

Лабораторна робота №6

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ ЗА ДОПОМОГОЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Теорія методу та опис експериментальної установки

Крутильний маятник (рис.6.1) являє собою рамку 5, підвішену на пружній вертикальній нитці, яка є віссю його обертання. У рамці за допомогою спеціального затискача може бути закріплене досліджуване тверде тіло. Якщо повернути рамку на малий кут від положення рівноваги й відпустити, то вона почне здійснювати гармонічні крутильні коливання. Рух рамки з тілом можна описати, використовуючи основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла у проекції на вісь обертання:

$$M = I\beta \quad (6.1)$$

де: I – момент інерції рамки з тілом, $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – кутове

прискорення, M – алгебраїчна сума моментів сил, які діють на рамку відносно осі обертання.

При відхиленні рамки на кут φ від положення рівноваги на неї діє момент пружних сил нитки підвісу, пропорційний куту відхилення:

$$M = -k\varphi \quad (6.2)$$

де k – модуль кручення нитки підвісу.

Підставивши (6.2) до рівняння (6.1) і позначивши

$\omega^2 = \frac{k}{I}$ дістанемо:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0 \quad (6.3)$$

Розв'язком диференціального рівняння (6.3) є функція, що описує гармонічні коливання:

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega t \quad (6.4)$$

де φ_0 – максимальний кут відхилення рамки, ω – власна циклічна частота гармонічних коливань маятника.

Період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \quad (6.5)$$

Використовуючи формулу (6.5), можна досить точно визначити момент інерції I рамки з тілом, якщо виключити модуль кручення нитки. Для цього у рамці крутильного маятника слід закріпити еталонне тіло (наприклад куб або тонкостінне кільце), момент інерції якого відомий. При цьому вісь симетрії закріпленого тіла повинна збігатися з віссю коливань. Враховуючи, що момент інерції маятника дорівнює сумі моментів інерції рамки та тіла, матимемо:

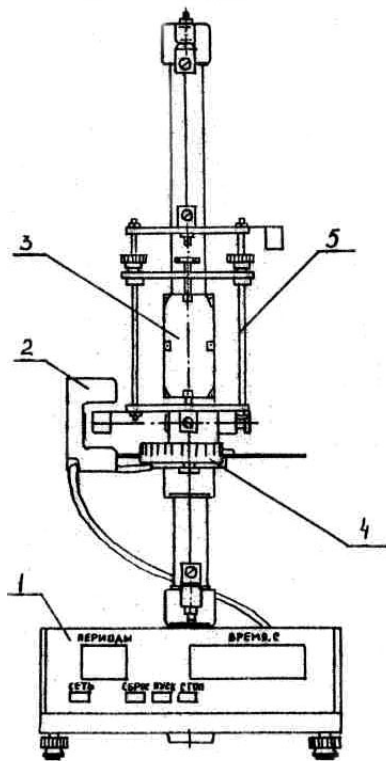


Рис. 6.1

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_p + I_1}{k}} \quad (6.6)$$

де I_p – момент інерції вільної рамки, I_1 – момент інерції еталонного тіла (для однорідного куба зі стороною a – $I_1 = \frac{1}{6}ma^2$, для тонкостінного кільця радіусом R – $I_1 = mR^2$).

При відсутності тіла у рамці крутильного маятника період коливань маятника:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_p}{k}} \quad (6.7)$$

Якщо тепер у рамці крутильного маятника закріпити тіло, момент інерції I_2 якого треба визначити, то, застосовуючи формулу (6.5), матимемо:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_p + I_2}{k}} \quad (6.8)$$

Виключивши з рівнянь (6.6), (6.7) та (6.8) величини k та I_p , дістанемо:

$$I_2 = I_1 \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2} \quad (6.9)$$

Період коливань маятника визначається – за допомогою електронного мілісекундоміра, розташованого у блоці приладів 1. Відлік часу і числа коливань починається після натискання на кнопку "СБРОС", коли прапорець маятника перетинає оптичну вісь фотодатчика 2, закріпленого на спеціальному кронштейні. Відлік припиняється після натискання кнопки "СТОП" і наступного перетину прапорцем маятника оптичної осі фотодатчика. У заданому початковому положенні рамка фіксується електромагнітом, який вмикається при натисканні на кнопку "СЕТЬ" і вимикається при натисканні на кнопку "ПУСК". Кут початкового відхилення рамки визначається по шкалі 4.

Порядок виконання роботи

1. Натиснути кнопку "СЕТЬ". При цьому засвічується лампочка фотоелектричного датчика 1 з'являються нульові покази на шкалах мілісекундоміра і лічильника періодів коливань, а також вмикається електромагніт.

2. Повернути рамку без вантажів на деякий кут від положення рівноваги до фіксації її електромагнітом. Натиснути кнопку "Пуск". При цьому рамка починає здійснювати крутильні коливання.

3. Натиснути кнопку "СБРОС". При першому перетині прапорцем рамки оптичної осі фотодатчика починається відлік часу та числа повних коливань маятника.

4. Для припинення відліку часу натиснути кнопку – "СТОП" у той момент, коли на лічильнику числа коливань з'явиться число $n - 1 = 9$. У цьому випадку відлік часу припиниться після $n = 10$ повних коливань. Час t_0 десяти повних коливань ненавантаженого маятника занести до табл.6.1. Дослід повторити не менше 3 разів.

5. Закріпити у рамці крутильного маятника еталонне тіло з відомим моментом інерції та повторити виміри по пп. 2-4, вимірявши час t_1 десяти повних коливань рамки з еталонним тілом.

6. Закріпити у рамці крутильного маятника тіло, момент інерції якого треба визначити, та повторити виміри по пп.2-4, вимірявши час t_2 десяти повних коливань рамки з досліджуваним тілом.

7. Після закінчення експерименту вимкнути установку.

Таблиця 6.1

Номер досліджу	t_0, c	T_0, c	t_1, c	T_1, c	t_2, c	T_2, c	$I_2, кг \cdot м^2$
1							
2							
3							

Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного досліджу підрахувати період коливань маятника.
2. За формулою (6.9) визначити момент інерції досліджуваного тіла.
3. Оцінити похибку результатів вимірювань (за вказівкою викладача).

Контрольні запитання

1. Записати основне рівняння динаміки обертального руху. Дати визначення та пояснити зміст величин, які до нього входять.
2. Сформулювати теорему Штейнера. Чи можна її експериментально перевірити з допомогою крутильного маятника?
3. Розповісти про призначення та конструкцію крутильного маятника. Вивести формулу періоду коливань крутильного маятника.
4. Як теоретично підрахувати момент інерції ненавантаженого та навантаженого крутильного маятника? Які параметри установки для цього потрібно знати?
- 5 Як виміряти момент інерції твердого тіла за допомогою крутильного маятника?