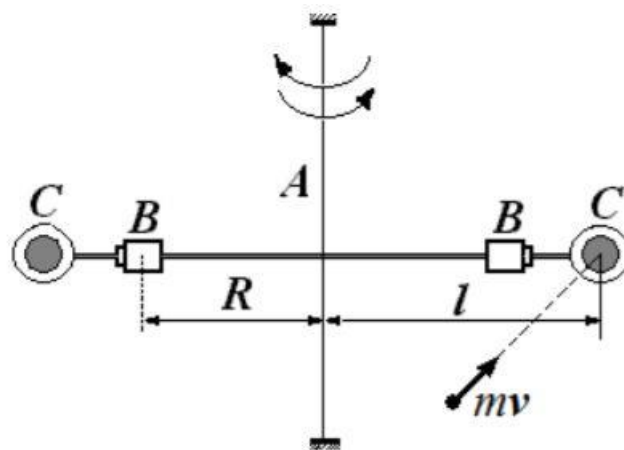


## ВИВЧЕННЯ КРУТИЛЬНОГО БАЛІСТИЧНОГО МАЯТНИКА

Теорія методу та описання експериментальної установки

Крутильний балістичний маятник являє собою хрестовину з мішенню (С) та двома тягарцями масами  $m_0$  (В), підвішену на пружній вертикальній нитці (А), яка є віссю його обертання. Тягарці можна переміщувати по горизонтальному стрижню та закріплювати у потрібному положенні на однаковій відстані від осі обертання з



допомогою гвинтів. Якщо повернути хрестовину на малий кут  $\varphi$  від положення рівноваги і відпустити, то вона почне здійснювати гармонічні крутильні коливання, період  $T$ , як вказано у теоретичних відомостях до лабораторної роботи №6, залежить від моменту інерції  $I$  маятника модуля кручення нитки  $k$  підвісу:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad /7.1/$$

Шкала використовується для відліку кута  $\varphi$  відхилення маятника від положення рівноваги після удару кулі у мішень. Постріл виконується з пружинного пістолета, закріпленого на спеціальному кронштейні так, що його ствол перпендикулярний до площини мішені. Так як у момент удару кулі маятник перебуває у положенні рівноваги, момент пружних сил його підвісу відносно осі обертання в цей момент дорівнює нулю, отже для системи «маятник-куля» виконується закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу до удару  $mVr$  дорівнює моменту імпульсу маятника з кулею, що застрягла у ньому після удару  $(I + I_k)\omega_0$ , тобто:

$$mVr = (I + I_k)\omega_0 \quad /7.2/$$

Де  $I$  та  $I_k$  - момент інерції маятника та кулі відповідно  $\omega_0$  - початкова кутова швидкість маятника після удару.

Враховуючи, що  $I_k \ll I$ , з формули /7.2/ випливає

$$V = \frac{I\omega_0}{mr} \quad /7.3/$$

Масу кулі  $m$  і відстань  $r$  від осі обертання до точки удару кулі в мішень можна визначити безпосереднім вимірюванням, а його початкову кутову швидкість  $\omega_0$  після удару посередньо. Після удару кулі маятник здійснює гармонічні крутильні коливання, які описуються рівнянням:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Кутова швидкість маятника

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Початкова кутова швидкість маятника після удару дорівнює амплітудному значенню:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \varphi_0 \quad /7.4/$$

Де  $\varphi_0$ - найбільший кут відхилення маятника після удару кулі.

Використовуючи формулу /7.1/, можна досить точно визначити момент інерції  $I$  маятника, для чого потрібно виключити модуль кручення нитки  $k$ . Для цього необхідно визначити період коливань маятника при двох значеннях відстаней  $l$  та  $l_1$  від центра кожного тягарця до осі обертання. Враховуючи, що момент інерції маятника дорівнює сумі моментів інерції хрестовини та тягарців, тобто  $I = I_0 + 2ml^2$  і використовуючи формулу /7.1/ матимемо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2m_0 l^2}{k}}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2m_0 l_1^2}{k}}$$

Де  $I_0$  – момент інерції хрестовини маятника. Розв'язавши записану систему рівнянь, дістанемо:

$$k = \frac{8\pi^2 m_0 (l^2 - l_1^2)}{T^2 - T_1^2} \quad /7.5/$$

Виразивши з формули /7.1/ момент інерції маятника і використовуючи формулу /7.5/, дістанемо:

$$I = \frac{2m_0 T^2 (l^2 - l_1^2)}{T^2 - T_1^2} \quad /7.6/$$

Підставивши значення  $\omega_0$  та  $I$  з формул /7.4/ та /7.6/ до формули /7.3/, матимемо:

$$V = \frac{4\pi m_0 \varphi_0 T (l^2 - l_1^2)}{mr(T^2 - T_1^2)} \quad /7.7/$$

Період коливань маятника визначається за допомогою електронного мілісекундоміра, розташованого у блоці приладів. Відлік часу і числа коливань

починається після натискання на кнопку «СБРОС» з моменту перетину маятником оптичної осі фотодатчика, закріпленого на кронштейні. Відлік припиняється після натискання кнопки «СТОП» і наступного моменту перетину маятником оптичної осі фотодатчика.

