

Лабораторна робота 1-3

Вивчення основного закону динаміки обертального руху за допомогою маятника Обербека

Мета роботи: експериментальна перевірка основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла та визначення моменту інерції тіла.

Обладнання:

- 1) маятник Обербека;
- 2) набір тягарців;
- 3) електронний секундомір;
- 4) штангенциркуль;
- 5) масштабна лінійка.

3.1. Теоретичні відомості

Наслідком фундаментальних законів класичної механіки є основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомій осі:

$$I\beta = M_{\Sigma}, \quad (3.1)$$

де I – момент інерції тіла відносно осі обертання, β – кутове прискорення, M_{Σ} – сума проекцій моментів зовнішніх сил на вісь обертання.

Експериментальна перевірка рівняння (3.1) є перевіркою основних положень класичної механіки.

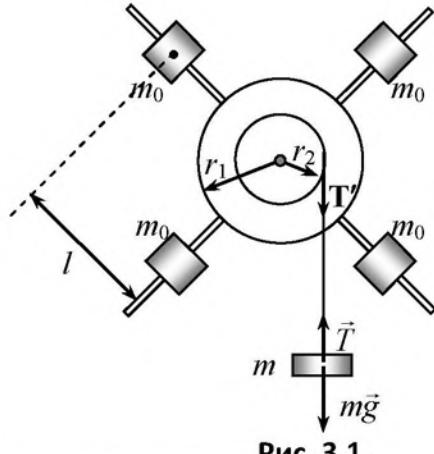


Рис. 3.1.

Принципова схема експериментальної установки

На рис.3.1. показано схему експериментальної установки (маятник Обербека). Вона складається з чотирьох стержнів, закріплених на втулці під прямим кутом один до одного. На ту ж втулку насаджено два шківи різних радіусів r_1 і r_2 . Уздовж стержнів можуть зміщуватися й закріплюватися на різних відстанях l чотири тягарці однакової маси m_0 , що дає змогу змінювати момент інерції системи. Уся ця конструкція може вільно обертатись навколо горизонтальної осі. На один із шківів намотується нитка з прикріпленим на кінці тягарцем маси m , завдяки чому система починає обертатися.

На тягарець діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу (пружності) нитки \vec{T} , як показано на рис.3.1. За другим законом Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}, \quad (3.2)$$

де \vec{a} – прискорення тягарця.

У проекціях на напрям прискорення тягарця m (вниз), отримаємо рівняння руху у скалярній формі:

$$ma = mg - T. \quad (3.3)$$

За III законом Ньютона, на шків діє протилежно напрямлене сила \vec{T}' , модуль якої дорівнює модулю сили $T' = T$. Сила T' створює момент сили, що діє на шків. Момент цієї сили відносно осі обертання шківа дорівнює

$$M = T \cdot r. \quad (3.4)$$

Рівняння руху маятника можна значно спростити, якщо попередньо збалансувати маятник, тобто, домогтися, щоб у вільному стані він знаходився у байдужій рівновазі (подумайте, як це практично здійснити та перевірити). При цьому центр мас системи співпаде з точкою О, що знаходиться на осі обертання, і момент сили тяжіння відносно цієї осі дорівнюватиме нулю. У такому випадку рух маятника визначається моментом сили натягу нитки M і моментом сил тертя M_t , що дозволяє записати основне рівняння обертального руху (3.1) у такому вигляді:

$$I\beta = M - M_t. \quad (3.5)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (3.3), (3.4), (3.5) і використовуючи відомий зв'язок між кутовим та лінійним прискоренням

$$\beta = a/r, \quad (3.6)$$

отримаємо:

$$a = \frac{(mgr - M_t)}{I}. \quad (3.7)$$

Момент сил тертя при русі можна вважати сталим. У такому випадку вираз (3.7) означає, що рух тягарця є рівноприскореним ($a = \text{const}$).

Вимірюючи час t , за який тягарець із стану спокою спуститься на відстань h , можна експериментально визначити кутове прискорення маятника. Оскільки $h = at^2/2$, для β маємо:

$$\beta = \frac{2h}{t^2}. \quad (3.8)$$

З рівнянь (3.3) та (3.4) одержимо момент сили натягу нитки відносно осі обертання:

$$M = m(g - a)r. \quad (3.9)$$

(Зауважимо, що β і M можна визначити, скориставшись рівняннями (3.8) і (3.9), які отримані незалежно від основного рівняння (3.5)).

