

Лабораторна робота № 3-12

Вивчення ефекту Рамзауера

В.П.Бригінець, О.О.Гусева, І.В. Лінчевський, Н.О.Якуніна

Мета роботи: Дослідження особливостей розсіювання електронів на атомах інертного газу, пов'язаних із проявом ефекту Рамзауера.

Прилади та обладнання: тиратрон, джерело регульованої напруги (ДРН)

Теоретичні відомості

Відомо, що мікрочастинки мають не лише корпускулярні, а й хвильові властивості. Тому в багатьох явищах їх поведінка принципово відрізняється від передбачень класичної фізики й підпорядкована законам квантової механіки. Одним із таких квантових явищ є ефект Рамзауера. Суть ефекту полягає в аномально слабкому, з огляду на закони класичної фізики, розсіюванні електронних пучків на атомах важких інертних газів (*Ar*, *Kr*, *Xe*) при певних відносно малих значеннях кінетичної енергії електронів.

При проходженні пучка електронів крізь заповнену газом область деякі електрони розсіюються на атомах газу, тобто, відхиляються від початкового напрямку руху, внаслідок взаємодії з атомами. Відтак спостерігається послаблення електронного пучка. Зі збільшенням кінетичної енергії E і швидкості електрона зменшується час його прольоту поблизу атома, що, за класичною теорією, повинно зменшувати вплив атома на траєкторію руху електрона. Тому, із збільшенням E мала б монотонно збільшуватися й прозорість газу для електронів, тобто, – частка не розсіяних електронів, як це схематично показано на рис. 1.

Однак К. Рамзауер у 1921 р. виявив, що при проходженні пучка електронів крізь важкі інертні газу прозорість атомів газу із збільшенням енергії електронів E , всупереч класичній теорії, змінюється немонотонно. В області невеликих енергій вона стрімко зростає, проходячи через максимум при певному значенні енергії електронів $E = E_1$ (E_1 залежить від виду газу), як це показано на рис. 1.

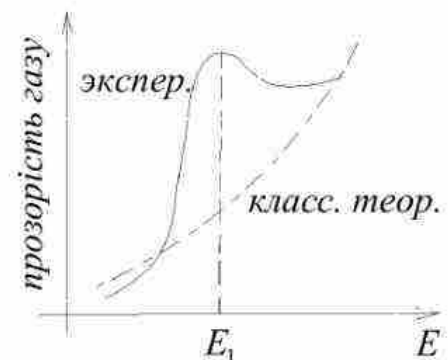


Рис. 1

Квантово-механічна теорія пояснює цей ефект особливостями взаємодії електрона з атомами, зумовленими наявністю в електрона хвильових властивостей. Указані хвильові

властивості й визначають описану специфічну (не класичну) залежність прозорості атомів $D(E)$ від енергії пролітаючих електронів. Причому, мовою квантової механіки прозорість атома D – то є ймовірність проходження електроном області атома без розсіювання, тобто без зміни напрямку руху.

Дія атома на електрон, що рухається повз нього, визначається електричним полем, яке створюється в околі атома його ядром і електронами. Особливістю атомів інертних газів є сферична симетрія цього поля. Оскільки в цілому атом є електрично нейтральним, то, як це випливає з теореми Гауса, у випадку сферичної симетрії “поза” атомом електричне поле відсутнє. З цієї причини потенціальна енергія взаємодії електрона з атомом відмінна від нуля лише всередині сфери з розмірами атома, і залежить тільки від відстані r до ядра: $U = U(r)$. Інакше говорячи, атом створює для електрона, що пролітає, сферично-симетричну потенціальну яму з різко вираженими межами й шириною, рівною поперечнику атома. Тому для одержання залежності прозорості атома від енергії електрона $D = D(E)$ необхідно визначити ймовірність проходження електрона крізь таку потенціальну яму в залежності від його енергії E .

