

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»
імені Ігоря Сікорського

ЗАДАЧІ ІЗ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Розділи «Оптика»
«Квантова фізика»
«Молекулярна фізика»

Для студентів технічних спеціальностей

Київ
НТУУ «КПІ»
2021

Задачі із загальної фізики. Розділи «Оптика. Квантова фізика. Молекулярна фізика». Для студентів технічних спеціальностей. [Текст] / Уклад.: В. П. Бригінець, О. О. Гусєва, О. В. Дімарова та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2021 – 62 с.

*Рекомендовано Методичною радою ФМФ
протокол № 6 від 24.06.16 р.*

Навчальне видання

ЗАДАЧІ ІЗ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Розділи «Оптика»

«Квантова фізика»

«Молекулярна фізика»

Для студентів технічних спеціальностей

Укладачі:

Бригінець Валентин Петрович, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Гусєва Ольга Олександрівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Дімарова Олена Володимирівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Пономаренко Лілія Петрівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Репалов Ігор Миколайович, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Якуніна Наталія Олександрівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Відповідальний за випуск

В. М. Локтєв, д-р фіз. - мат. наук, акад. НАН України

Рецензент

В. М. Горшков, д-р фіз. - мат. наук, професор

За редакцією укладачів

Зміст

Оптика	4
1. Електромагнітні хвилі	4
2. Геометрична оптика.....	8
3. Інтерференція.....	12
4. Дифракція.....	17
5. Поляризація та дисперсія.....	23
Квантова фізика	28
6. Корпускулярні властивості випромінювання.....	28
7. Хвильові властивості частинок	37
8. Рівняння Шрьодінгера.	42
9. Будова атома.....	48
Молекулярна фізика.....	55
10. Ідеальний газ	55
11. Термодинаміка	59

Фізичні константи

Швидкість світла у вакуумі	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Елементарний заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса електрона	$m_e = \begin{cases} 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ 0,511 \text{ Мев} \end{cases}$
Маса протона	$m_p = \begin{cases} 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 938,26 \text{ Мев} \end{cases}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Стала Рідберга	$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
Електрична стала	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
	$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
	$\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Електрон-вольт	$1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Стала Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Універсальна газова стала	$R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$

Оптика

1. Електромагнітні хвилі

- 1.1. Швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі c та в речовині v :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

- 1.2. Зв'язок між полями в електромагнітній хвилі у безмежному просторі:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E(\vec{r}, t) = \sqrt{\mu_0 \mu} H(\vec{r}, t)$$

- 1.3. Об'ємна густина енергії w електромагнітної хвилі та вектор Пойнтінга $\vec{S}$:

$$w = \frac{EH}{v}, \quad \vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

- 1.4. Інтенсивність електромагнітної хвилі:

$$I = \langle |\vec{S}| \rangle = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_m^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}} H_m^2.$$

- 1.5. Хвильовий вектор:

$$\vec{k} = \frac{\omega}{v} \vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n},$$

$\vec{n}$ – орт нормалі до хвильової поверхні, спрямований у напрямку поширення хвилі.

1.1 У деякому середовищі електромагнітна хвиля з частотою 1 МГц поширюється зі швидкістю 200 Мм/с. Чому дорівнює довжина хвилі та її колова частота в даному середовищі та у вакуумі?

(200 м; 300 м; $6,28 \cdot 10^6$ рад/с)

1.2 Електромагнітна хвиля поширюється в однорідному ізотропному діелектричному середовищі із проникностями $\varepsilon = 3,00$ та $\mu = 1,00$. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі $E_m = 10,0$ В/м. Знайти амплітуду напруженості магнітного поля H_m і фазову швидкість хвилі v .

($H_m = 46$ мА/м; $v = 1,7 \cdot 10^8$ м/с .)

1.3 Електромагнітна хвиля поширюється у вакуумі в напрямку однієї з координатних осей. Записати можливі вирази хвильового вектора $\vec{k}$ у випадку, коли хвиля має:

- а) частоту ω і електричний вектор $\vec{E} = \pm E \vec{e}_y$, ($\vec{e}_y$ – орт осі Y);
 б) довжину хвилі λ і магнітний вектор $\vec{H} = \pm H \vec{e}_z$, ($\vec{e}_z$ – орт осі Z).

$$\left(\text{а) } \vec{k} = \pm \frac{\omega}{c} \vec{e}_x \text{ або } \vec{k} = \pm \frac{\omega}{c} \vec{e}_z; \quad \text{б) } \vec{k} = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_x \text{ або } \vec{k} = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_y. \right)$$

1.4 В електромагнітній хвилі в однорідному ізотропному середовищі з проникностями ε, μ магнітний вектор визначається рівнянням: $\vec{H} = H_0 \vec{e}_y \cos(\omega t + kx + \delta)$ (H_0, ω, k, δ – задані). Записати рівняння для електричного вектора хвилі $\vec{E}$ та зобразити орти $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ і вектори $\vec{H}_0, \vec{E}_0, \vec{k}$.

1.5 В електромагнітній хвилі в однорідному ізотропному середовищі з проникностями ε, μ електричний вектор визначається рівнянням $\vec{E} = E_0 \vec{e}_z \cos(\omega t + ky + \delta)$, де H_0, ω, k, δ – задані. Записати рівняння для магнітного вектора хвилі $\vec{H}$ та зобразити орти $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ і вектори $\vec{H}_0, \vec{E}_0, \vec{k}$.

1.6 Плоска електромагнітна хвиля з електричним вектором $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ поширюється у вакуумі. Визначити магнітний вектор хвилі $\vec{H}(t)$ в точці $\vec{r} = 0$.

$$\left(\vec{H}(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left[\left(\frac{\vec{k}}{k} \right), \vec{E}_m \right] \cos \omega t \right)$$

1.7 У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з електричним вектором $\vec{E}(x, t) = \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kx)$, де $\vec{e}_y$ – орт осі Y, $E_m = 160$ мВ/м, $k = 0,51$ м⁻¹. Знайти магнітний вектор $\vec{H}$ у точці з координатою $x = 7,7$ м на моменти: а) $t = 0$ і б) $t = 32,51$ нс.

$$\left(\text{а) } \vec{H} = -\frac{E_m \vec{e}_z}{120\pi} \cos \frac{\pi}{4} = -0,3 \vec{e}_z \text{ (мА/м);} \quad \text{б) } \vec{H} = \frac{E_m \vec{e}_z}{120\pi} \cos \frac{\pi}{3} = 0,21 \vec{e}_z \text{ (мА/м)} \right)$$

1.8 Плоска електромагнітна хвиля з довжиною хвилі $\lambda = 10$ см поширюється в однорідному ізотропному немагнітному середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4$. Амплітудні вектори полів хвилі $\vec{E}_m = 164,5 \vec{e}_x - 95,1 \vec{e}_y$ (мВ/м) та $\vec{H}_m = -H_m \vec{e}_z$. Знайти:

- лінійну частоту хвилі ν ;
- амплітуду магнітного вектора хвилі H_m ;
- амплітуду вектора Пойнтінга S_m

- інтенсивність хвилі I ;
- швидкість і напрям поширення хвилі.

$$\left(\begin{array}{l} \nu = 1,5 \text{ ГГц}; H_m = 1,0 \text{ мА/м}; \vec{S} = H_m(E_y \vec{e}_x + E_x \vec{e}_y); I = 95 \text{ мкВт/м}^2; \\ v = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \text{ напрям } \perp \text{ до осі } Z \text{ і під кутом } 60^\circ \text{ до осі } X. \end{array} \right)$$

1.9 Знайти зміну $\Delta\lambda$ довжини електромагнітної хвилі з частотою $\nu = 3 \text{ МГц}$ при переході з вакууму в немагнітне середовище з проникністю $\varepsilon = 4,0$.

$$\left(\Delta\lambda = \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1 \right) \frac{c}{\nu} = -50 \text{ м} \right)$$

1.10 Плоска електромагнітна хвиля падає нормально на поверхню плоскопаралельного шару діелектрика товщини l , діелектрична проникність якого лінійно спадає від ε_1 на передній поверхні до ε_2 на задній. Знайти час проходження τ хвилі крізь шар.

$$\left(\tau = \frac{2(\varepsilon_1^{3/2} - \varepsilon_2^{3/2}) l}{3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) c} \right)$$

1.11 Потужність випромінювання антени радіостанції дорівнює 100 кВт . Обчислити на відстанях від радіостанції 1 км і 100 км :

- амплітуду вектора Пойнтінга та інтенсивність випромінювання;
- амплітуду напруженості електричного поля хвилі;
- тиск електромагнітних хвиль при нормальному падінні на ідеально відбиваючу поверхню.

$$\left(\begin{array}{l} \text{а) } 16 \text{ мВт/м}^2, 8 \text{ мВт/м}^2; \quad 1,6 \text{ мкВт/м}^2, 0,8 \text{ мкВт/м}^2 \\ \text{б) } 2,45 \text{ В/м}, 24,5 \text{ мВ/м} \\ \text{в) } 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ Па}, 5,3 \cdot 10^{-15} \text{ Па} \end{array} \right)$$

1.12 У вакуумі вздовж осі X поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості магнітного поля $H_m = 0,05 \text{ А/м}$. Знайти:

- амплітуду напруженості електричного поля E_m ;
- середню за часом об'ємну густину енергії хвилі $\langle w \rangle$;
- інтенсивність хвилі I ;
- середню за часом об'ємну густину імпульсу хвилі $\langle \kappa \rangle$;
- тиск P , який створює хвиля на повністю поглинаючу поверхню при нормальному падінні

$$\left(\begin{array}{l} E_m = 18,8 \text{ В/м}; \quad \langle w \rangle = 1,57 \text{ нДж/м}^3 \\ I = 0,47 \text{ Вт/м}^2; \quad \langle \kappa \rangle = 5,2 \cdot 10^{-18} \text{ кг/м}^2 \text{ с} \\ P = 1,57 \text{ нПа} \end{array} \right)$$

1.13 Визначити середній вектор Пойнтінга $\langle \vec{S} \rangle$ плоскої електромагнітної хвилі $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$, яка поширюється у вакуумі.

$$\left(\langle \vec{S} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_m^2 c}{2} \frac{\vec{k}}{k} \right)$$

1.14 У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з частотою $\nu = 10$ МГц й інтенсивністю $I = 20$ мВт/м². Знайти амплітуду густини струму зміщення j_m у цій хвилі.

$$\left(j_m = 2\pi\nu \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 I}{c}} = 2,2 \text{ мА/м}^2 \right)$$

1.15 Плоский конденсатор з круглими пластинами, що заповнений діелектриком із проникністю ε , заряджається протягом часу τ до напруги U . Відстань між пластинами d , радіус пластин a . Приймаючи, що напруга на конденсаторі змінюється з часом лінійно, визначити:

- модуль та напрямок вектора Пойнтінга $\vec{S}(t)$ у точках бічної поверхні діелектрика;
- кількість енергії W , яка пройшла крізь бічну поверхню за час τ , і порівняти її з енергією електричного поля W_E , що утворилося при заряджанні конденсатора.

$$\left(S(t) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2 a}{2d^2 \tau^2} t, \text{ напрям – до осі конденсатора}; \quad W = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon U^2 a^2}{2d} = W_E \right)$$

1.16 У соленоїді великої довжини l без осердя сила струму за час τ рівномірно збільшується від 0 до I . Кількість витків соленоїда на одиницю довжини дорівнює n , радіус витка – a . Знайти:

- модуль $S(t)$ та напрям вектора Пойнтінга на бічній поверхні соленоїда як функцію часу;
- енергію W , яка пройшла крізь бічну поверхню за час τ , і порівняти її з енергією магнітного поля W_m , що утворилося в соленоїді.

$$\left(S(t) = \frac{\mu_0 n^2 I^2 a}{2\tau^2} t, \text{ напрям – до осі соленоїда}; \quad W = \frac{\pi \mu_0 I^2 a^2 l}{2} = W_m \right)$$

1.17 По прямому провіднику круглого перерізу протікає постійний струм величиною I . Визначити напрям перенесення енергії та потік вектора Пойнтінга Φ_s крізь поверхню ділянки провідника з опором R .

$$(\Phi_s = I^2 R)$$

2. Геометрична оптика

2.1. Показник заломлення (оптична густина) прозорого діелектрика:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon}$$

2.2. Закон заломлення світла та граничний кут повного відбивання:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta; \quad \alpha_{cp} = \arcsin(n_2/n_1), \quad n_1 > n_2.$$

2.3. Оптична сила тонкої сферичної лінзи:

$$\Phi = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

радіус кривизни опуклої поверхні $R > 0$, угнутої $R < 0$.

