

Лабораторна робота № 1-7

ВИВЧЕННЯ ЛАМІНАРНОЇ ТЕЧІЇ ГАЗУ КРІЗЬ ТОНКІ ТРУБКИ

Мета роботи: експериментальна перевірка формули Пуазейля; визначення коефіцієнта в'язкості повітря.

Обладнання: капіляр, газомір, осушувач, манометр, секундомір.

7.1. Теоретичні відомості

Розглянемо стаціонарну течію в'язкої нестисливої рідини (газу) вздовж прямолінійної циліндричної труби радіуса R (з метою наочності при виведенні формули Пуазейля розглядається рідина, хоча все викладене стосується також і течії газу). При малих швидкостях потоку спостерігається ламінарна (шарувата) течія: рідина начебто розділяється на шари, які ковзають один відносно одного, не перемішуючись. У цьому випадку шари являють собою сукупність нескінченно тонких циліндричних поверхонь, вкладених одна в одну зі спільною віссю, яка співпадає з віссю труби. З умови нестисливості виходить, що швидкість рідини у кожному шарі стала. Таким чином, швидкість течії рідини v залежить лише від відстані r від осі труби.

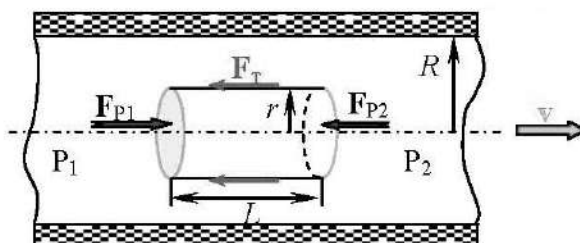


Рис. 7.1

Виділимо уявний циліндричний об'єм рідини радіусом r і довжиною L , як показано на рис. 7.1. Позначимо тиск на поблизу його торців через P_1 і P_2 . Завдяки цим тискам на торці циліндра діють сили тиску $(F_p)_i = P_i \pi r^2$ і під час стаціонарної течії сила рідини (газу) на циліндр діє результуюча сила тиску $F = (P_1 - P_2) \pi r^2$, котра врівноважується силою внутрішнього тертя F_τ , що діє на бічну поверхню циліндра з боку зовнішніх шарів рідини. Таким чином, умова стаціонарності течії виділеного об'єму рідини:

$$F - F_\tau = 0. \quad (7.1)$$

Сила внутрішнього тертя визначається за формулою Ньютона:

$$F_\tau = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| S, \quad (7.2)$$

де η – коефіцієнт в'язкості рідини (газу); $\left| \frac{dv}{dr} \right|$ – градієнт модуля швидкості, який визначає зміну швидкості у напрямку r (радіус труби); S – площа поверхні шарів рідини, що контактують.

Швидкість $v(r)$ спадає при віддаленні від осі труби, тобто $dv/dr < 0$, тому вираз сили внутрішнього тертя повинен бути записаним у вигляді:

$$F_r = -2\pi r L \eta \left| \frac{dv}{dr} \right|.$$

У такому разі умова стаціонарності набуває вигляду:

$$\pi r^2 (P_1 - P_2) + 2\pi r L \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| = 0.$$

Інтегруючи цю рівність, знайдемо:

$$v(r) = \frac{r^2 (P_1 - P_2)}{4L\eta} + C,$$

де C - стала інтегрування, визначається граничними умовами задачі. Зауважимо, що швидкість повинна дорівнювати нулю при $r = R$, оскільки рідина "пристає" до стінок труби; це дозволяє визначити C . У підсумку отримаємо:

$$v(r) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\eta} (R^2 - r^2). \quad (7.4)$$

Таким чином, швидкість рідини квадратично змінюється з радіусом та максимальна на осі труби, де вона дорівнює:

$$v(r=0) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\eta} R^2.$$

Визначимо витрату рідини Q , тобто об'єм, який щосекунди протікає крізь поперечний переріз труби. Для цього виділимо кільцеву площадку з внутрішнім радіусом r і зовнішнім $r + dr$, розташовану перпендикулярно до потоку рідини. Крізь цю площадку щосекунди протікає об'єм рідини $dQ = \frac{dV}{dt} = v(r) 2\pi r dr$. Витрату рідини визначаємо,

інтегруючи останній вираз:

$$Q = \int_0^R v(r) 2\pi r dr = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{2L\eta} \int_0^R (R^2 - r^2) dr = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{8L\eta} R^4. \quad (7.5)$$

Формула (7.5) носить назву **формули Пуазейля**, яка дозволяє за експериментальними даними витрат рідини (газу) визначити їхню в'язкість.