Точне розв’язування цієї квантово-механічної задачі потребує знання явного виду залежності $U(r)$ і, до того ж, являє значні математичні труднощі. Тому приймемо спрощену модель – сферичну потенціальну яму замінимо одновимірною прямокутною потенціальною ямою з ефективною глибиною U_0 й ефективною шириною d , рис. 2.

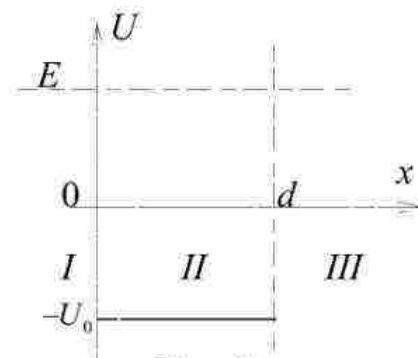


Рис. 2

Отже, замість проходження електрона через плоский шар ширини d порядку розмірів атома, усередині якого потенціальна енергія електрона $U = -U_0$, де $-U_0$ дорівнює усередненій потенціальній енергії електрона, що пролітає поблизу від ядра атома. Така задача є математично простою і, в той же час, якісно правильно відображає поведінку електрона при проходженні області атома й дозволяє пояснити ефект Рамзауера.

Розглянемо рух електрона з постійною енергією E з області I уздовж осі x , скориставшись стаціонарним рівнянням Шрьодінгера:

$$\psi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\psi(x) = 0, \quad (1)$$

де m – маса електрона, \hbar – стала Планка, $\psi(x)$ – координатна частина хвильової функції

електрона.

Оскільки в нашій моделі прямокутної ями залежність потенціальної енергії електрона від координати $U(x)$ неможливо виразити аналітично (формулою), рівняння (1) записують і розв'язують окремо для кожної області I , II й III , а потім об'єднують ці розв'язки. Наведемо вид рівнянь і їхніх загальних розв'язків для областей:

$$\begin{array}{lll} I & U = 0 & \psi_1'' + K_1^2 \psi_1 = 0 & \psi_1 = A_1 e^{iK_1 x} + B_1 e^{-iK_1 x}, \\ II & U = -U_0 & \psi_2'' + K_2^2 \psi_2 = 0 & \psi_2 = A_2 e^{iK_2 x} + B_2 e^{-iK_2 x}, \\ III & U = 0 & \psi_3'' + K_1^2 \psi_3 = 0 & \psi_3 = A_3 e^{iK_1 x} + B_3 e^{-iK_1 x}, \end{array} \quad (2)$$

де введені позначення:

$$K_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad K_2^2 = \frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}, \quad (3)$$

Можна показати, що координатні ψ -функції виду $\psi = Ae^{iKx}$ описують електрони, котрі рухаються в додатному напрямку осі x , а функції виду $\psi = Be^{-iKx}$ – електрони, що рухаються в протилежному напрямку. З цієї причини величина $B_3 = 0$, оскільки в області III не може бути електронів, які рухаються ліворуч. Квадрат модуля хвильової функції дорівнює щільності ймовірності перебування електрона в області шириною dx :

$$|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^* = (dP/dx).$$

Тому величина $A_1 e^{iK_1 x} \cdot A_1^* e^{-iK_1 x} = |A_1|^2$ є прямо пропорційною щільності потоку електронів, які “налітають” на яму, а $A_3 e^{iK_1 x} \cdot A_3^* e^{-iK_1 x} = |A_3|^2$ – щільності потоку електронів, які пройшли яму й рухаються далі в області III . Таким чином, прозорість ями (яка моделює прозорість атома), тобто відсоток електронів, які пройшли область ями, дорівнює:

$$D = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = |a_3|^2.$$

Тут і надалі будемо використовувати позначення:

$$\frac{A_2}{A_1} = a_2; \quad \frac{B_1}{A_1} = b_1; \quad \frac{B_2}{A_1} = b_2; \quad \frac{A_3}{A_1} = a_3.$$