2.4. Формула тонкої лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

знак відстаней від лінзи до дійсних точок "+", а до уявних "-", .

2.1. Довжина світлової хвилі у вакуумі становить $\lambda_0 = 0,6$ мкм. Якою є довжина хвилі λ та частота ω цього світла у склі ($n = 1,5$)?

$$(\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \quad \omega = 3,14 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1})$$

2.2. Світло проходить крізь шар речовини з показником заломлення 1,2 за час 20 нс. За який час світло пройде шар такої самої товщини в речовині з показником заломлення 1,8? В обох випадках світло падає на речовину нормально.

$$(30 \text{ нс})$$

2.3. Світловий промінь падає по нормалі на прозору пластину товщини h . За який час τ він пройде крізь пластину, якщо її показник заломлення лінійно зростає у напрямку променя від n_1 на передній поверхні до n_2 на задній?

$$\left(\tau = \frac{n_1 + n_2}{2} \cdot \frac{h}{c} \right)$$

2.4. Промінь світла падає по нормалі на неоднорідну прозору пластину товщини h , оптична густина котрої в напрямку променя змінюється як $n = 2n_0 h / (2h - x)$, де x – глибина проникнення променя в пластину, n_0 – задана стала. За який час τ світло пройде крізь пластину?

$$\left(\tau = \frac{2n_0 h}{c} \ln 2 \right)$$

2.5. Промінь світла падає з повітря під кутом 60° на стос із трьох покладених одна на одну прозорих пластин однакової товщини. Під яким кутом промінь вийде з останньої пластини, якщо показник заломлення першої пластини 1,45, а кожної наступної – на 10% більший, ніж у попередньої? Як залежить відповідь від кількості пластин?

(60° ; не залежить)

2.6. Чи може промінь світла бути криволінійним? Показати приблизний хід променя, що падає під певним кутом із повітря на передню поверхню товстої прозорої пластини, показник заломлення якої зменшується у напрямку задньої поверхні.

2.7. Світловий промінь проходить крізь плоско-паралельну пластину, показник заломлення котрої на шляху променя поступово змінюється від $n_1 = 1,36$ до $n_2 = 1,92$. Під яким кутом ϑ_2 промінь падає на поверхню на виході з пластини, якщо на вході він заломлюється під кутом $\vartheta_1 = 45^\circ$?

($\vartheta_2 = 30^\circ$)

2.8. Промінь світла поширюється у воді ($n = 1,33$). При якому найменшому куті падіння на поверхню води він не вийде назовні?

($48,8^\circ$)

2.9. Промінь світла падає на межу поділу двох середовищ під кутом 30° . Показник заломлення першого середовища становить 2,4. Чому дорівнює показник заломлення другого середовища, якщо відбитий та заломлений промені є взаємно перпендикулярними?

(1,38)

2.10. Знайти кут падіння променя на поверхню пластини з показником заломлення 1,732, якщо кут заломлення вдвічі відрізняється від кута падіння

(60° або 30°)

2.11. При падінні променя на поверхню прозорої пластинки під кутом $59,1^\circ$ відбитий та заломлений промені виявилися взаємно перпендикулярними. Чому дорівнюватиме кут між відбитим та заломленим променями при куті падіння 45° ?

(110°)

2.12. При падінні світла на прозору пластинку з показником заломлення 1,732 виявилось, що кути падіння та заломлення пов'язані співвідношенням $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = 1$. Знайти кути α і β .

(60°; 30°)

2.13. При падінні променя світла з повітря на прозору пластинку виявилось, що відбитий та заломлений промені є взаємно перпендикулярні, а довжина світлової хвилі при переході в пластинку змінилася на 30%. Знайти кут падіння променя на пластинку.

(55°)

2.14. Промінь, який падає на білий аркуш паперу під кутом $\alpha = 45^\circ$, утворює на ньому світну цятку. На яку відстань l вона переміститься, якщо на папір покласти скляну пластину товщиною $h = 10$ см? Показник заломлення скла $n = 1,41$.

$$\left(l = h \left(\operatorname{tg} \alpha - 1 / \sqrt{(n / \sin \alpha)^2 - 1} \right) = 4,2 \text{ см} \right)$$

2.15. Промінь падає під кутом $\alpha = 45^\circ$ на скляну пластину товщиною $h = 10$ см із показником заломлення $n = 1,41$. Знайти зміщення d променя на виході з пластинки.

$$\left(d = h \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) = 3,0 \text{ см} \right)$$

2.16. Аквалангіст, який стоїть на дні водойми, бачить відбитими від гладкої поверхні води, як у дзеркалі, предмети розташовані на дні на відстані $\geq 8,2$ м від нього. Оцінити зріст аквалангіста при глибині водойми 4,5 м. Для води $n = 1,33$.

(181 см)

2.17. Рибалка, розглядаючи прямо під собою камінець на дні озера, оцінює його глибину в 3 м. Яку глибину має озеро насправді? Показник заломлення води 1,33.

(4 м)

2.18. Людина розглядає з кімнати предмет, який знаходиться за вікном на відстані $l = 1$ м від нього. Якої відносної похибки $\varepsilon (\%)$ припускається людина при окомірній оцінці розташування предмета, якщо товщина шибки $d = 3$ мм і показник заломлення $n = 1,5$? Як буде змінюватися ця похибка при віддаленні предмета від вікна?

$$\left(\varepsilon = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{l} = 0,1\% \right)$$

2.19. Між двома складеними прозорими круглими пластинами товщиною по 6,5 мм і діаметром 10 см точно по центру розміщений круглий чорний папірець із радіусом рівним товщині пластини. На поверхні однієї з пластин у центрі знаходиться точкове джерело світла. Знайти радіус тіні, яку відкидає папірець на поверхню іншої пластини, якщо показник заломлення першої $n_1 = 1,41$, а другої $n_2 = 2,1$. Розглянути випадки, коли джерело знаходиться на: а) першій і б) другій пластині.

(а) 10 мм; б) 10 см)

2.20. Довести, що при невеликих кутах падіння променя на призму з малим заломлюючим кутом ϑ кут його відхилення на виході не залежить від кута падіння і складає $\delta = (n - 1)\vartheta$, де n – показник заломлення призми.

2.21. Промінь, який падає на бічну грань трикутної призми під кутом, рівним заломлюючому куту призми φ , виходить через другу бічну грань теж під кутом φ . Чому дорівнює показник заломлення призми n ?

$$\left(n = 2 \cos \frac{\varphi}{2} \right)$$

2.22. Промінь, що падає на бічну грань трикутної призми під кутом $\alpha = 40^\circ$, виходить через другу бічну грань під таким самим кутом. Чому дорівнює заломлюючий кут призми φ , якщо показник заломлення призми $n = 1,68$?

$$\left(\varphi = 2 \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) = 45^\circ \right)$$

2.23. Світло падає на бічну грань скляної ($n = 1,5$) прямокутної (заломлюючий кут 90°) призми. Довести, що жоден промінь, який після заломлення потрапляє теж на бічну грань, не пройде крізь неї.

2.24. Предмет знаходиться між лінзою та її фокусом. Відстань між зображенням предмета й лінзою дорівнює 30 см, а відношення висоти зображення до висоти предмета дорівнює 0,4. Знайти оптичну силу лінзи.

$$(-2 \text{ дптр})$$

2.25. Хлопчик читає книжку, тримаючи її на відстані 16 см від очей. Якої оптичної сили окуляри він має носити, якщо відстань найкращого зору для людини з нормальним зором складає 25 см?

$$(-2,25 \text{ дптр})$$

2.26. Зображення предмета, який знаходиться між лінзою та її фокусом, є збільшеним у 3 рази. Чому дорівнює відношення відстані f між зображенням та лінзою до фокусної відстані лінзи F ?

$$(2)$$

2.27. При збільшенні відстані між предметом та угнутою лінзою від d до $2d$ відстань між лінзою та зображенням змінюється від $f_1 = 20$ см до $f_2 = 25$ см. Чому дорівнює величина d ?

$$(0,5 \text{ м})$$

2.28. Паралельний пучок променів падає на тонку збірну лінзу з оптичною силою $D = 5$ дптр під кутом $\alpha = 61^\circ$ до головної оптичної осі. На якій відстані від лінзи треба розмістити екран, аби побачити на ньому сфокусовану світну цятку? На якій відстані від головної осі вона буде розташована?

$$(20 \text{ см}; 36 \text{ см})$$

3. Інтерференція

- 3.1. Зв'язок між різницею фаз δ і різницею ходу променів Δ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

- 3.2. Ширина інтерференційної смуги при двопроменевій інтерференції:

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{\varphi},$$

φ – кутова відстань між джерелами.

- 3.3. Оптична різниця ходу променів при відбиванні від пластини:

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}$$

- 3.4. Радіуси кілець Ньютона за відсутності речовини між лінзою та пластинкою:

темні кільця

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

світлі кільця

$$r_k = \sqrt{(2k+1)R\lambda/2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- 3.5. Час τ і довжина l когерентності світла

$$\tau \approx \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}, \quad l = c\tau \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

3.1. На шляху променя, що поширюється в повітрі, розміщують скляну ($n = 1,5$) пластинку завтовшки 20 мкм. Як і на скільки при цьому змінюється оптична довжина шляху (оптичний хід) променя, якщо він падає на пластинку: а) нормально і б) під кутом 60° ?