Формула Пуазейля отримана шляхом припущення, що течія нестисливої рідини (газу) ламінарна. Однак зі збільшенням швидкості потоку рух стає турбулентним і шари перемішуються. За умови турбулентного руху швидкість у кожній точці швидко змінює значення і напрям, зберігається лише середнє значення швидкості.

Характер руху рідини або газу у трубі визначається безрозмірним числом Рейнольдса:

$$Re = \langle v \rangle \frac{\rho R}{\eta} \quad (7.6)$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість потоку, ρ - густина рідини або газу. У гладких трубах круглого перерізу перехід від ламінарної течії до турбулентної відбувається за $Re_{кр} \approx 1000$. Тому для використання формули Пуазейля необхідно перш за все з достатнім запасом забезпечити виконання нерівності $Re < 1000$. Окрім того, необхідно поставити експеримент таким чином, щоб стисливістю газу можна було знехтувати. Для рідини це припущення виконується практично завжди, а для газу лише у тих випадках, коли перепад

тиску вздовж труби значно менший ніж сам тиск. У даному випадку тиск газу дорівнює атмосферному (10^3 см вод.ст.), а перепад тиску складає ~ 10 см вод.ст., тобто $\sim 1\%$ від атмосферного.

Формула (7.5) справедлива для ділянок труби, на яких усталилась стаціонарна течія з характерним законом розподілення швидкостей (7.4) по її перерізу. Ламінарний рух газу під час переходу його з широкої посудини до труби встановлюється не одразу, а після того, як він пройде таку відстань:

$$a \approx 0,2R \cdot Re. \quad (7.7)$$

Формула Пуазейля дає надійні результати лише тоді, коли довжина труби $L \gg a$. Для виконання цієї умови у лабораторії треба використовувати дуже тонкі трубки – капіляри.

Для експериментальної перевірки формули Пуазейля необхідно досліджувати залежність витрати Q від $\Delta P = P_1 - P_2$. Зазвичай для вимірювання різниці тисків використовують рідинний водяний U-подібний манометр. У цьому випадку $\Delta P = \rho_0 g \Delta h$, де ρ_0 – густина рідини в манометрі; Δh – різниця її рівнів у колінах манометра.

З формули Пуазейля

$$Q = \left(\frac{\pi \rho_0 g R^4}{8L\eta} \right) \Delta h, \quad (7.8)$$

видно, що за ламінарної течії залежність $Q(\Delta h)$ носить лінійний характер. Під час виникнення турбулентності лінійність порушується: різниця тисків, що пропорційна Δh , зростає швидше, ніж витрати (рис.7.2). Кутовий коефіцієнт

$$k = \frac{\pi \rho_0 g R^4}{8L\eta} \quad (7.9)$$

прямолінійної ділянки графіка дозволяє визначити в'язкість газу η , а точка перегину – критичне значення числа – $Re_{кр}$, яке відповідає переходу до турбулентної течії. Якщо на ділянці ламінарності потоку експериментальні значення $(Q, \Delta h)$ з урахуванням похибки експерименту вкладаються на пряму, то це підтверджує справедливість формули Пуазейля.



Рис. 7.2

7.2. Опис експериментальної установки

Газомір, що застосовується у цій роботі – це скляна посудина (рис.7.3) частково заповнена водою і щільно закоркована. Вода з газоміра може стікати у мірну склянку 2 після відкриття крану К. Повітря, що знаходиться у газомірі сполучається з атмосферою

капілярною трубкою 3. Перепад тиску ΔP на кінцях капілярної трубки вимірюється манометром 4, що заповнений водою.

