Лабораторна робота ФПЕ-10

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ У КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ

Мета роботи: визначення параметрів та характеристик реального коливального контуру.

Прилади та обладнання: Блок-схема експериментальної установки (рис.3.1): ГЗ-111 – генератор звукових сигналів ГЗ-111; С1-76 – осцилограф С1-76; ФПЭ-10/11 – касета з контуром ФПЕ-10/11; ПІ-ФПЭ-09 – перетворювач імпульсів; Дж – джерело живлення; МО – магазин опорів.

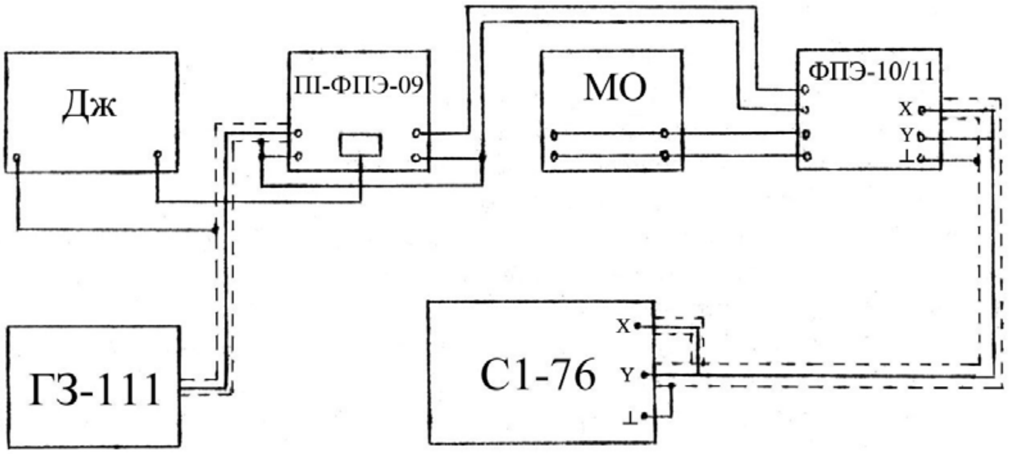


Рис. 3.1. Загальна схема досліду

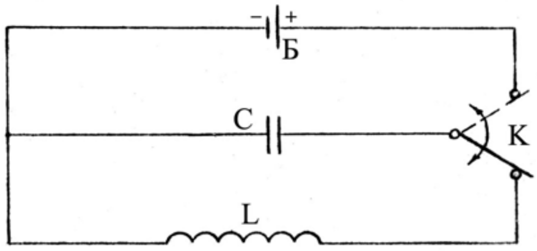
Теоретичні відомості

Реальний коливальний контур складається з послідовно з'єднаних конденсатора *C*, котушки індуктивності *L* і резистора *R* . Якщо зарядити конденсатор від батареї *Б* до напруги *U* (рис.3.2), а потім від'єднати батарею за допомогою ключа *K*, то конденсатор почне розряджатися через котушку і у контурі виникнуть електромагнітні коливання.

Спочатку розглянемо випадок, коли опір контуру $R = 0$.

Після замикання контуру в ньому виникне розрядний струм *I*, який не відразу набуває максимального значення. Плавна зміна сили струму в колі зумовлена появою в котушці ЕРС самоіндукції, яка за правилом Ленца перешкоджає зміні струму, тобто гальмує розряд конденсатора. Як тільки заряд конденсатора стане рівним нулю, сила струму в контурі досягне максимуму. З цього моменту сила струму в колі починає зменшуватися, не змінюючи свого напрямку. В цьому випадку ЕРС самоіндукції підтримує струм, який викликав її появу. Ця ж ЕРС призводить до перезарядки конденсатора, після чого процес повторюється, однак з іншим напрямом струму. У подальшому ці процеси повторюються, тобто виникають коливання.

Час, протягом якого в коливальному контурі відбувається один повний цикл змін і контур повертається в початковий стан, називають періодом електричного коливання.