(10 мкм; 14,4 мкм)

3.2. Різниця ходу двох когерентних монохроматичних хвиль у деякій точці простору дорівнює $1,5\lambda$. Чому дорівнює різниця фаз коливань, що збуджуються хвилями в цій точці.

(3π)

3.3. Два паралельні промені, відстань між якими складає d , падають на скляну призму, як показано на рис. 1. Визначити оптичну різницю ходу Δ цих променів після заломлення у призмі, якщо її заломлюючий кут дорівнює θ .

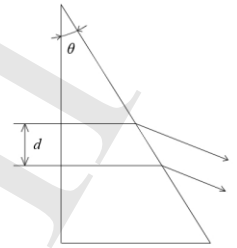


Рис. 1

3.4. Відносна спектральна ширина випромінювання гелій-неонового лазера $(\Delta\omega/\omega) \approx 10^{-10}$, довжина хвилі 632,8 нм. Оцінити час та довжину когерентності цього випромінювання.

($\approx 20 \cdot \text{мкс}$; $\approx 6 \text{ км}$)

3.5. У випромінюванні криптонової лампи, що використовується в еталоні одиниці довжини, помаранчева лінія $\lambda = 605,78 \text{ нм}$ має довжину когерентності 0,8 м. Оцінити для цієї лінії час когерентності та спектральну ширину, тобто інтервал довжин хвилі $\Delta\lambda$, що випромінюються.

($\approx 3 \text{ нс}$; $\approx 0,5 \text{ пм}$)

3.6. У досліді з біпризмою Френеля на шляху пучка білого світла один раз установлюється синій світлофільтр ($\lambda_1 = 450 \text{ нм}$), а інший – червоний ($\lambda_2 = 630 \text{ нм}$). Як співвідносяться $(\Delta x_2 : \Delta x_1)$ ширини інтерференційних смуг, що спостерігаються?

(7:5)

3.7. Знайти ширину інтерференційних смуг, що спостерігаються на екрані при опроміненні двох вузьких щілин (дослід Юнга), якщо відстань між ними 1 мм, відстань до екрана 1,54 м і довжина світлової хвилі 650 нм. Як зміниться ширина смуг, якщо подвоїти: а) відстань між джерелами; б) відстань до екрана?

(1,0 мм; а) удвічі зменшиться; б) удвічі збільшиться)

3.8. В умовах попередньої задачі одну із щілин накрили тонкою скляною ($n = 1,5$) пластинкою, через що інтерференційна картина на екрані змістилася на 10 смуг. Знайти товщину пластинки.

(13 мкм)

3.9. Дві паралельні вузькі щілини опромінюють світлом $\lambda = 582 \text{ нм}$ і спостерігають інтерференцію на віддаленому від щілин екрані (дослід Юнга). Визначити ширину інтерференційної смуги Δx на екрані, якщо з його центра щілини видно під кутом $\varphi = 2'$.

$$\left(\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = 1,0 \text{ мм} \right)$$

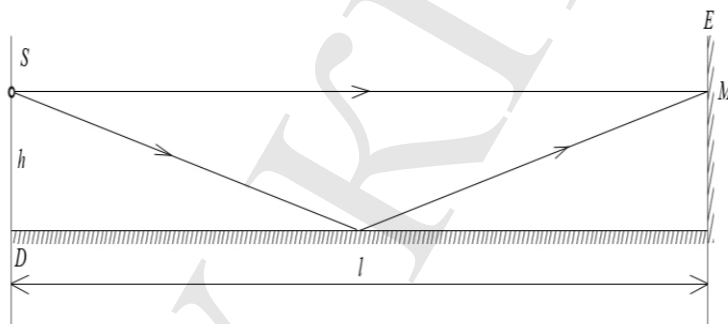
3.10. Інтерференцію від двох когерентних точкових джерел світла із відстанню між ними 0,5 мм спостерігають на екрані, що віддалений від джерел на відстань 2,5 м. Знайти довжину хвилі використаного світла, якщо в центральній зоні шириною 2 см уміщується 8 темних смуг.

(500 нм)

3.11. Визначити довжину світлової хвилі λ в досліді з біпризмою Френеля, якщо відстань від центральної до третьої світлої інтерференційної смуги на екрані $x = 1,65$ мм, відстань від джерел до екрана $l = 1$ м і кутова відстань між уявними джерелами $\varphi = 3,5'$. $(\lambda = 560 \text{ нм})$

3.12 У схемі Ллойда (рис. 2) промені, які потрапляють на екран від джерела S прямо, інтерферують із відбитими від дзеркала D . Що (максимум чи мінімум) спостерігається на лінії дотику дзеркала та екрана? Відповідь обґрунтувати аналізом різниці ходу променів.

Рис. 2.



3.13 У схемі Ллойда (рис. 2) промені, які потрапляють на екран від джерела S прямо, інтерферують із відбитими від дзеркала D . Відстань від джерела до площини дзеркала $h = 1,0$ мм, відстань до екрана $l = 1$ м, довжина світлової хвилі $\lambda = 0,5$ мкм. Визначити вид (максимум чи мінімум) та порядок m інтерференційної смуги в точці M екрана: а) за вказаних умов і б) якщо на шляху променя SM поставити скляну ($n = 1,5$) пластинку товщиною $d = 3,75$ мкм?

(а) мінімум $m = 8$; б) максимум $m = 1$)

3.14 Червоні промені 660 нм, які потрапляють на екран від джерела S прямо (схема Ллойда, рис. 2), інтерферують із відбитими від дзеркала D . При цьому в деякій точці екрана утворюється максимум п'ятого порядку. Знайти товщину скляної ($n = 1,5$) пластинки, яку треба поставити на шляху променя (якого?), аби в указаній точці утворився максимум десятого порядку?

(2,2 мкм)

3.15 У схемі Ллойда (рис. 2) промені, що безпосередньо потрапляють на екран від джерела S , інтерферують із відбитими від дзеркала D . Відстань від джерела до площини дзеркала $h = 1,0$ мм, відстань до екрана $l = 1$ м, довжина світлової хвилі $\lambda = 600$ нм. Визначити ширину інтерференційних смуг Δx на екрані.

$$\left(\Delta x = \frac{\lambda l}{2h} = 0,3 \text{ мм} \right)$$

3.16 При якій найменшій товщині $b_{\min}$ мильна плівка ($n = 1,33$) при опроміненні білим світлом і спостереженні у відбитих променях буде забарвленою в зелений колір ($\lambda = 550$ нм)? Світло падає на плівку під кутом $\alpha = 60^\circ$.

$$\left(b_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 0,14 \text{ мкм} \right)$$

3.17 Якщо вкрити водяною ($n = 1,33$) плівкою скляну пластинку опромінити по нормалі білим світлом, то вона виглядає забарвленою в червоний колір ($\lambda_1 = 650$ нм). Який колір (довжину хвилі λ_2 , нм) матиме поверхня пластинки при опроміненні під кутом $\alpha = 45^\circ$?

(551 нм, зелений)

3.18 При опроміненні білим світлом мильної плівки, що затягує вертикально розташований каркас, у відбитих променях спостерігаються кольорові інтерференційні смуги рівної товщини. Чому безпосередньо перед тим, як луснути, плівка стає чорною?

3.19 Якщо на поверхні лінзи з показником заломлення n нанести тонкий шар (плівку) прозорої речовини із показником заломлення $n_{пл} = \sqrt{n}$, то світлові промені, що відбиваються від поверхонь плівки, мають майже однакову інтенсивність. Тому при певній товщині плівки монохроматичне світло, що падає на лінзу, практично не відбивається від неї через інтерференцію (просвітлення оптики). Визначити, яку товщину h має мати для цього плівка при заданій довжині хвилі λ і нормальному падінні світла.

$$\left(h = \frac{(2m+1)\lambda}{4\sqrt{n}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \right)$$

3.20 На поверхню скляної пластинки ($n = 1,45$) нанесли прозору плівку із показником заломлення $n_{пл} = 1,22$. При якій найменшій товщині плівки і нормальному падінні променів на пластинку вона не буде відбивати зеленого світла ($\lambda = 550$ нм)?

($\approx 0,1$ мкм)

3.21 Тонкий скляний ($n = 1,55$) клин із кутом між гранями $\vartheta = 2'$ опромінюється по нормалі монохроматичним світлом. Визначити довжину світлової хвилі λ , якщо у відбитих променях відстань між першою та одинадцятою інтерференційними темними смугами $l = 3$ мм.

$$\left(\lambda = \frac{1}{5} n l \vartheta = 541 \text{ нм} \right)$$

3.22 На скляний ($n = 1,5$) клин із кутом $\vartheta = 1'$ нормально падає пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ мкм. Визначити ширину Δx інтерференційних смуг, що спостерігаються біля поверхні клина у відбитих променях.

$$\left(\Delta x = \frac{\lambda}{2n\vartheta} = 0,63 \text{ мм} \right)$$

3.23 Між двома прозорими плоско-паралельними пластинками поклали волосину, внаслідок чого утворився тонкий повітряний клин. Визначити кут клина, якщо при його опроміненні по нормалі світлом $\lambda = 582$ нм у відбитих променях утворюються інтерференційні смуги з шириною $\Delta x = 1,0$ мм.

($1,0'$)

3.24 На тонкий клин нормально падає світло із ступенем монохроматичності $(\lambda/\Delta\lambda) = 100$. При цьому кількість інтерференційних смуг на поверхні клина, що припадає на одиницю довжини, $n = 40 \text{ см}^{-1}$. На якій відстані l від вершини клина зникають інтерференційні смуги?

(2,5 см)

3.25 При опроміненні по нормалі тонкого скляного ($n = 1,5$) клина пучком червоного світла із довжиною хвилі 630 нм у відбитих променях утворюються інтерференційні смуги шириною 0,5 мм. Знайти кут клина.

(1,44')

3.26 Тонкий скляний ($n = 1,5$) клин з кутом $\vartheta = 1,5'$ і довжиною $l = 5 \text{ см}$ опромінують по нормалі через червоний світлофільтр $\lambda = 650 \text{ нм}$ і спостерігають інтерференційні смуги у відбитих променях. Знайти ширину полоси пропускання фільтра $\Delta\lambda$, якщо смуги займають половину поверхні клина.

(13 нм)

3.27 Плоско-опукла лінза, що лежить на плоскій скляній пластині опуклою стороною донизу, освітлюється нормально світлом із довжиною хвилі $\lambda = 600 \text{ нм}$. При цьому відстань між 4-м і 25-м темними кільцями Ньютона у відбитому світлі $\Delta r = 3 \text{ мм}$. Визначити радіус кривизни R лінзи.

(2 м)

3.28 При спостереженні кілець Ньютона у відбитих променях відстань між другим і третім темним кільцем $\Delta r_1 = 1 \text{ мм}$. Чому дорівнює відстань Δr_2 між 20-м і 21-м темними кільцями?

(0,35 мм)

3.29 При спостереженні кілець Ньютона в лінзі з радіусом кривизни $R = 5 \text{ м}$ у відбитих променях радіус одного з кілець виявився рівним $r = 5,0 \text{ мм}$, а його ширина $\Delta r = 0,25 \text{ мм}$. Визначити довжину хвилі λ опромінюючого світла.

