке дифракція світла?
2. Чи існує принципова відмінність між явищами дифракції та інтерференції?
3. Сформулюйте принцип Гюйгенса-Френеля, наведіть його аналітичний вираз.
4. Чим відрізняється дифракція Фраунгофера від дифракції Френеля?
5. Де локалізована дифракційна картина Фраунгофера під час спостереження її з лінзою та без?
6. \*Виведіть залежність інтенсивності дифрагованого світла на щілині від кута дифракції, намалюйте графік отриманої залежності.
7. Отримайте умови мінімумів і максимумів дифракційної картини.



8. В яких межах повинна знаходитися ширина щілини для спостереження дифракції? Як зміниться дифракційна картина, якщо збільшувати ширину щілини від  $b_{\min}$  до  $b_{\max}$ ?
9. \*Запишіть критерій розмежування випадків дифракції Фраунгофера, Френеля та геометричної оптики. Дайте тлумачення цих критеріїв на підставі уявлень про зони Френеля.
10. Що відбудеться з дифракційною картиною, якщо закрити половину лінзи, у фокальній площині якої розміщено екран?
11. Отримайте загальний вираз і розрахуйте декілька значень відношення інтенсивності побічних максимумів до головного.
12. Що відбудеться з дифракційною картиною, якщо щілину перемістити в межах світлової хвилі паралельно фокальній площині лінзи?
13. Від чого залежить число видимих головних максимумів ґратки?
14. \*Знайдіть відношення ширини головного максимуму ґратки до ширини головного мінімуму однієї щілини, якщо відомо  $N, d, b$ .
15. У скільки разів інтенсивність головного максимуму ґратки більша ніж інтенсивність головного максимуму однієї її щілини? Що таке інтенсивність світлової хвилі?
16. \*За допомогою яких приладів та на підставі яких ефектів вимірюється інтенсивність світла в даній роботі? Звідки робиться висновок про пропорційність між інтенсивністю світла й показаннями приладу?
17. Поясніть суть методу найменших квадратів.

## Література

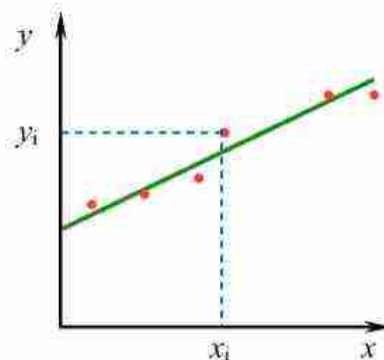
1. І.М. Кучерук, І.Т.Горбачук. Загальний курс фізики. У 3 т. Т.3. Оптика. Квантова фізика. -К.:Техніка, 1999р.
2. И.В. Савельев Курс общей физики. В 3 т. Т.2. § 110, 125, 126, 130. Т.3. § 65,- М.: Наука, 1982.
3. Н.А. Соболева, А.Е. Маломид. Фотозлектронные приборы. § 6.4.-М.; Высш.шк., 1974.

Додаток

## Метод найменших квадратів

Припустимо, що експериментальні дані  $y(x)$ , виміряні з певною похибкою, повинні підпорядковуватися лінійному закону

$$y = kx + b. \quad (1)$$



Очевидно при цьому, що в силу наявності похибок експериментальні дані на графіку не лягають на пряму  $y = kx + b$  (див. рис). У такому разі постає задача відшукування найкращих значень параметрів  $k, b$  за відомим набором експериментальних результатів  $A_i \{x_i, y_i\}, i = 1, 2, \dots, N$ . Можливість одержати оптимальні значення коефіцієнтів  $k, b$  дозволяє метод найменших квадратів (МНК).

Свою назву МНК одержав, на основі того, визначення коефіцієнтів (у даному разі  $k, b$ ) проводиться у ньому за результатами аналізу на мінімум функції

$$F = \sum_{i=1}^N [y_i - (kx_i + b)]^2,$$

тобто за мінімальним значенням суми квадратів відхилення експериментальних значень  $y_i$  від очікуваної прямої  $y = kx + b$ . Функція  $F$  є мірою відхилення точок  $A_i$  від прямої (1).

Умови мінімуму  $dF/dk$  та  $dF/db$  складають систему рівнянь, із якої легко отримати

$$k = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i y_i) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2};$$

$$b = \frac{\left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^N y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^N x_i y_i \right)}{N \left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}.$$

Стандартне відхилення для параметрів  $k, b$  обчислюється за формулами:

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{N \left( \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2}{N \left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} - k^2};$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{N \left( \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}.$$

Розрахунок за методом найменших квадратів спрощується, якщо теоретична пряма має проходити через початок координат, тобто:

$$y = k'x.$$

Тоді

$$F = \sum_{i=1}^N (y_i - k'x_i)^2.$$

З умови мінімуму  $F$ :

$$\frac{dF}{dk'} = 0,$$

отримасмо

$$k' = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i y_i)}{\sum_{i=1}^N x_i^2}.$$

Стандартне відхилення для  $k'$ :

$$\sigma_{k'} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N y_i^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} - k'^2}$$

Теоретична пряма проводиться за розрахованими значеннями  $b$  і  $k$ , або, у другому випадку, за значеннями  $k'$ .