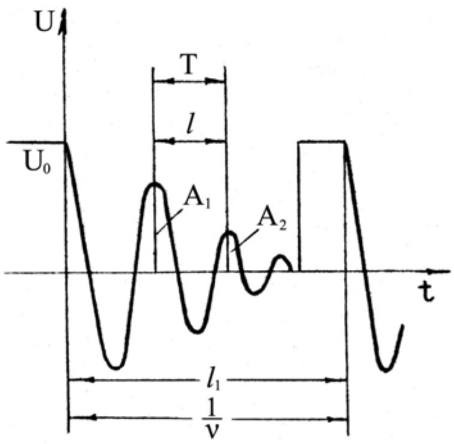


Рис. 3.2. Схема коливального контуру Рис. 3.3. Графік загасаючих коливань

Якщо активний опір в контурі дорівнює 0, то коливання в контурі можуть продовжуватися нескінченно довго. Такі коливання, які відбуваються внаслідок процесів у самому коливальному контурі без зовнішніх впливів і втрат енергії, називають власними електричними коливаннями. Вони є незагасаючими.

У початковий момент, коли конденсатор був заряджений, у ньому була накопичена енергія

$$W_e = \frac{CU^2}{2}$$

Під час розрядки енергія електричного поля конденсатора перетворюється в енергію магнітного поля котушки і, коли конденсатор повністю розряджений, енергія магнітного поля досягає максимального значення:

$$W_m = \frac{LI_0^2}{2}$$

де I_0 – амплітуда сили струму в контурі. Під час перезарядки конденсатора енергія магнітного поля знову перетворюється на енергію електричного поля. За умови $R = 0$ у контурі відбуваються незагасаючі електромагнітні коливання.

Усі без винятку провідники за звичайних умов мають відмінний від нуля опір, тому частина енергії при коливаннях витрачається на їх нагрівання, тобто перетворюється на теплову і втрачається. В наслідок цього амплітуда електромагнітних коливань в контурі зменшується – відбувається загасання коливань (рис. 3.3).

При достатньо великому опорі контуру або малій індуктивності коливання у ньому взагалі не виникають, а відбувається так званий аперіодичний розряд конденсатора.

Заряд конденсатора і сила струму у котушці коливального контуру постійно змінюються за значенням і напрямом. Вважатимемо, що в момент часу t заряд на обкладинках конденсатора q, напруга на ньому $U_C = \frac{q}{C}$ а сила струму у колі змінюється зі швидкістю $\frac{dI}{dt}$. У котушці індуктивності виникає ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt}. \tag{3.1}$$

Відповідно до другого правила Кірхгофа для коливального контуру, опір якого дорівнює нулю, можна записати

$$U + \mathcal{E}_L = IR, \tag{3.2}$$

де

$$I = -\frac{dq}{dt}. \tag{3.3}$$

(струм тече в додатному напрямку при зменшенні заряду конденсатора).

Оскільки $q = CU$,то з урахуванням (3.1) та (3.2) отримаємо:

$$I = -C\frac{dU}{dt},$$

$$\mathcal{E}_L = LC\frac{d^2U}{dt^2}.$$

Підставивши останній вираз в (3.2), матимемо

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dU}{dt} + \frac{U}{LC} = 0. \tag{3.4}$$

Як відомо, диференціальне рівняння (3.4) є рівнянням загасаючих електричних коливань. Розв'язком цього рівняння є функція

$$U = U_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha). \tag{3.5}$$

де β – коефіцієнт загасання,

$$\beta = \frac{R}{2L}, \tag{3.6}$$

ω – циклічна частота загасаючих коливань,

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}\ . \tag{3.7а}$$

При цьому

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{та} \qquad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}\ . \tag{3.7б}$$

Якщо (3.2)записати у вигляді

$$\frac{q}{C} + IR = -L\frac{dI}{dt}$$

та взяти похідну за часом, то отримаємо рівняння подібне до рівняння (3.4):

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = 0\,.$$

Отже, сила струму I в контурі також здійснює загасаючі коливання (щоправда, початкова фаза цих коливань буде іншою), для яких значення β и ω визначаються формулами (3.6), (3.7а) та (3.7б).