(500 нм)

3.30 При візуальному спостереженні кілець Ньютона у відбитих монохроматичних променях із довжиною хвилі $\lambda = 600 \text{ нм}$ видно всього $m = 9$ темних кілець. Знайти радіус кривизни лінзи R , якщо роздільна спроможність ока людини $\Delta r = 0,2 \text{ мм}$.

($R = 2,27 \text{ м}$)

3.31 Спектр натрію містить дві близькі лінії ("жовтий дублет") з довжиною хвилі 589,0 нм і $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$. Визначити порядок (номер) m темного кільця Ньютона для однієї з них, яке співпадає з $m+1$ кільцем для іншої. Спостереження проводять у відбитих променях.

(982)

3.32 Коли в установці для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою та пластинкою заповнили прозорою рідиною, радіуси темних кілець у відбитому світлі зменшились у $k = 1,2$ рази. Визначити показник заломлення n рідини.

($n = k^2 = 1,44$)

4. Дифракція

4.1. Зовнішній радіус зони Френеля

$$r_k = \sqrt{k\lambda \frac{ab}{a+b}}, \quad k = 1, 2, \dots - \text{номер зони}$$

4.2. Умова мінімумів при дифракції Фраунгофера на щілині

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.3. Умова головних максимумів при дифракції Фраунгофера на ґратці

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.4. Умова мінімумів при дифракції Фраунгофера на ґратці

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda, \quad k' = 1, 2, 3, \dots, \text{крім } k' = 0, N, 2N, \dots$$

4.5. Формула Бреґґа

$$2d \sin \vartheta = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.6. Кутова дисперсія ґратки

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}$$

4.7. Роздільна здатність ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = kN,$$

N – кількість щілин ґратки

4.8. Роздільна здатність об'єктива

$$R = \frac{d}{1,22\lambda}, \quad R = \frac{1}{\delta \varphi}$$

d – діаметр об'єктива.

Зони Френеля

4.1. На відстані 1 м від точкового джерела світла з довжиною хвилі 540 нм розміщено непрозорий екран із круглим отвором діаметром 5 мм. Визначити зовнішній радіус третьої зони Френеля в отворі для точки спостереження, що знаходиться на осі системи на відстані 1 м від отвору по інший бік від джерела.

(0,9 мм)

4.2. На круглий отвір у непрозорому екрані нормально падає плоска монохроматична хвиля $\lambda = 600$ нм. Обчислити сумарну площу перших трьох зон Френеля в отворі для точки спостереження розташованої напроти центра отвору на відстані $b = 5$ м від нього.

(28,3 мм²)

4.3. Паралельний пучок світлових променів із довжиною хвилі 625 нм нормально падає на круглий отвір діаметра 5 мм у непрозорій площині. Яка кількість зон Френеля буде повністю відкритою при спостереженні дифракції пучка з точки, розташованої на відстані 2,5 м від отвору в напрямку падаючих променів? Максимум, чи мінімум інтенсивності спостерігатиметься в цій точці?

(4; мінімум)

4.4. Плоска монохроматична хвиля інтенсивністю I_0 падає нормально на непрозору площину з круглим отвором. Визначити інтенсивність I світла за площиною в точці, для котрої в отворі вміщується:

- одна зона Френеля;
- зовнішня або внутрішня половина першої зони Френеля;
- половина першої зони Френеля, якщо зона перекрита вздовж діаметра.

(4 I_0 ; 2 I_0 ; I_0)

4.5. На екрані спостерігається дифракційна картина від круглого отвору в непрозорій пластині, що освітлюється монохроматичним точковим джерелом. В отворі вміщується одна зона Френеля. Як зміниться освітленість у центрі картини, якщо пластину прибрати?

(зменшиться в 4 рази)

4.6. На круглий отвір у непрозорій площині радіуса $r = 1$ мм падає нормально паралельний пучок світла із довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. На якій максимальній відстані $b_{\max}$ від отвору в центрі дифракційної картини на екрані спостерігатиметься темна пляма?

$$\left(b_{\max} = \frac{r^2}{2\lambda} = 1,0 \text{ м} \right)$$

4.7. Точкове джерело світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм розміщено на відстані $a = 2$ м перед діафрагмою з отвором радіуса $r = 1$ мм. Що спостерігається в центрі дифракційної картини на екрані, розміщеному від діафрагми на відстані: а) $b = \infty$; б) $b = 50$ см; в) $b = 22$ см?

(а, б – світла цятка; в) – темна цятка)

4.8. Між точковим джерелом світла та екраном переміщується діафрагма з круглим отвором радіуса $r = 1$ мм так, що відстань між нею та джерелом змінюється від $a_1 = 1$ м до $a_2 = 1,75$ м. Скільки разів спостерігатиметься затемнення в центрі дифракційної картини на екрані, якщо довжина світлової хвилі $\lambda = 500$ нм і відстань між джерелом та екраном $l = 2$ м?

(3)

Дифракція Фраунгофера

4.9. Паралельний пучок променів із довжиною хвилі λ падає нормально на щілину шириною $b = 4\lambda$. Під яким кутом дифракції φ спостерігається мінімум другого порядку? Яким буде цей кут при спостереженні у воді ($n = 1,33$)?

(30°; 22,08°)

4.10. Якого найбільшого порядку дифракційний максимум можна спостерігати при нормальному опроміненні щілини шириною 1,5 мкм світлом із довжиною хвилі 500 нм?

(Другого)

4.11. Знайти ширину щілини, якщо при опроміненні її по нормалі світлом із довжиною хвилі 700 нм другий дифракційний максимум спостерігається під кутом 1°.

(80 мкм)

4.12. Довжину хвилі λ випромінювання лазера визначають за допомогою дифракції на щілині ширини $b = 20$ мкм. Дифракційні смуги спостерігають на екрані, розміщеному у фокальній площині лінзи з фокусною відстанню $F = 10$ см. Визначити λ , якщо відстань між першими темними дифракційними смугами складає $\Delta x = 6,3$ мм.

$$\left(\lambda \approx \frac{b\Delta x}{2F} = 630 \text{ нм} \right)$$

4.13. На щілину ширини $b = 40$ мкм падає нормально плоска світлова хвиля $\lambda = 0,5$ мкм. Визначити ширину Δx центрального дифракційного максимуму на екрані, що розміщений за щілиною на відстані $L = 0,8$ м від неї.

$$\left(\Delta x = \frac{2\lambda L}{b} = 2 \text{ см} \right)$$

4.14. Показати графік кутового розподілу $I(\sin \varphi)$ інтенсивності світла на екрані при нормальному опроміненні дифракційної ґратки з кількістю штрихів $N = 4$ і відношенням періоду до ширини щілини $(d/b) = 3$ паралельним пучком променів із довжиною хвилі λ . Яка кількість m головних максимумів міститься у межах центрального максимуму дифракції від однієї щілини ґратки? Які головні максимуми m' не можуть спостерігатися?

($m = 5$; $m' = 3, 6, 9$)

4.15. Показати вигляд кутового розподілу $I(\sin \varphi)$ інтенсивності на екрані при фраунгоферовій дифракції на ґратці з трьох щілин і з відношенням періоду ґратки до ширини щілини: а) 2; б) 3.

4.16. Світло падає нормально на дифракційну ґратку з великою кількістю штрихів. Як зміниться відстань між дифракційними максимумами на екрані, якщо: а) в проміжках між штрихами нанести додаткові штрихи; б) перекрити щілини через одну; в) перекрити непрозорою перешкодою половину робочої частини ґратки?

4.17. У дифракційній ґратці, що опромінюється по нормалі монохроматичним світлом, головний максимум першого порядку спостерігається під кутом дифракції $2,5^\circ$. Знайти кут дифракції для головного максимуму третього порядку.

($7,5^\circ$)

4.18. У дифракційній ґратці, що по нормалі опромінюється монохроматичним світлом, головний максимум першого порядку спостерігається під кутом 23° . Знайти кут дифракції для максимуму третього порядку.

(Не спостерігається)

4.19. У дифракційній ґратці, що по нормалі опромінюється монохроматичним світлом, головний максимум третього порядку спостерігається під кутом дифракції 25° . Під яким кутом утворюється останній головний дифракційний максимум? Скільки всього головних дифракційних максимумів утворюється на екрані?

($80^\circ 26'$; 15)

4.20. Визначити довжину хвилі λ світла, що падає нормально на дифракційну ґратку з періодом $d = 20$ мкм, якщо кутова відстань між головними фраунгоферовими максимумами порядків $m_1 = 1$ і $m_2 = 3$ складає $\delta = 3^\circ$.

($\lambda = d\delta / (m_2 - m_1) \approx 524$ нм)

4.21. Визначити довжину хвилі λ світла, що падає нормально на дифракційну ґратку з періодом $d = 10$ мкм, якщо кутова відстань між головними фраунгоферовими максимумами першого та другого порядку складає $\delta = 30^\circ$.

($\lambda = \frac{d \sin \delta}{\sqrt{5 - 4 \cos \delta}} \approx 403$ нм)

4.22. На дифракційну ґратку з кількістю штрихів $f = 500$ 1/мм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 540$ нм. Скільки головних максимумів дифракції можна одержати на екрані за допомогою цієї ґратки?

(7)

4.23. При нормальному опроміненні ґратки світлом із довжиною хвилі 535 нм один із головних максимумів дифракції спостерігається під кутом 35° , а всього на екрані спостерігається 11 головних максимумів. Знайти період ґратки.