## Завдання 1

### Визначення моменту інерції маятника і модуля кручення його підвісу

Як було вказано раніше, період коливань крутильного маятника визначається за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2m_0 l^2}{k}} \quad /7.8/$$

Де  $I_0$  – момент інерції хрестовини маятника,  $k$ - модуль кручення нитки підвісу,  $m_0$ - маса кожного з тягарців на хрестовині маятника,  $l$ - відстань від центра тягарця до осі обертання. Рівняння /7.8/ можна представити у вигляді:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{k} + \frac{8\pi^2 m_0}{k} l^2 \quad /7.9/$$

З формули /7.9/ випливає, що графік залежності  $T^2(l^2)$  повинен являти собою пряму лінію, за кутовим коефіцієнтом  $k_\alpha = \frac{8\pi^2 m_0}{k}$  якого можна визначити модуль кручення  $k$  підвісу, а по точці перетину графіка з віссю ординат

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{k}, \text{ момент інерції хрестовини } I_0$$

### Порядок виконання роботи

1. Встановити тягарці на горизонтальному стрижні маятника на однаковій найменшій відстані від осі обертання. Виміряти цю відстань.
2. Натиснути кнопку «СЕТЬ». При цьому засвічується лампочка фотодатчика і з'являються нульові покази на шкалах мілісекундоміра і лічильника періодів коливань.
3. Повернути маятник на кут /3-5°/ від положення рівноваги і відпустити.
4. Натиснути кнопку «СБРОС». При першому перетині маятником оптичної осі фотодатчика починається відлік часу та числа повних коливань маятника.
5. Для припинення відліку часу натиснути кнопку «СТОП» у той момент, коли на лічильнику числа повних коливань з'явиться число  $n-1=9$ . У цьому випадку відлік часу припиниться після  $n=10$  повних коливань. Час 10 повних коливань маятника і відстань від центра тягарців до осі обертання занести до таблиці.
6. Повторити виміри по пп.3-5 8-10 разів, кожного разу збільшуючи відстань  $l$  на  $\Delta l=20$  мм. Після закінчення вимкнути експериментальну установку.

№дослідду	l, м	t, с	T, с	$T^2, с^2$	$l^2, м^2$	I, кг м <sup>2</sup>

### Обробка результатів вимірювань

1. Побудувати графік залежності  $T^2 = f(l^2)$  і визначити кутовий коефіцієнт  $k_\alpha$ .
2. Використовуючи знайдений коефіцієнт, визначити модуль кручення підвісу за формулою  $k = \frac{8\pi^2 m_0}{k_\alpha}$
3. За точкою перетину графіком осі ординат  $T_0^2$  визначити коефіцієнт інерції хрестовини маятника  $I_0 = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2}$ .
4. При необхідності визначення моменту інерції маятника з тягарцями на відстані  $l$  від осі обертання використати формулу  $I = I_0 + 2m_0 l^2$
5. Оцінити похибку результатів вимірювань (за вказівкою викладача)

### Завдання 2

#### Визначення швидкості кулі

1. Встановити тягарці на однаковій відстані  $l$  від осі та виміряти відстань від їх середини до осі обертання.
2. Виміряти масу кулі  $m$ .
3. Усунути можливі коливання маятника і перевірити нульове положення стрілки на шкалі відліку кутів відхилення маятника. Зробити постріл і виміряти максимальний кут  $\varphi_0$  відхилення маятника.
4. Виміряти відстань  $r$  від осі обертання маятника до точки удару кулі в мішень.
5. Повторити виміри по пп.2-4 3-5 разів. Результати занести до таблиці.
6. Увімкнути установку і, повернувши маятник на кут  $\varphi_0$  від положення рівноваги, виміряти час 10 повних коливань маятника при відстані від центра тягарців до осі обертання, користуючись інструкцією до виконання завдання 1. Дослід повторити 3-5 разів.
7. Встановити тягарці маятника на відстані  $l_1$  від осі обертання і для цієї відстані виміряти 3-5 раз час 10 повних коливань маятника. Після закінчення вимкнути експериментальну установку.

№	$m, \text{г}$	$\varphi_0$	$r, \text{м}$	$l, \text{м}$	$T, \text{с}$	$l, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$V, \text{м/с}$

### Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного досліду підрахувати періоди  $T$  і  $T_1$  коливань маятника та визначити за формулою /7.7/ швидкість кулі. Знайти середнє значення швидкості.
2. Оцінити похибку результатів вимірювань (за вказівкою викладача)

### Контрольні запитання

1. Визначити момент сили та момент імпульсу відносно деякої точки та осі. Записати основний закон динаміки обертального руху.
2. Сформулювати закон збереження моменту імпульсу. За яких умов цим законом можна користуватись?
3. Розповісти про призначення та конструкцію крутильного балістичного маятника. Вивести формулу періоду коливань.
4. Як теоретично підрахувати момент інерції крутильного балістичного маятника?
5. Як експериментально визначити момент інерції крутильного балістичного маятника?
6. Вивести формулу для експериментального визначення швидкості кулі.
7. Як визначається швидкість кулі у даній роботі?