З (3.7а) та (3.7б) видно, що в коливальному контурі можливі загасаючі коливання лише у випадку, якщо $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ (частота та період є дійсними величинами) або $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Якщо $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то частота і період – уявні величини, коливань немає і відбувається аперіодичний розряд конденсатора.

Опір

$$R_K = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3.8}$$

називають критичним.

Щоб характеризувати загасаючі коливання, окрім коефіцієнта загасання β, використовується ще логарифмічний декремент (лат. dekrement – зменшення) загасання.

Логарифмічним декрементом загасання називається натуральний логарифм відношення значень напруги, розділених інтервалом часу, який дорівнює періоду коливань T,

$$\lambda = \ln\frac{A_1}{A_2} = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)}, \tag{3.9}$$

або

$$\lambda = 2{,}3\lg\frac{A_1}{A_2}$$

Підставивши в (3.9) значення $A(t) = U_0 e^{-\beta t}$ и $A(t+T) = U_0 e^{-\beta(t+T)}$, отримаємо

$$\lambda = \beta T \tag{3.10}$$

або згідно (3.6)

$$\lambda = \frac{R}{2L}T \tag{3.10a}$$

У деяких випадках зручно вивчати коливний процес у системі координат *I* та *U*, тобто відкладати на осі абсцис значення сили струму в контурі, а на осі ординат – напругу на конденсаторі у той же момент часу. Площина IU має назву площини станів, або фазової площини, а крива, яка зображає залежність напруги від струму, називається фазовою кривою (див. рис. 3.4).

Знайдемо фазову криву для контуру, опір якого $R = 0$. У цьому випадку $\beta = \frac{R}{2L} = 0$ і тоді з (3.5), (3.7а) та (3.7б) отримуємо

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}, \tag{3.11}$$

$$\begin{cases} U = U_0 \cos\omega t \\ I = -C\dfrac{dU}{dt} = U_0 \omega C \sin\omega t \end{cases} \tag{3.12}$$

Рівняння (3.11), (3.12) описують незагасаючі коливання. Виключивши з них час *t,* отримаємо рівняння фазової кривої (рівняння еліпса):

$$\frac{U^2}{U_0^2} - \frac{I^2}{U_0^2\omega^2 C^2} = 1$$

Еліпс можна отримати у результаті накладання двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань (3.12), із зсувом фаз у чверть періоду.

У контурі, опір якого $R > 0$, відбуваються загасаючі коливання напруги (3.5) та струму:

$$\begin{cases} U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t \\ I = -C \dfrac{dU}{dt} = U_0 C e^{-\beta t} \left(\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t \right) \end{cases}$$

У цьому випадку амплітуди напруги та сили струму у контурі безперервно спадають і фазова крива буде незамкненою (рис.3.4).

У даній роботі для отримання коливань у контурі використовується касета ФПЕ-10/11 з контуром, зображеним на рис.3.5.