(2,8 мкм)

4.24. При якій максимальній довжині світлової хвилі λ можна спостерігати дифракцію на ґратці з періодом d , якщо промені падають: а) нормально; б) похило?

$$(а) \lambda = d; \quad б) \lambda = 2d$$

4.25. Відомо, що спектральні параметри ґратки покращуються із збільшенням порядку дифракційного спектра m (див. ф-ли 4.6, 4.7). Але використання спектрів високих порядків заважає їхнє перекривання. Знайти:

- величину m , при якій спектри порядку m і $m+1$ вже перекриваються при опроміненні ґратки світлом в інтервалі довжин хвилі $(\lambda \div (\lambda + \Delta\lambda))$;
- не перекритий інтервал довжин хвилі $\Delta\lambda_0$ у спектрі порядку m ;
- обчислити m і $\Delta\lambda_0$ для білого світла ($\lambda = (400 \div 750) \text{ нм}$).

$$\left(m > \frac{\lambda}{\Delta\lambda}; \quad \Delta\lambda_0 = \frac{\lambda}{m}; \quad m = 2, \quad \Delta\lambda_0 = 200 \text{ нм.} \right)$$

4.26. На дифракційну ґратку з періодом 4 мкм по нормалі падає випромінювання від водневої газорозрядної трубки. За ґраткою встановлено лінзу з екраном у її фокальній площині. Знайти відстань на екрані між лініями, що відповідають довжинам хвилі випромінювання трубки $\lambda_1 = 656 \text{ нм}$ і $\lambda_2 = 486 \text{ нм}$ у спектрі третього порядку, якщо фокусна відстань лінзи $f = 0,4 \text{ м}$.

$$(7 \text{ см})$$

4.27. На дифракційну ґратку падає по нормалі випромінювання від криптонової газорозрядної трубки. При цьому п'ятий дифракційний максимум для зеленої ($\lambda_1 = 566 \text{ нм}$) лінії спостерігається під кутом $\varphi_1 = 34^\circ 30'$. Визначити кутову відстань $\Delta\varphi$ між цією лінією та фіолетовою лінією ($\lambda_2 = 404 \text{ нм}$) у спектрі третього порядку.

$$(5^\circ 54')$$

4.28. Визначити кутову дисперсію D_φ дифракційної ґратки для довжини хвилі $\lambda = 589 \text{ нм}$ у спектрі першого порядку, якщо для неї кут дифракції складає $\varphi = 10^\circ$.

$$(3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/нм})$$

4.29. Період дифракційної ґратки $d = 2,5 \text{ мкм}$. Визначити кутову дисперсію D_φ (рад/нм) ґратки для довжини хвилі $\lambda = 461 \text{ нм}$ у спектрі першого порядку. Обчислити також лінійну дисперсію D_l (мм/нм), якщо спектр проектується на екран лінзою з фокусною відстанню $F = 1,6 \text{ м}$.

$$\left(D_\varphi = \frac{1}{d\sqrt{1-(\lambda/d)^2}} = 4,07 \cdot 10^{-4} \text{ рад/нм}; \quad D_l = 0,65 \text{ мм/нм} \right)$$

4.30. На дифракційну ґратку довжини $l = 2 \text{ см}$ по нормалі падає червоне світло $\lambda = 0,65 \text{ мкм}$. Дифракцію спостерігають на екрані, що розміщений у фокальній площині лінзи із фокусною відстанню $F = 50 \text{ см}$. При цьому кут дифракції для максимуму третього порядку складає $\varphi = 30^\circ$. Обчислити період ґратки d та її

роздільну здатність R і лінійну дисперсію D_l (мм/нм) у спектрі третього порядку для вказаного світла.

$$\left(d = \frac{3\lambda}{\sin \varphi} = 3,9 \text{ мкм}; \quad R = \frac{3l}{d} = 1,54 \cdot 10^4; \quad D_l = \frac{F \operatorname{tg} \varphi}{\lambda} = 0,44 \text{ мм/нм} \right)$$

4.31. Період дифракційної ґратки $d = 0,01$ мм. Яку найменшу кількість штрихів N та робочу довжину l вона має мати, аби розділяти компоненти жовтого дублета натрію $\lambda_1 = 589,0$ нм і $\lambda_2 = 589,6$ нм у спектрі: а) першого та б) другого порядку?

$$(\text{ а) } N = 982; l = 9,8 \text{ мм}; \quad \text{ б) } N = 491; l = 4,9 \text{ мм})$$

4.32. Якою має бути мінімальна довжина l робочої частини дифракційної ґратки, аби вона в спектрі другого порядку розділяла компоненти дублета $\lambda_1 = 313,156$ нм і $\lambda_2 = 313,184$ нм у спектрі атомів ртуті? Період ґратки $d = 2$ мкм.

$$(1,12 \text{ см})$$

4.33. Довжина робочої частини дифракційної ґратки $l = 2$ см, період ґратки $d = 2,5$ мкм. Визначити її роздільну здатність R у спектрі третього порядку. Чому дорівнює найменша різниця довжин хвиль $\delta\lambda$ двох ліній, що розділяються у зеленій ділянці спектра ($\lambda = 550$ нм)?

$$(24000; 0,02 \text{ нм})$$

4.34. Чому мають дорівнювати мінімальна кількість штрихів N і робоча довжина l дифракційної ґратки з періодом 10 мкм, аби вона в спектрі другого порядку розділяла лінії $\lambda_1 = 500,0$ нм і $\lambda_2 = 500,1$ нм?

$$(N = 2500; l = 2,5 \text{ см})$$

4.35. Визначити роздільну здатність R об'єктива діаметром $D = 5$ см та мінімальну відстань Δh між двома точками, віддаленими на $l = 3$ км від об'єктива, які він може розділити. Довжину світлової хвилі прийняти $\lambda = 0,55$ мкм

$$(R = 7,45 \cdot 10^4; \Delta h = 4 \text{ см})$$

4.36. При відбиванні рентгенівських променів від природньої грані монокристала NaCl дифракційний максимум другого порядку спостерігається під кутом ковзання $11^\circ 30'$. Обчислити довжину хвилі рентгенівського випромінювання, якщо період кристалічної ґратки в NaCl складає 280 пм.

$$(55,8 \text{ пм})$$

4.37. Чи будуть спостерігатися дифракційні максимуми при відбиванні від кристала рентгенівських променів із довжинами хвилі в інтервалі $95 \div 130$ пм, якщо відстань між атомними площинами кристала дорівнює $d = 275$ пм?

$$(\text{ так})$$

4.38. На поверхню монокристала гіпсу, відстань між атомними площинами котрого складає $0,303$ нм, падає рентгенівське випромінювання. При куті падіння $75^\circ 31'$ у відбитих променях спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Обчислити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання.

$$(151,7 \text{ пм})$$

5. Поляризація та дисперсія

5.1. Ступінь поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

5.2. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi$$

5.3. Формули Френеля

$$\frac{E_{\perp B}}{E_{\perp \Pi}} = -\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad \frac{E_{\perp 3}}{E_{\perp \Pi}} = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)};$$

$$\frac{E_{\parallel B}}{E_{\parallel \Pi}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} = \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}, \quad \frac{E_{\parallel 3}}{E_{\parallel \Pi}} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} = \frac{4 \cos \alpha \sin \beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}$$

5.4. Кут Брюстера

$$\vartheta_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}$$

5.5. Фазова v та групова u швидкості

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}.$$

5.6. Формули Релея

$$u = v + k \frac{dv}{dk}, \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

5.1. Природне світло після проходження крізь два ідеальні поляризатори втрачає 75% інтенсивності. Визначити кут між площинами пропускання поляризаторів.

$$(45^\circ)$$

5.2. Природне світло інтенсивності I_0 падає на систему з $N = 6$ ідеальних поляризаторів, площина пропускання кожного з яких повернута на кут $\varphi = 30^\circ$ відносно площини пропускання попереднього. Знайти інтенсивність світла I на виході системи.

$$\left(I = \frac{I_0}{2} (\cos \varphi)^{2(N-1)} \approx 0,12 I_0 \right)$$

5.3. Крізь один поляризатор проходить $\eta_1 = 30\%$ інтенсивності падаючого природного світла, а крізь два таких поляризатори – $\eta_2 = 13,5\%$. Знайти кут між площинами пропускання поляризаторів.

$$\left(\varphi = \arccos \left(\frac{\sqrt{\eta_2/2}}{\eta_1} \right) = 30^\circ \right)$$

5.4. Природне світло падає на систему з $n = 5$ недосконалих поляризаторів, площина пропускання кожного з яких складає кут $\varphi = 60^\circ$ із площиною пропускання попереднього. У скільки разів η інтенсивність світла на виході системи буде менша, ніж на вході, якщо в кожному поляризаторі через відбивання та поглинання втрачається $k = 10\%$ інтенсивності падаючого на нього світла?

$$\left(\eta = 2(1-k)^{-n} (\cos \varphi)^{-2(n-1)} = 867 \right)$$

5.5. Пучок природного світла падає зі скла ($n_1 = 1,5$) на воду ($n_2 = 1,33$) під кутом Брюстера. Знайти кут між напрямками падаючого та заломленого променів.

$$(6^\circ 53')$$

5.6. Промінь світла, що є лінійно поляризований в площині падіння, падає з води ($n_1 = 1,33$) на поверхню скляної ($n_2 = 1,5$) пластини. При якому куті падіння промінь не буде відбиватися від пластини?

$$(48^\circ 26')$$

5.7. При якій висоті φ Сонця над горизонтом відбиті від поверхні води ($n = 1,33$) промені будуть максимально поляризовані?

$$\left(\varphi = \operatorname{arccotg} n \approx 37^\circ \right)$$

5.8. Граничний кут повного відбивання на межі скло-повітря дорівнює 45° . Знайти кут Брюстера для скла.

$$(54^\circ 44')$$

5.9. При падінні природного світла на товсту скляну пластинку під кутом Брюстера від верхньої поверхні відбивається $\rho = 7,5\%$ падаючого світлового потоку.

Нехтуючи повторними відбиваннями, визначити ступінь поляризації світла P на виході з пластинки.

$$P = \frac{2\rho(1-\rho)}{1-2\rho(1-\rho)} = 0,16$$

5.10 Ступінь поляризації світлового пучка $P = 0,25$. Знайти відношення $\eta = I_{\text{пр}}/I$ інтенсивностей природньої $I_{\text{пр}}$ та поляризованої I компонент у пучку.

$$\left(\eta = \frac{1}{P} - 1 = 3 \right)$$

5.11 Знайти ступінь поляризації P частково поляризованого світла, в якому інтенсивність поляризованої компоненти складає $\eta = 75\%$ від інтенсивності природньої.

$$(P = \eta/(1+\eta) = 43\%)$$

5.12 Промінь світла зі ступенем поляризації 75% падає на досконалий поляризатор. Знайти відношення максимальної та мінімальної інтенсивності світла на виході з поляризатора при його обертанні навколо променя.

(7)

5.13 Пучок світла зі ступенем поляризації 60% падає на ідеальний поляризатор, площина котрого є розташована під кутом 60° до площини поляризації падаючого світла. Який відсоток інтенсивності падаючого світла пройде крізь поляризатор?