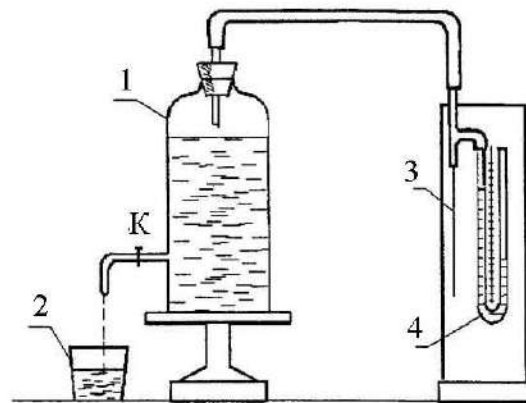


Рис. 7.2

7.3. Порядок виконання роботи

1. Підготуйте установку до проведення вимірювань. Повільно відкриваючи кран К, уважно стежте за показниками манометра. Відрегулюйте краном К стік води з газоміра так, щоб $\Delta h \cong 1 \text{ см}$. Виміряйте витрати повітря Q . Для цього виміряйте за допомогою секундоміра час t витікання $V = 250$ мл води. Витрату повітря розрахуйте за формулою $Q = \frac{V}{t}$.

Виміри об'єму V треба проводити не одразу, а через деякий час після початку витікання води, коли усталиться різниця рівнів рідини у колінах манометра.

2. Проведіть такі ж вимірювання, поступово збільшуючи різницю тисків, наприклад, з кроком 0,5 см вод. ст., тобто зніміть експериментальну залежність $Q(\Delta h)$, яка повинна містити не менш, ніж 10 експериментальних точок. Результати вимірювань занесіть до табл. 7.1

3. Запишіть параметри установки R , L , ρ , які вказано на робочому місці, а також температуру повітря у приміщенні. Густина повітря $\rho = 1,293 \text{ кг/м}^3$.

Радіус і довжина капіляра: $R = \dots\dots\dots$; $L = \dots\dots\dots$

Густина води $\rho_0 = \dots\dots\dots$. Температура повітря $t \text{ } ^\circ\text{C} = \dots\dots\dots$

7.4. Обробка експериментальних даних

1. На аркуші міліметрового паперу побудуйте графік залежності $Q(\Delta h)$.
2. За кутовим коефіцієнтом k прямолінійної ділянки графіка визначіть в'язкість повітря η (формула 7.9).
3. За формулою (7.6) обчисліть значення числа Re для області, перехідною між ламінарною та турбулентною течією. Середня швидкість потоку визначається формулою: $\langle v \rangle = Q/S_k$, де S_k – площа поперечного перерізу капіляра. Порівняйте ваш результат з критичним значенням числа Рейнольда $Re_{кр}$, наведеним вище.
4. Проведіть кореляційний аналіз експериментальних даних $Q(\Delta h)$, що відповідають ділянці ламінарної течії (див. Додаток "Кореляційний аналіз"). Зробіть висновок відносно справедливості формули Пуазейля за результатами лабораторної роботи. Порівняйте значення кутового коефіцієнта k , отриманого графічно, з

результатом його обчислення за методом найменших квадратів (МНК) $k_{кор}$.
 Визначте η , використовуючи $k_{кор}$.

Таблиця 7.1

n	Час t, с	Q, мл/с	Q, м ³ /с	Δh , м
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Визначення кутового коефіцієнта

а) За графіком

б) За МНК

$$k = \Delta Q / (\Delta(\Delta h)) =$$

$$k_{кор} =$$

Визначення коефіцієнта в'язкості і числа Рейнольдса

а) Через кутовий коефіцієнт:

б) Через кореляційний коефіцієнт

$$\eta = (\pi \rho_0 g R^4 / 8L) / k =$$

$$\eta = (\pi \rho_0 g R^4 / 8L) / k_{кор} =$$

$$Re = \langle v \rangle \rho R / \eta = (Q / S_x) \rho R / \eta = \dots\dots\dots$$

7.5. Контрольні запитання

1. У чому полягає явище в'язкості? Які фізичні процеси породжують в'язкість газів?
2. Як вивести формулу коефіцієнта в'язкості газу? Як залежить цей коефіцієнт від температури?
3. Поясніть формулу Ньютона для сили внутрішнього тертя.
2. Виведіть формулу Пуазейля.
3. Ламінарна та турбулентна течія. Число Рейнольдса.
4. Проаналізуйте умови справедливості формули Пуазейля.
5. Яким шляхом можна забезпечити експериментальну перевірку формули Пуазейля?
6. Як у даній роботі визначається коефіцієнт в'язкості повітря та критичне значення числа Рейнольдса?
7. Експериментальна установка (призначення елементів, методика вимірювання).

7.6. Література до лабораторної роботи

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. "Техніка", К., 1999.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Т.1. §75, 76, 77. - М.: Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. §96, 97. - М.: Наука, 1974.
4. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л.Л. Гольдина. - М.: Наука, 1973.