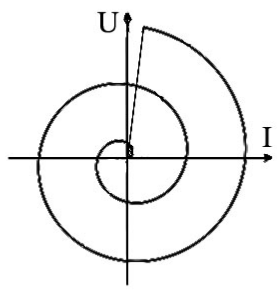


Рис. 3.4. Фазова крива

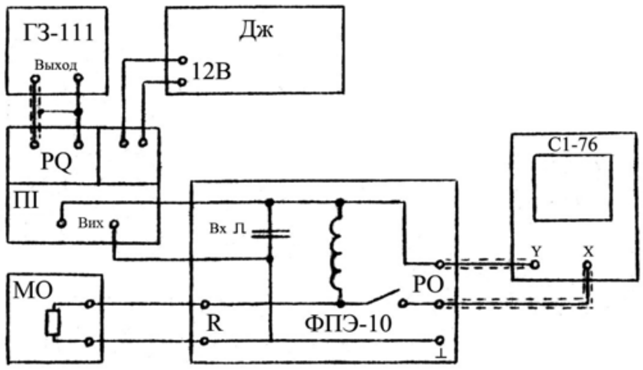


Рис.3.5. Схема експериментальної установки

Загасаючі коливання, які відбуваються у контурі, спостерігаються на екрані осцилографа С1-76. Цикл зарядки та розрядки конденсатора продовжується протягом часу $T = \frac{1}{\nu}$, де ν – частота, яка задається звуковим генератором ГЗ-111. На екрані осцилографа йому відповідає відрізок l_1. Це дозволяє визначити період T загасаючих коливань, якому на рис.3.3 відповідає відрізок l. З пропорції $\frac{l}{T} = l_1 \nu$ отримаємо

$$T = \frac{l}{l_1 \nu} \tag{3.14}$$

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Вимірювання періоду, логарифмічного декремента загасання і параметрів *R, L, C* коливального контуру.

1. Ввімкнути лабораторний стенд. При цьому має загорітися лампочка "Сеть".

2. Ввімкнути генератор сигналів ГЗ-111. Встановити частоту виходу $\nu = 250$ Гц.

3. Ввімкнути джерело живлення, натиснувши клавішу "Сеть".

4. На перетворювачі імпульсу "ПІ/ФПЕ-09" натиснути клавішу "П" і праву клавішу "Скважность грубо".

5. На магазині опорів встановити $R_м = 100 \ Ом$.

6. Включити осцилограф С1-76 тумблером "Сеть".

7. За допомогою ручок "Фокус", "Яркость", "Стаб.", "Уровень" отримати стійку картину коливань на екрані.

8. Виміряти відстані l_1 та l і обчислити період коливань T за формулою (3.14).

9. Виміряти амплітуди коливань A_1, A_2, A_3 і, комбінуючи їх попарно, обчислити логарифмічний декремент загасання. Обчислити коефіцієнт загасання. Результати вимірювань і розрахунків занести в табл.1.

10. Повторити вимірювання п.9, встановлюючи на магазині опорів значення $R_м = 300 Ом, 500 Ом, 600 Ом$.

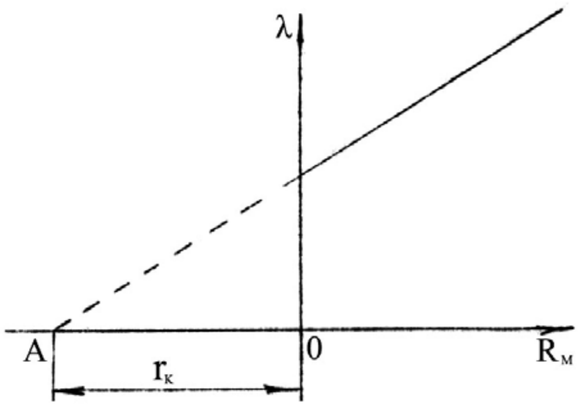


Рис 3.6. Залежність логарифмічного декремента загасання від опору магазина.

11. Побудувати графік залежності логарифмічного декремента загасання λ від опору $R_м$ магазина, відкладаючи значення $R_м$ по осі абсцис від довільної початкової точки 0 і екстраполюючи графік до $\lambda = 0$. Повний опір контуру R складається з опору магазина $R_м$ та опору котушки індуктивності $r_к$, де $r_к$ відповідає точці перетину прямої $\lambda(R_м)$ з віссю абсцис (рис.3.6). Згідно з формулою (3.10а) матимемо

$$\lambda = \frac{r_к + R_м}{2L} T \qquad (3.15)$$

12.Використовуючи отримане значення $r_к$ і значення періоду T, обчислити індуктивність за допомогою формули (3.15) та ємність за допомогою формули (3.11).