(35%)

5.14 Пучок світла із ступенем поляризації $P = 0,4$ проходить крізь ідеальний поляризатор. Чому дорівнює кут φ між площиною поляризатора та площиною коливань світлового вектора у поляризованій компоненті пучка, якщо інтенсивність світла на виході з поляризатора складає $\eta = 40\%$ інтенсивності на вході?

$$\left(\cos \varphi = \sqrt{\frac{P+2\eta-1}{2P}} \Rightarrow \varphi = 60^\circ \right)$$

5.15 Пучок світла зі ступенем поляризації $P = 40\%$ падає на досконалий поляризатор так, що кут між площиною поляризатора та площиною поляризації світла дорівнює $\varphi_1 = 60^\circ$. При цьому інтенсивність світла на виході з поляризатора складає I_1 . Знайти інтенсивність світла на виході I_2 при величині вказаного кута $\varphi_2 = 30^\circ$.

$$\left(I_2 = I_1 \frac{1+P \cos 2\varphi_2}{1+P \cos 2\varphi_1} = 1,5I_1 \right)$$

5.16 Природнє світло падає під кутом Брюстера на скляну ($n = 1,5$) пластину. Визначити за допомогою формул Френеля коефіцієнт відбивання пластини R та ступінь поляризації P заломленого світла.

$$\left(R = \frac{1}{2} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 = 7,4\%; \quad P = \frac{(n^2 + 1)^2 - 4n^2}{(n^2 + 1)^2 + 4n^2} = 8\% \right)$$

5.17 На поверхню скла під кутом 45° падає природнє світло. За допомогою формул Френеля визначити ступінь поляризації відбитого та заломленого світла.

$$(83\%; 4,4\%)$$

5.18 На одноосний кристал нормально падає плоскополяризоване світло. Кут між площиною поляризації та головним перерізом кристала дорівнює α . Знайти відношення $\eta = (I_z/I_n)$ інтенсивностей звичайного та незвичайного променів.

$$(\eta = \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

5.19 Природнє світло падає перпендикулярно на пластинку кварцу товщиною $d = 0,02$ мм, яку вирізано паралельно до оптичної осі. Обчислити оптичну різницю ходу звичайного та незвичайного променів на виході з пластинки, якщо показники заломлення звичайного та незвичайного променів складають $n_z = 1,544$ і $n_n = 1,553$.

$$(0,18 \text{ мкм})$$

5.20 Лінійно поляризоване світло ($\lambda = 585$ нм) падає нормально на пластинку, вирізану з одноосного кристала паралельно до оптичної осі. При якій найменшій товщині пластинки різниця фаз між звичайним і незвичайним променями на виході дорівнюватиме $(\pi/2)$, якщо показники заломлення звичайного та незвичайного променів дорівнюють $n_z = 1,658$ і $n_n = 1,486$?

$$(d = \lambda/4(n_z - n_n) = 0,85 \text{ мкм})$$

5.21 Визначити зв'язок між груповою швидкістю світла u та показником заломлення n для середовища з відомим законом дисперсії – залежністю показника заломлення від довжини світлової хвилі $n = n(\lambda)$.

$$\left(u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right) \right)$$

5.22 Визначити зв'язок між груповою швидкістю світла u та показником заломлення n для середовища з відомою залежністю показника заломлення від частоти світла $n = n(\omega)$.

$$\left(u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\omega}{n} \cdot \frac{dn}{d\omega} \right)^{-1} \right)$$

5.23 Довести, що дотична до графіка залежності фазової швидкості від довжини хвилі $v = v(\lambda)$ відсікає на осі ординат величину групової швидкості u при заданій довжині хвилі λ .

5.24 Знайти зв'язок між груповою u та фазовою v швидкостями хвилі, якщо закон дисперсії має вигляд: а) $v = \alpha/\sqrt{\lambda}$; б) $\omega = \alpha k^2$; в) $v = \alpha/\omega^2$; г) $\omega = \alpha k$, де λ, k, ω – довжина хвилі, хвильове число та частота, відповідно, і $\alpha = \text{const}$.

$$\left(\begin{array}{llll} \text{а)} u = \frac{3}{2}v; & \text{б)} u = 2v; & \text{в)} u = \frac{v}{3} & \text{г)} v = u \end{array} \right)$$

Квантова фізика

6. Корпускулярні властивості випромінювання

6.1. Енергія та імпульс фотона

$$\varepsilon = \hbar\omega = h\nu, \quad p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}.$$

6.2. Формула Планка

$$u_{\omega} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

6.3. Закон Стефана-Больцмана

$$R = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4\text{)}.$$

6.4. Закон зміщення Віна

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

6.5. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$\hbar\omega = A + \frac{mv^2}{2}.$$

6.6. Короткохвильова межа суцільного рентгенівського спектра

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{eU}.$$

6.7. Комптонівський зсув

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \vartheta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

6.8. Комптонівська довжина хвилі частинки

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$

Фотони

6.1. Обчислити енергію (eВ) та імпульс фотона ультрафіолетового світла з довжиною хвилі 380 нм

$$(3,27 \text{ eВ}; \quad 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с})$$

6.2. Обчислити довжину хвилі та імпульс фотона з енергією 1 МеВ. У скільки разів відрізняється імпульс цього фотона від імпульсу електрона із такою самою кінетичною енергією?

$$(1,24 \text{ пм}; \quad 5,3 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}); \quad \approx 1,4)$$

6.3. Енергія фотона дорівнює 3,0 eВ. З якою швидкістю має рухатись електрон, аби його імпульс дорівнював імпульсу цього фотона?

$$(1,76 \cdot 10^3 \text{ м/с})$$

6.4 У воді ($n=1,33$) поширюється світловий пучок з довжиною хвилі $\lambda = 450$ нм. Знайти енергію фотонів цього світла.

$$(2,1 \text{ eВ})$$

6.5 У пучку монохроматичного світла енергія фотона складає 2,76 eВ. Чому дорівнює довжина хвилі цього світла у склі з показником заломлення 1,5?

$$(300 \text{ нм}).$$

6.6 На якій довжині хвилі працює імпульсний рубіновий лазер, якщо тривалість імпульсу 4 мс, його потужність 1,43 кВт, і в імпульсі випускається $2 \cdot 10^{19}$ фотонів?

$$(694 \text{ нм})$$

6.7 Чутливість сітківки ока людини на довжині хвилі 600 нм (жовте світло) становить $3,3 \cdot 10^{-18}$ Вт. Яка мінімальна кількість фотонів має щосекунди падати на сітківку, аби людина відчувала це світло ?

$$(10)$$

6.8 На поверхню падає пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі 662 нм. Скільки фотонів потрапляє на цю поверхню за 4 с, якщо потік енергії в пучку дорівнює 0,3 Вт?

$$(4 \cdot 10^{18})$$

6.9 Пучок світла падає нормально на плоску дзеркальну поверхню. З якою силою тисне світло на цю поверхню, якщо потік енергії в пучку складає 0,6 Вт?

$$(4 \text{ нН})$$

6.10 Пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм, який падає нормально на чорну поверхню, створює тиск $P = 10$ мкПа. Знайти концентрацію n фотонів в пучку.

$$\left(n = \frac{P\lambda}{hc} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3} \right)$$

6.11 Потік світла з довжиною хвилі $\lambda = 490$ нм, який падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,25$, створює тиск $p = 4,9$ мкПа. Визначити концентрацію n фотонів в потоці.

$$\left(n = \frac{p\lambda}{(1+\rho)hc} = 9,7 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3} \right)$$

6.12 Світло з довжиною хвилі $\lambda = 662$ нм, яке падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,8$, створює тиск $p = 1,0$ мкПа. Яку кількість фотонів N поглинає ділянка поверхні площею $S = 1 \text{ см}^2$ за час $t = 1$ с?

$$\left(N = \frac{p\lambda St}{h} \cdot \frac{1-\rho}{1+\rho} = 10^{21} \frac{1}{c} \right)$$

6.13 Паралельний пучок світла, падає під кутом $\vartheta = 60^\circ$ на плоску поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,6$. Визначити тиск світла на поверхню, якщо об'ємна густина енергії в пучку $w = 10$ мкДж/м³.

$$(p = w(1+\rho)\cos^2 \vartheta = 4 \text{ мкПа})$$

6.14 Під яким кутом падають промені світла з інтенсивністю $0,3 \text{ Вт/см}^2$ на плоску поверхню з коефіцієнтом відбивання $0,6$, якщо вони створюють тиск 4 мкПа?

$$(60^\circ)$$

6.15 Лазерний імпульс з енергією $E = 7,5$ Дж падає під кутом $\theta = 30^\circ$ на пластинку з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,6$. Який імпульс передається пластинці?

$$\left(|\Delta \vec{p}| = \frac{E}{c} \sqrt{1+\rho^2 + 2\rho \cos 2\theta} = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м/с} \right)$$

6.16 Лазерний імпульс з енергією 10 мкДж і тривалістю $0,1$ мкс сфокусовано на дзеркальну поверхню в цятку діаметром 1 мкм. Який тиск на поверхню він створює?

$$(8,5 \cdot 10^5 \text{ Па})$$

Теплове випромінювання

6.17 Відомо, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі 500 нм. Уважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити його енергетичну світність.

$$(64 \text{ МВт/м}^2)$$

6.18 Відомо, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі 500 нм. Уважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити потік енергії, що його випромінює Сонце. Радіус Сонця прийняти $7 \cdot 10^8$ м.

$$\approx 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт})$$

6.19 Виходячи з того, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі 500 нм, оцінити: яку масу внаслідок випромінювання втрачає Сонце за 1 с і за який час Сонце втратило би 1% маси за

незмінних умов випромінювання. Сонце вважати абсолютно чорним тілом, прийняти радіус Сонця $R = 7 \cdot 10^8$ м і масу $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

(≈ 4 млн. т; ≈ 160 млрд. років)

6.20 Потік енергії випромінювання з оглядового віконця плавильної печі площею 6 см^2 дорівнює 34 Вт. Яка температура в печі?

(1000 K)

6.21 Температура верхніх шарів зірки дорівнює 10^4 К. Який потік енергії випромінює 1 м^2 її поверхні? Зірку вважати абсолютно чорним тілом.

($\approx 570 \text{ МВт}$)

6.22 Розплавлена платина має температуру 1773°C . На якій довжині хвилі інтенсивність випромінювання платини є максимальною? Платину вважати абсолютно чорним тілом.

(1,4 мкм)

6.23 Температура нитки розжарювання електричної лампи складає приблизно 2000°C . Якій довжині хвилі відповідає максимум інтенсивності у спектрі випромінювання лампи? Нитку розжарювання електричної лампи вважати абсолютно чорним тілом.

(1,27 мкм)

6.24 Якій довжині хвилі відповідає максимум інтенсивності у спектрі випромінювання чорної пластинки, нагрітої до температури 100°C ?

($\approx 7,7$ мкм)

Фотоефект

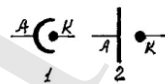
6.25 Фотоелемент опромінюють світлом заданої частоти один раз з інтенсивністю I_1 , а інший – $I_2 = 2I_1$, і в кожному випадку вимірюють вольт-амперну характеристику (ВАХ). Показати на одному рисунку отримані ВАХ.

6.26 Два фотоелементи з катодами із роботами виходу $A_2 > A_1$ опромінюють світлом однієї частоти так, що струми насичення однакові. Зобразити на одному рисунку вольт-амперні характеристики фотоелементів.

6.27 Фотоелемент опромінюють світлом червоної межі. Показати вольт-амперну характеристику фотоелемента.

6.28 Фотоелемент опромінюють світлом один раз із частотою $\omega_1 = 2\omega_0$, а другий раз – із частотою $\omega_2 = 4\omega_0$ (ω_0 – червона межа фотоефекту) і в кожному випадку вимірюють вольт-амперну характеристику (ВАХ). Показати отримані ВАХ на одному рисунку за умови, що струми насичення були однакові.

6.29 Два фотоелементи, мають катоди у формі однакових кульок з одного матеріалу й однакові за площею аноди: перший півсферичний, а другий квадратний. Катоди опромінюють світлом однієї частоти та інтенсивності. Показати на одному рисунку вольт-амперні характеристики фотоелементів.



6.30 До якого максимального потенціалу зарядиться відокремлена мідна кулька ($A = 4,47$ еВ) при її опроміненні ультрафіолетовим світлом із довжиною хвилі 140 нм?