Відносну амплітуду a_3 знайдемо з умов неперервності хвильової функції та її похідної на межах областей:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0); \quad \psi_2(d) = \psi_3(d); \quad \psi_1'(0) = \psi_2'(0); \quad \psi_2'(d) = \psi_3'(d).$$

Підставивши значення $x = 0$ та $x = d$ у відповідні вирази (1) і поділивши отримані рівняння на A_1 , отримаємо:

$$\begin{cases} 1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ a_2 e^{iK_2 d} + b_2 e^{-iK_2 d} = a_3 e^{iK_1 d} \\ iK_1 - iK_1 b_1 = iK_2 a_2 - iK_2 b_2 \\ iK_2 a_2 e^{iK_2 d} - iK_2 b_2 e^{-iK_2 d} = iK_1 a_3 e^{iK_1 d} \end{cases}$$

або, увівши позначення $(K_2 / K_1) = n$,

$$\begin{cases} 1 + b_1 = a_2 + b_2; \\ a_2 e^{iK_2 d} + b_2 e^{-iK_2 d} = a_3 e^{iK_1 d}; \\ i - b_1 = n a_2 - n b_2; \\ n a_2 e^{iK_2 d} - n b_2 e^{-iK_2 d} = a_3 e^{iK_1 d}. \end{cases} \quad (4)$$

Звідси можна знайти всі амплітуди b_1 , a_2 , b_2 , a_3 . Зокрема, для a_3 та виходить:

$$a_3 = \frac{4ne^{-iK_1 d}}{(n+1)^2 e^{-iK_2 d} - (n-1)^2 e^{iK_2 d}}.$$

Для прозорості ями $D = |a_3|^2 = a_3 a_3^*$ маємо:

$$D = \frac{4n^2}{4n^2 + (1-n^2)^2 \sin^2 K_2 d}. \quad (5)$$

Згідно з (3), величини $K_2 = \sqrt{2m(E-U)}/\hbar$ і $n = (K_2 / K_1)$ для заданої ями визначаються тільки енергією електрона E , тому отриманий результат описує залежність від енергії ймовірності проходження електроном області ями. Як видно з (5), ця залежність не є монотонною і при $\sin(K_2 d) = 0$ має максимум $D = 1$. При цьому ймовірність відбивання електрона від ями $W = 1 - D$, яка в нашій спрощеній моделі відображає розсіювання на атомі, стає рівною 0. Умова $\sin K_2 d = 0$ виконується при

$$K_2 d = \pi N \Rightarrow \frac{\sqrt{2m(E_N + U_0)}}{\hbar^2} d = N\pi, \quad N = 1, 2, \dots$$

Звідси випливає, що при значеннях енергії електронів

$$E_N = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} N^2 - U_0$$

прозорість атомів має максимуми, і розсіювання електронів зникає. Саме в цьому й полягає ефект Рамзауера. Правда, слід зазначити, що в реальних умовах із деяких причин вдається спостерігати тільки один максимум прозорості ($N = 1$) при енергії електронів

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} - U_0. \quad (6)$$

Оскільки енергія електрона $E > 0$, з (6) випливає, що

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} - U_0 > 0 \Rightarrow U_0 d^2 < \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m},$$

отже, ефект можливий не при будь-яких значеннях U_0 і d . Це пояснює, чому ефект Рамзауера спостерігається тільки для важких інертних газів – лише в цих атомах спостерігається потрібне співвідношення між указаними параметрами. Слід також сказати, що в експерименті розсіювання зникає не повністю, а лише сягає певного мінімуму.

У даній лабораторній роботі експериментально визначається величина E_1 і, з використанням заданої “ефективної” ширини ями d , оцінюється “ефективна” глибина ями U_0 , яка дає уявлення про енергію взаємодії пролітаючих електронів з атомами:

$$U_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} - E_1. \quad (7)$$

Опис експерименту

Розсіювання електронів у роботі досліджується за допомогою тиратрона – електронної лампи, заповненої розрідженим інертним газом. Принципова схема вимірювань показана на рис. 3.