13. Підібрати опір магазина опорів $R_{м\,КР}$, при якому спостерігається аперіодичний розряд конденсатора. Згідно формули (3.8) критичне значення опору можна розрахувати так

$$R_{мКР} + r_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}}\,.$$

Перевірити це співвідношення за допомогою розрахунку

Таблиця 1

$R_м$	A_1	A_2	A_3	λ	β	L	C	$r_к$	R
100									
200									
300									
400									
500									

Завдання 2. Дослідження фазових кривих.

Для спостереження фазової кривої на екрані осцилографа на вертикально відхиляючі пластини подають напругу з пластин конденсатора, а на горизонтально відхиляючі пластини – напругу U_R з клем магазину опорів $R_м$, пропорційну струму: $U_R = IR_м$. Таким чином, на екрані осцилографа зобразиться залежність напруги U на пластинах конденсатора від струму I у контурі.

1. Перевести тумблер осцилографа "Развер." вниз до упору.

2. Ручками ↔ та ↕ встановити картину в центрі екрану.

3. Змінюючи опір магазина, отримати фазові криві для різних значеннях опорів.

4. Виміряти значення напруги, розділені періодом, тобто відстані від центра фазової кривої до точки перетину витків спіралі з віссю напруги, обчислити логарифмічний декремент загасання:

$$\lambda = \ln \frac{U_1}{U_2}.$$

Аналогічно, обчислити логарифмічний декремент по значеннях струму *I*, розділених періодом часу:

$$\lambda = \ln\frac{I_1}{I_2}.$$

Результати занести в табл.2.

5. Провести вимірювання п. 4 при значеннях опорів магазину: 100, 300, 500 и 600 *Ом*. Результати занести до табл. 2.

6. Накреслити фазову картину при аперіодичному розряді конденсатора.

7. Розрахувати похибку визначення λ:

$$\Delta\lambda = \sqrt{\frac{\Delta U_1^2}{U_1} + \frac{\Delta U_2^2}{U_2}},$$

де ΔU – похибка вимірювання U на екрані.

8. Накреслити фазову криву незагасаючих коливань у контурі.

Таблиця 2

$R_м$	$R_м + r_к$	U_1	U_2	U_3	λ	I_1	I_2	I_3	λ
100									
200									
300									
400									
500									

Контрольні запитання

1. Що називають коливальним контуром і як виникають коливання в ньому?
2. Як виводиться рівняння коливного контуру, що містить активний опір R ?
3. Який вигляд має розв'язок виведеного рівняння коливного контуру?
4. За яким законом змінюватиметься напруга на конденсаторі, а також струм, електрична і магнітна енергії в коливному контурі?
5. Що таке час загасання і логарифмічний декремент загасання?
6. Як залежить логарифмічний декремент від омічного опору контуру?
7. Що таке аперіодичній розряд у контурі і за яких умов він спостерігається?
8. Що таке фазова площина та фазова крива?
9. Яка форма фазової кривої при незагасаючих коливаннях? При загасаючих коливаннях? При аперіодичному процесі?

10. Звідки необхідно подавати напругу на відхиляючі пластини осцилографа для спостереження загасаючих коливань? Фазової кривої?

11. Поясніть процеси, що проходять у коливному контурі у моменти перетину фазовою кривою осі напруг або осі струмів?

12. За яких умов можна отримати у даному контурі незагасаючі коливання? Які це коливання?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. В 3 т. Т.2. Електрика і магнетизм. К.: Техніка, 2001 р.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3 т. -М: Наука, 1977-1979. —т.1. §§ 64, 69, 85, 88-90; т. 2 §§ 59, 89, 100, 103

3. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1970.

4. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1969. – Т. 1.

5. Яворский Б.М., Детлаф Л.А. Курс общей физики, – М.: Высш.шк., 1970. – Т, 2.