(4,4 В)

6.31 Визначити максимальну швидкість електронів, які вилітають із металу при його опромінюванні γ -квантами з енергією $1,53$ МеВ.

($\approx 2,8 \cdot 10^8$ м/с)

6.32 Визначити червону межу фотоефекту та максимальну швидкість фотоелектронів при опроміненні цинку ($A = 3,74$ еВ) світлом $\lambda = 250$ нм.

(332 нм; $6,6 \cdot 10^5$ м/с)

6.33 Чи буде спостерігатися фотоефект при опроміненні цинку ($A = 3,74$ еВ) видимим світлом ($400 \leq \lambda \leq 750$) нм?

6.34 Яка частина (%) енергії фотона витрачається на роботу виходу електрона з металу з червоною межею фотоефекту 414 нм, якщо затримуюча напруга складає 2 В?

(60%)

6.35 При опроміненні металу максимальна швидкість фотоелектронів дорівнює $2,0 \cdot 10^5$ м/с. На скільки зміниться швидкість фотоелектронів при опроміненні цього металу світлом із частотою більшою на $2 \cdot 10^{13}$ Гц?

($6 \cdot 10^4$ м/с)

6.36 Фотоелемент, на який подано пряму напругу $2,0$ В, опромінюють світлом червоної межі фотоефекту. З якою швидкістю будуть потрапляти фотоелектрони на анод?

($8,39 \cdot 10^5$ м/с)

6.37 Фотоелемент, на який подано зворотню напругу $2,0$ В, опромінюють світлом із довжиною хвилі 400 нм. З якою максимальною швидкістю будуть потрапляти фотоелектрони на анод, якщо робота виходу електронів з катоду дорівнює $1,0$ еВ?

($6,2 \cdot 10^5$ м/с)

6.38 Якщо на фотоелемент подати зворотню напругу $2,49$ В, то фотоелектрони підлітають до анода зі швидкістю $1,5 \cdot 10^6$ м/с. З якою швидкістю вони будуть потрапляти на анод, якщо до фотоелемента прикласти таку саму пряму напругу?

($2 \cdot 10^6$ м/с)

6.39 У скільки разів зміниться затримуюча напруга фотоелемента при збільшенні швидкості вильоту електронів із катода вдвічі?

(4)

6.40 Фотоелемент опромінюють світлом з енергією фотонів 2,0 еВ. Знайти роботу виходу електронів із катода, якщо при збільшенні енергії фотонів у 2 рази затримуюча напруга фотоелемента зростає в 5 разів.

(1,5 еВ)

6.41 При опроміненні світлом металу з роботою виходу електрона 4,0 еВ затримуюча напруга становить 1,0 В. Якою вона стане при опроміненні світлом удвічі меншої довжини хвилі?

(6,0 В)

6.42 У лабораторній роботі по визначенню сталої Планка h вимірюють затримуючу напругу U фотоелемента при опроміненні світлом різної частоти ν . Знайти величину h за результатами досліду та її похибку (%), якщо при частотах $\nu_1 = 0,75$ ПГц і $\nu_2 = 0,37$ ПГц отримали, відповідно, $U_1 = 2,0$ В і $U_2 = 0,5$ В.

 $(6,3 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; 5\%)$

6.43 Фотоелемент спочатку опромінюють фотонами з утричі більшою за роботу виходу енергією, а потім – із удвічі більшою, ніж спочатку, довжиною хвилі. Знайти відношення (v_1/v_2) швидкостей вильоту електронів із катода.

(2)

6.44 Фотоелемент по чергово опромінюють світлом із частотою $\nu_1 = 3\nu_0$ та $\nu_2 = 4\nu_0$ (ν_0 – частота червоної межі фотоефекту). Як співвідносяться кінетичні енергії вирваних електронів ($K_1 : K_2$)?

(2 : 3)

6.45 При по черговому опроміненні фотоелемента світлом із довжиною хвилі 355 нм та 460 нм виявили, що кінетичні енергії фотоелектронів відрізняються в 2 рази. Знайти роботу виходу електронів із катода.

(1,9 еВ)

6.46 При по черговому опроміненні металу світлом довжиною хвилі λ та $n\lambda$, виявили, що швидкості фотоелектронів відрізняються теж у n разів. Знайти червону межу λ_0 фотоефекту для цього металу.

 $(\lambda_0 = (n + 1) \lambda)$

6.47 Скільки фотонів падає на катод фотоелемента за 1 с, якщо струм фотоелемента дорівнює 0,32 мкА? Прийняти, що на кожні п'ять падаючих фотонів припадає один вибитий електрон і фотоелемент працює в режимі насичення.

 (10^{13})

6.48 Знайти максимальний можливий струм фотоелемента з площею катода $0,5 \text{ см}^2$ при опромінюванні його світлом з інтенсивністю $2,0 \text{ Вт/м}^2$ і частотою $4,76 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}$, якщо на кожні 100 фотонів, які падають на катод, припадає 5 фотоелектронів.

(1,6 мкА)

6.49 Фотоелемент у режимі насичення опромінюють світлом довжини хвилі $\lambda = 300$ нм, на якій його спектральна чутливість (відношення фотоструму до енергії світлового потоку, що падає на катод) складає $j = 4,8$ мА/Вт. Знайти квантовий вихід фотоелементу $\eta\%$, тобто кількість фотоелектронів, яка припадає на кожні 100 падаючих фотонів.

$$\left(\eta = \frac{hcj}{e\lambda} = 2\% \right)$$

6.50 На поверхню літію ($A = 2,39$ еВ) падає світло, в якому напруженість електричного поля змінюється за законом $E = E_0(1 + \cos \omega t) \cos \omega_0 t$, де $E_0 = \text{const}$, $\omega = 6,0 \cdot 10^{14}$ 1/с, $\omega_0 = 3,6 \cdot 10^{15}$ 1/с. Чи буде спостерігається фотоелектр. ефект і, коли так, то з якою максимальною швидкістю виходитимуть фотоелектрони?

(так; $\approx 3,7 \cdot 10^5$ м/с)

Гальмівне рентгенівське випромінювання

6.51 На скільки відсотків треба збільшити напругу на рентгенівській трубці, аби довжина хвилі короткохвильової межі гальмівного випромінювання трубки зменшилася на 20%?

(25%)

6.52 При збільшенні напруги на рентгенівській трубці у 1,5 рази довжина хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра змінюється на 26 пм. Знайти початкову напругу на рентгенівській трубці.

(16 кВ)

6.53 Визначити короткохвильову межу λ_0 гальмівного випромінювання рентгенівської трубки, якщо електрони налітають на анод із швидкістю $v = 0,85c$, c – гранична швидкість.

$$\left(\lambda_0 = \frac{h}{(\gamma - 1)mc}, \text{ де } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, m - \text{маса електрона; } \lambda_0 = 2,7 \text{ пм} \right)$$

6.54 З якою швидкістю v налітають електрони на анод рентгенівської трубки, якщо короткохвильова межа спектра її гальмівного випромінювання $\lambda_0 = (h/mc)$, де m – маса електрона?

$$\left(v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с} \right)$$

6.55 Вузкий пучок рентгенівських променів від рентгенівської трубки падає на монокристал NaCl. Мінімальний кут ковзання, при якому ще спостерігається дзеркальне відбивання від системи кристалічних площин із відстанню між ними

$d = 0,28$ нм, дорівнює $\alpha = 4,1^\circ$. Чому дорівнює напруга U на рентгенівській трубці?

$$\left(U = \frac{hc}{4ed \sin \alpha} = 31 \text{ кВ} \right)$$

Ефект Комптона

6.56 В ефекті Комптона довжини хвилі зміщеної компоненти при розсіюванні випромінювання на кути 60° та 120° відрізняються вдвічі. Знайти довжину хвилі λ випромінювання, що падає на мішень.

$$\left(\lambda = \frac{1}{2} \lambda_c = 1,21 \text{ пм} \right)$$

6.57 Визначити зміщену довжину хвилі розсіяного випромінювання в ефекті Комптона, якщо фотони, що налітають на мішень, мають енергію $1,0$ МеВ.

(6 пм)

6.58 В ефекті Комптона розсіюються фотони з енергією $\mathcal{E} = 1,0$ МеВ. Визначити кінетичну енергію електронів віддачі, якщо внаслідок розсіювання довжина хвилі фотона змінюється на $\eta = 25\%$.

$$\left(K = \frac{\eta \mathcal{E}}{1 + \eta} = 0,2 \text{ МеВ} \right)$$

6.59 Мішень опромінюють фотонами, що мають енергію, рівну енергії спокою електрона. Визначити імпульс електронів віддачі при куті розсіювання фотонів 180° .

$$\left(p = \frac{4mc}{3} = 3,64 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с} \right)$$

6.60 Фотон з довжиною хвилі $\lambda = \lambda_c$ (λ_c – комптонівська довжина хвилі електрона) розсіявся на вільному електроні під прямим кутом. Визначити, під яким кутом до напрямку руху падаючого фотона відлетів електрон віддачі.

(33,7°)

6.61 Фотон довжини хвилі $\lambda = 6,0$ пм розсіявся під прямим кутом на вільному нерухомому електроні. Визначити частоту ω' розсіяного фотона та кінетичну енергію електрона віддачі K . Комптонівська довжина хвилі електрона $\lambda_c = 2,43$ пм.

$$\left(\omega' = \frac{2\pi c}{\lambda + \lambda_c} = 2,2 \cdot 10^{20} \text{ рад/с}; \quad K = \frac{hc}{\lambda(1 + \lambda / \lambda_c)} = 60 \text{ кеВ} \right)$$

6.62 Фотон розсіявся під кутом $\theta = 120^\circ$ на вільному електроні, через що він отримав кінетичну енергію $K = 0,45$ МеВ. Визначити енергію фотона $\mathcal{E}$ до розсіювання.

$$\left(\mathcal{E} = \frac{K}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 2mc^2 / K \sin^2(\theta/2)} \right) = 0,68 \text{ MeV} \right)$$

6.63 Фотон з енергією $\mathcal{E} = 0,75 \text{ MeV}$ розсіявся під кутом $\theta = 60^\circ$ на вільному нерухомому електроні. Визначити енергію $\mathcal{E}'$ розсіяного фотона.

$$\left(\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{1 + (\mathcal{E}(1 - \cos\theta)/mc^2)} \approx 0,43 \text{ MeV} \right)$$

6.64 Фотон з енергією $\mathcal{E} = 0,75 \text{ MeV}$ розсіявся під кутом $\theta = 60^\circ$ на вільному нерухомому електроні. Визначити кінетичну енергію K електрона віддачі.

$$\left(K = \frac{\mathcal{E}}{1 + (mc^2/\mathcal{E}(1 - \cos\theta))} \approx 0,32 \text{ MeV} \right)$$

6.65 Фотон з енергією $\mathcal{E} = 0,75 \text{ MeV}$ розсіявся під кутом $\theta = 60^\circ$ на вільному нерухомому електроні. Під яким кутом φ до напрямку руху падаючого фотона відлетів електрон віддачі?

$$\left(\text{tg } \varphi = \frac{\text{ctg}(\theta/2)}{1 + (\mathcal{E}/mc^2)} = 0,7; \quad \varphi \approx 35^\circ \right)$$

7. Хвильові властивості частинок

7.1. Співвідношення де-Бройля

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

7.2. Співвідношення невизначеностей (нерівності Гайзенберґа)

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar;$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Хвилі де-Бройля

7.1. Знайти довжину хвилі де Бройля для:

- а) електрона при швидкості 10^6 м/с;
- б) молекули водню при швидкості 200 м/с;
- в) кульки масою $m = 1$ г при швидкості 1 см/с.

$$(а) 7,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \text{ б) } 9,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \text{ в) } 6,6 \cdot 10^{-29} \text{ м})$$

7.2. Показати, що довжина хвилі електромагнітного випромінювання дорівнює дебройлівській довжині хвилі фотона.