Електроди тиратрона – катод K , прискорююча сітка C , колектор K_1 і анод A з'єднуються між собою. На електроди від джерела регульованої напруги ДРН подається певний позитивний потенціал стосовно катода K . Як наслідок, між катодом і сіткою для електронів створюється прискорююче поле, в той час як між сіткою й анодом поле практично відсутнє. Емітовані катодом електрони прискорюються сіткою і влітають у напрямку анода в область, вільну від поля, де їхній подальший рух визначається тільки розсіюванням на атомах газу. При цьому не розсіяні електрони потрапляють на анод і створюють відповідний анодний струм I .

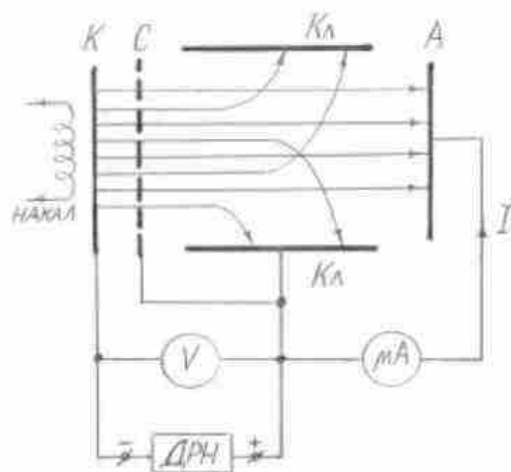


Рис. 3

Ідея експерименту полягає в тому, що, кінетична енергія електронів, які влітають в область між сіткою та анодом, визначається прискорюючою напругою V , що подається на сітку C : $E = eV$. Тому, вимірюючи вольт-амперну характеристику (ВАХ) тиратрона, тобто залежність анодного струму від напруги $I(V)$, можна отримати відомості про залежність розсіювання електронів на атомах від їх (електронів) енергії й спостерігати ефект Рамзауера (рис. 4).

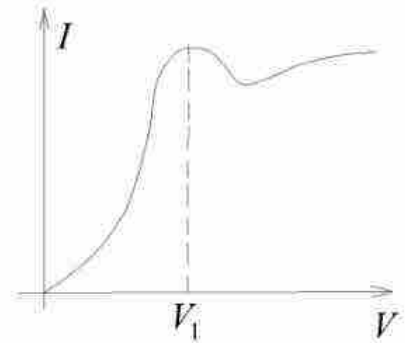


Рис. 4

Анодний струм I пропорційний числу електронів N , що попадають на анод за 1 с, тобто потоку не розсіяних електронів. Кількість таких електронів залежить від:

- а) N_0 – кількості електронів, що проходять крізь прискорюючу сітку за 1 с. При малих напругах вона слабо залежить від V (повільно монотонно зростає);
- б) імовірності зустрічі електрона з атомом, яка залежить від розмірів атомів газу, їхньої концентрації та відстані між сіткою й анодом. (Усі ці параметри не залежать від V);
- в) імовірності того, що при зустрічі з атомом електрон пройде область атома без розсіювання, тобто – від прозорості атома, яка залежить від енергії електронів, а отже, від V .

З розглянутих факторів лише прозорість атомів D істотно залежить від прискорюючої напруги V . Тому, вимірюючи ВАХ тиратрона, ми фактично вимірюємо залежність $D(E)$ і можемо експериментально дослідити ефект Рамзауера й визначити енергію електронів E_1 , при якій вони проходять через газ майже без розсіювання на атомах.