Перепишемо рівняння (3.5) у зручному для перевірки вигляді:

$$M = M_t + I\beta. \quad (3.10)$$

Цей вираз означає, що залежністю $M(\beta)$ є пряма лінія, кутовий коефіцієнт k якої чисельно дорівнює моменту інерції системи:

$$I = k = \frac{\Delta M}{\Delta \beta}, \quad (3.11)$$

а точка перетину прямої з віссю M відповідає моменту сил тертя M_t , що ілюструє рис.3.2.

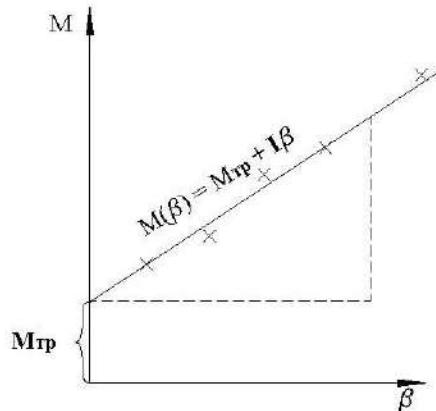


Рис. 3.2. Залежність моменту сил від кутового прискорення.

Відхилення експериментальних точок (M_i, β_i) від прямої $M(\beta) = M_t + I \beta$ знаходиться в межах похибок експерименту.

Маючи у розпорядженні набір тягарців, можна в достатньо широких межах змінювати масу m , а, значить, і величини M і β , тобто зняти експериментальну залежність $M(\beta)$. Якщо отримані точки (M_i, β_i) з урахуванням похибки експерименту вкладаються на пряму лінію, то це є свідченням справедливості співвідношення (3.10), отже, і основного рівняння динаміки обертального руху (3.1). У такому випадку через експериментальні точки можна провести пряму, найбільш близьку до усіх (M_i, β_i) і таку, що лежить в межах похибки експерименту. Це дасть змогу визначити момент сил тертя і розрахувати за формулою (3.11) момент інерції системи (див. рис.3.2).

3.2. Порядок виконання роботи

1. Ознайомтесь з конструкцією маятника Обербека. (Перед початком експерименту перевірте, чи достатньо вільно маятник обертається на осі. Переконайтесь, що гвинт, який закріплює втулку, при обертанні маятника не затягується, інакше ви не отримаєте узгодження з теорією, бо на рух маятника впливатимуть додаткові сили та їх моменти, і рівняння руху ускладниться.)

2. Установіть тягарці m_0 на деякій відстані L від осі обертання (бажано в першому експерименті цю відстань взяти максимальною $L = L_{\max}$). Перевірте, чи є маятник збалансованим. Для цього повертайте його на кут $\approx 45^\circ$. У кожному новому положенні маятник повинен залишатися у спокої.

3. На шків більшого радіуса ($r = r_1$) намотайте нитку, на кінці якої прикріплений тягарець масою m_1 .

4. Відпустіть тягарець і виміряйте час, за який він пройде відстань $h = 1$ м . Дані про масу важка, радіус шківа та часу опускання запишіть в табл. 3.1. Виміри часу повторити тричі і визначте середнє значення $\langle t \rangle$.

5. Повторіть цей дослід для різних значень (5 - 6) маси m , додаючи щоразу ще один тягарець або комбінуючи важки. Усі результати вимірювань заносьте до табл. 3.1.

6. Завдання пунктів 4 – 6 виконайте для шківа меншого радіуса ($r = r_2$) при такому ж значенні $L = L_{\max}$. Дані занесіть до табл.3.1.

7. Змініть момент інерції I системи, встановивши тягарці m_0 на мінімальній відстані від осі обертання $L = L_{\min}$. Повторіть експерименти, описані у пп. 3 – 6. Дані занесіть до табл.3.2.

3.3. Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного з дослідів за формулою (3.8) розрахувати кутове прискорення β , підставляючи в неї значення $\langle t \rangle$ замість t . Результати розрахунків занести в табл. 3.1.

2. Для кожного з дослідів з різними тягарцями розрахуйте момент сили натягу нитки. Оскільки $a \ll g$, то для розрахунку M замість формул (3.9) можна скористатися наближеною формулою:

$$M \approx mgr. \quad (3.12)$$

Результати розрахунків заносити в табл. 3.1 та табл. 3.2.

3. Для кожного із значень моменту інерції на аркуші міліметрового паперу побудуйте залежність $M(\beta)$. За цими графіками визначити моменти сил тертя M_t та моменти інерції I . Порівняйте отримані результати. Знайти середнє значення M_t та середні значення I_{\max} та I_{\min} .

4. Оцініть похибки визначення β та одного із значень моменту сили натягу нитки M . Для цього скористайтеся формулами, які дає «Теорія похибок і обробка результатів вимірювань у фізичній лабораторії»

$$\left(\frac{\sigma_\beta}{\beta} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_h}{h} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r} \right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_t}{t} \right)^2; \quad (3.13)$$

$$\frac{S_{\langle \beta \rangle}}{\beta} = 2 \frac{S_{\langle t \rangle}}{t}; \quad (3.14)$$

$$\left(\frac{\sigma_M}{M} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r} \right)^2, \quad (3.15)$$

де $S_{\langle \beta \rangle}$ і $S_{\langle t \rangle}$ – стандартні вибікові відхилення відповідних середніх значень;

$\sigma_\beta, \sigma_h, \dots, \sigma_t$ – систематичні похибки β, h, \dots, t .

5. На одному з експериментальних графіків відкладіть величини

$$\sigma_{\langle \beta \rangle} = \sqrt{S_{\langle \beta \rangle}^2 + \sigma_{\langle \beta \rangle}^2} \quad \text{i} \quad \sigma_M,$$

які характеризують похибки експерименту так, як показано на рис.3.2. Зробіть висновок відносно справедливості рівняння (3.10) у межах похибки експерименту. Дані для розрахунку похибок і результати розрахунків (див. «Теорію обробки результатів вимірювань...») записати в табл. 3.3.

6. З таблиці 3.1 за двома значеннями I_{\min} визначаємо середнє значення моменту інерції $\langle I_{\min} \rangle$ та так само середнє значення моменту сили тертя $\langle M_t \rangle$:

$$\langle I_{\min} \rangle = \qquad \qquad \qquad \langle M_r \rangle =$$

Табл. 3.1

	$L = L_{\min}$									
i	$r = r_1 = \dots$ (м)					$r = r_2 = \dots$ (м)				
	$m(\text{кг})$ $\times 10^3$	M_i , Н·м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с	$m(\text{кг})$ $\times 10^3$	M_i , Н·м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с
1										
2										
3										
4										
5										
6										
	$M_\tau = \dots$ (Н·м)					$M_\tau = \dots$ (Н·м)				
	$I_{\min} = \dots$ (кг·м ²)					$I_{\min} = \dots$ (кг·м ²)				

Табл. 3.2

		$L = L_{\max}$								
i	$r = r_1 = \dots \text{ (м)}$					$r = r_2 = \dots \text{ (м)}$				
	$m(\text{кг})$ $\times 10^3$	M_i , $\text{Н}\cdot\text{м}$	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle, \text{ с}$	β_i , рад/с	$m(\text{кг})$ $\times 10^3$	M_i , $\text{Н}\cdot\text{м}$	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle, \text{ с}$	β_i , рад/с
4										
5										
6										
	$M_i = \dots \text{ (Н}\cdot\text{м)}$				$M_i = \dots \text{ (Н}\cdot\text{м)}$					
	$I_{\min} = \dots \text{ (кг}\cdot\text{м}^2)$				$I_{\min} = \dots \text{ (кг}\cdot\text{м}^2)$					

Табл. 3.3

$\sigma_t =$	$\sigma_m =$	$\sigma_g =$	$\sigma_\beta =$
$\sigma_h =$	$\sigma_r =$	$\sigma_M =$	$\sigma_{\langle \beta \rangle \Sigma} =$
$S_t =$	$S_{\langle \beta \rangle} =$	$\sigma_M / M =$	$\sigma_\beta / \beta =$

3.4. Контрольні запитання

- Момент сил і момент імпульсу системи матеріальних точок відносно деякого початку (точки О). Зв'язок між ними – рівняння моментів для системи матеріальних точок.
- Закон збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок.
- Момент імпульсу та момент сил відносно осі. Рівняння моментів відносно цієї осі.
- Момент інерції твердого тіла відносно нерухомої осі обертання. Теорема Штейнера. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
- Як у роботі визначається момент інерції маятника? Від чого він залежить?
- Як за графічною залежністю $M(\beta)$ визначити момент сил тертя?
- Як оцінити похибки експерименту?

Література

- Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. "Техніка", – К., 1999.
- Савельєв И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т.1.– М. : Наука, 1977.
- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1. – М. : Наука, 1974.
- Руководство к лабораторным занятиям по физике /Под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973.