Для вимірювання ВАХ тиратрона в анодне коло (рис. 3) включений мікроамперметр, а між сіткою та катодом – вольтметр. Але покази вольтметра V' відрізняються від прискорюючої напруги V через наявність зовнішньої контактної різниці потенціалів між сіткою і катодом V_c , яка задається в інструкції на робочому місці. Це обов'язково треба враховувати при обробці експериментальних даних і прискорюючу напругу визначати за формулою:

$$V = V' + V_c. \quad (8)$$

Примітка. У вимірювальну установку може бути включеним осцилограф для візуального спостереження ВАХ. Однак, виміри й у цьому випадку необхідно робити за допомогою стрілочних приладів.

Порядок виконання роботи

Перед початком роботи необхідно вивчити інструкцію на робочому місці, ознайомитися з вимірювальною установкою й занести до таблиці 1 указані значення величин d , V_c .

1. Уключити установку, дати їй прогрітися протягом 5 хв. і зробити, якщо це передбачено інструкцією, калібрування.

2. Подаючи прискорюючу напругу в інтервалі $V_i' = 0 \dots 1,5 B$, виміряти відповідні значення I_i струму (у поділках шкали). Показання вольтметра V_i' (В) й амперметра I_i (у поділках шкали) занести до табл. 2.

Указівка. Для точнішого визначення резонансної напруги в області максимуму ВАХ в інтервалі $\pm 0,2 B$ напругу V_i' слід змінювати з кроком $\Delta V_i' = 0,05 B$. На інших ділянках ВАХ крок $\Delta V_i' = 0,1 B$.

Обробка результатів

1. За формулою (8) розрахувати дійсні значення напруг V_1 і занести їх до табл. 2.
2. На лист міліметрівки нанести точки $I_i(V_i')$ і за допомогою лекала провести по них плавну криву – графік ВАХ.
3. За графіком ВАХ і формулою (8) із максимальною можливою точністю визначити величину V_1, B і занести її до табл. 1.
4. За виразом (7), у якому $E_1 = eV_1$, розрахувати величину U_0 (eВ) і занести її до таблиця 1.

Таблиця 1

d, A	V_c, B	V_1, B	U_0, eB

Таблиця 2

V_i', B							
V_i, B							
$I_i, под$							

Контрольні питання

1. У чому полягає ефект Рамзауера та як його можна експериментально спостерігати?
2. Охарактеризуйте “класичний” механізм розсіювання електрона на атомі й поясніть, як і чому повинна залежати ймовірність розсіювання від швидкості електрона в рамках цього механізму? Яка ця залежність у дійсності?
3. Сформулюйте задачу, розв’язувану у квантово-механічній теорії ефекту Рамзауера. Що називається прозорістю атома D ? Як вона пов’язана з імовірністю розсіювання W електрона на атомі?
4. Яку особливість має електричне поле атомів інертних газів? Яка спрощена модель потенціальної ями використовується в розглянутій теорії ефекту Рамзауера?
5. Запишіть рівняння Шрьодінгера для використаної моделі та наведіть їх загальні розв’язки.
6. Який зміст мають доданки в ψ -функціях ψ_1 і ψ_3 ? Чому $B_3 = 0$? Як через них виражається прозорість атома D через функції ψ_1 і ψ_3 ?
7. З яких умов впливає система рівнянь (4)?
8. Поясніть, як формула (5) теоретично обґрунтовує ефект Рамзауера?
9. Отримайте робочу формулу (7) для оцінки глибини потенційної ями U_0 .
10. Наведіть принципову схему вимірювань ВАХ тиратрона. Поясніть, як за її допомогою можна досліджувати ефект Рамзауера.
11. Наведіть вид ВАХ тиратрона. Як на ній виявляється ефект Рамзауера?
12. Як по експериментальній ВАХ можна визначити енергію E_1 ? Чому і як покази вольтметра V' відрізняються від прискорюючої різниці потенціалів V ?

Література

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 3, § 26, “Наука”, М., 1979.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.,Т., Загальний курс фізики, т. 3, § 12.6, “Техніка”, К, 1999.
3. Иродов И.Е., Квантовая физика. Основные законы, “Физматлит”, М-СП, 2002., ISBN 5-93208-055-8