7.3. При якій швидкості електрона його довжина хвилі де Бройля дорівнюватиме 500 нм (видиме світло) та 0,1 нм (рентгенівське випромінювання)?

$$(1,46 \cdot 10^3 \text{ м/с}; 0,73 \cdot 10^7 \text{ м/с})$$

7.4. Визначити швидкість релятивістської частинки із власною масою m_0 , якщо її дебройлівська довжина хвилі дорівнює λ_B .

$$\left(v = \frac{c}{\sqrt{1 + (\lambda_B / \lambda_c)^2}}, \text{ де } \lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} \right)$$

7.5. Знайти довжину хвилі де Бройля а) електрона та б) протона, які прискорено напругою $U = 1$ кВ.

$$(а) 39 \text{ пм}; \text{ б) } 0,91 \text{ пм})$$

7.6. Яку прискорюючу різницю потенціалів U має пройти електрон, аби його довжина хвилі де Бройля дорівнювала 0,1 нм?

$$(150 \text{ В})$$

7.7. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона з кінетичною енергією 5 кеВ.
(17,4 пм)

7.8. На шляху пучка електронів із кінетичною енергією 80 еВ трапляється смуга однорідного електричного поля з напруженістю 60 В/см і шириною 1,0 см, яке є спрямоване в напрямку руху електронів. Як і в скільки разів зміниться дебройлівська довжина хвилі електронів на виході з поля?

(збільшиться в 2 рази)

7.9. Протон рухається по колу радіуса 0,5 см в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 8$ мТл. Визначити довжину хвилі де Бройля протона.
(0,1 нм)

7.10. Отримати вираз для довжини хвилі де Бройля λ_B релятивістської частинки із власною масою m_0 і кінетичною енергією K .

$$\left(\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0K(1+K/2m_0c^2)}} \right)$$

7.11. Знайти кінетичну енергію K електрона, якщо його дебройлівська λ_B та комптонівська λ_c довжини хвилі збігаються. ($\lambda_c = 2\pi\hbar/m_0c$).

$$(K = (\sqrt{2} - 1)m_0c^2 = 0,21 \text{ MeV})$$

7.12. Обчислити довжину хвилі де Бройля λ_B релятивістських електронів, якими бомбардують анод рентгенівської трубки, якщо короткохвильова межа її гальмівного спектра $\lambda = 10$ пм.

$$\left(\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + m_0c\lambda/\pi\hbar}} = 3,3 \text{ пм} \right)$$

7.13. Паралельний пучок електронів, які рухаються із швидкістю 10^6 м/с, падає нормально на діафрагму з довгою щілиною ширини 1 мкм. Знайти ширину центрального дифракційного максимуму (відстань між першими мінімумами) на екрані, розташованому на відстані $l = 50$ см від щілини.

(0,72 мм)

7.14. З якою швидкістю повинні рухатися електрони в умовах попереднього завдання, аби відстань на екрані між другими дифракційними мінімумами дорівнювала 2,9 мм?

($5,0 \cdot 10^5$ м/с)

7.15. Паралельний пучок електронів прискорених різницею потенціалів 25 В падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, відстань між якими $d = 50$ мкм.

Визначити відстань між сусідніми інтерференційними максимумами на екрані, розташованому на відстані $l = 100$ см від щілин.

(4,9 мкм)

7.16. Паралельний пучок монохроматичних електронів, які пройшли прискорюючу напругу U , падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, за якою на відстані 75 см розміщений екран. Відстань між щілинами $d = 25$ мкм. Знайти величину U , якщо відстань між сусідніми максимумами інтерференційної картини на екрані дорівнює 7,5 мкм.

(24 В)

7.17. Вузький пучок електронів з кінетичною енергією $K = 180$ еВ падає на певну грань монокристала нікелю. Відстань між кристалічними площинами, паралельними до даної грані, складає $d = 0,21$ нм. При якому куті ковзання θ електронів, що падають, буде спостерігатися максимум відбивання четвертого порядку?

$$\left(\theta = \arcsin\left(\frac{2h}{d\sqrt{2mK}}\right) \approx 60^\circ \right)$$

7.18. Пучок електронів з кінетичною енергією $K = 180$ еВ падає нормально на поверхню монокристала нікелю. У напрямі, що становить кут $\alpha = 55^\circ$ з нормаллю до цієї поверхні, спостерігається дифракційний максимум 4-го порядку. Знайти відстань d між кристалічними площинами, що є відповідальні за нього.

$$\left(d = \frac{2h}{\sqrt{2mK}} \cos \frac{\alpha}{2} \approx 0,21 \text{ нм} \right)$$

7.19. При падінні електронів, прискорених напругою U_0 , на природну грань монокристала алюмінію під кутом ковзання $\theta = 30^\circ$ у відбитих променях спостерігається дифракційний максимум. Якщо ж напругу збільшити в $\eta = 2,25$ разів, то під тим самим кутом спостерігається максимум наступного порядку. Визначити величину U_0 , якщо відстань між відповідними кристалічними площинами складає $d = 0,20$ нм.

$$\left(U_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2med^2 (\sqrt{\eta} - 1)^2 \sin^2 \theta} = 150 \text{ В} \right)$$

7.20. Частинка маси m знаходиться в одновимірній прямокутній потенційній ямі ширини l із нескінченно високими стінками. Знайти дозволені значення E_n енергії частинки, виходячи з того, що можливі лише такі її стани, коли в межах ями укладається ціла кількість дебройлівських півхвиль частинки.

$$\left(\frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, \dots \right)$$

Принцип невизначеності

7.21. Оцінити невизначеність координати Δx для: а) електрона, б) атома водню, в) дробинки $m = 0,1$ г, якщо швидкість кожної частинки відома з точністю $\Delta v_x = 1$ см/с.

$$(а) \sim 1 \text{ см}, б) \sim 10^{-3} \text{ см}, в) \sim 10^{-26} \text{ см})$$

7.22. Оцінити невизначеність швидкості: а) електрона, б) протона, в) порошинки маси $m = 1$ мкг, якщо їх координати встановлені з невизначеністю $\Delta x \sim 1$ мкм.

$$(а) \sim 10^2 \text{ м/с}, б) \sim 10^{-1} \text{ м/с}, в) \sim 10^{-19} \text{ м/с})$$

7.23. Оцінити невизначеність швидкості Δv електрона в атомі водню, прийнявши розмір атома $d = 0,1$ нм. Порівняти результат із швидкістю v_1 електрона на першій борівській орбіті.

$$(\Delta v \approx 1 \cdot 10^6 \text{ м/с}; \Delta v \sim 0,5 v_1)$$

7.24. Якщо уявити, що положення вільного електрона в початковий момент часу відоме із невизначеністю $\Delta x_0 = 0,1$ нм, то якою Δx за порядком величини вона стане через 1 мс?

$$(\Delta x \sim 1 \text{ км})$$

7.25. Показати, що при невизначеності координати частинки $\Delta x \approx \lambda_B / 2\pi$, (λ_B – довжина хвилі де Бройля), невизначеність її швидкості Δv_x за порядком величини дорівнює самій швидкості.

7.26. В одній із перших моделей атомного ядра вважалось, що воно складається з протонів та електронів. Показати за допомогою співвідношення невизначеностей, що електрони не можуть входити до складу ядра. Лінійні розміри ядра прийняти $\sim 5 \cdot 10^{-15}$ м.

7.27. Електрон із кінетичною енергією $K \approx 4$ еВ є локалізований в області розміром $l = 1$ мкм. Оцінити відносну невизначеність його швидкості $\Delta v / v$.

$$\left(\frac{\Delta v}{v} \sim \frac{\hbar}{l \sqrt{2mK}} \approx 1 \cdot 10^{-4} \right)$$

7.28. При переході атома із збудженого в основний стан випромінюється фотон із середньою довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити ширину $\Delta \lambda$ спектральної лінії, що при цьому випромінюється, прийнявши середній час життя атома у збудженому стані $\Delta t \sim 10^{-8}$ с.

$$\left(\Delta \lambda \sim \frac{\lambda^2}{2\pi c \Delta t} \sim 10^{-5} \text{ нм} \right)$$

7.29. Паралельний пучок електронів нормально падає на щілину ширини $b = 1$ мкм із швидкістю $v = 10^6$ м/с. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити ши-

рину смуги, в яку потрапляють електрони на екрані, віддаленому від щілини на відстань $l = 1$ м.

$$\left(\Delta x \sim \frac{2l\hbar}{bmv} \sim 0,2 \text{ мм} \right)$$

7.30. В електронно-променевій трубці дуже вузький пучок електронів, що вилітають із електронної гармати, створює світну цятку діаметром $d \approx 0,5$ мм на віддаленому на відстань $l = 20$ см екрані. Оцінити невизначеність координати Δx точки потрапляння електрона на екран при прискорюючій напрузі трубки $U = 10$ кВ.

$$\left(\Delta x \approx \frac{2\hbar l}{d\sqrt{2meU}} \sim 10^{-9} \text{ м} \right)$$

7.31. В електронному мікроскопі об'єкти досліджуються за допомогою пучка прискорених швидких (релятивістських) електронів. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити, при якій напрузі U має працювати мікроскоп, аби було можна розрізняти об'єкти із лінійними розмірами $l \sim \lambda_c$, де $\lambda_c = 2\pi\hbar/m_0c$ – комптонівська довжина хвилі електрона.

$$\left(U \geq \frac{m_0c^2}{e}(\sqrt{2} - 1) \approx 210 \text{ кВ} \right)$$

7.32. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити мінімальну енергію $E_{\min}$ квантового лінійного гармонічного осцилятора – частинки маси m , яка рухається в одновимірному потенціальному полі $U(x) = (\kappa x^2/2)$.

$$\left(E_{\min} \approx \hbar \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \hbar \omega, \text{ де } \omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} - \text{класична частота осцилятора} \right)$$

7.33. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити мінімальну енергію E_0 електрона в атомі гідрогену та відповідну відстань електрона від ядра r_0 (розміри атома).

$$\left(E_0 \approx \frac{k^2 m e^4}{2\hbar^2} = 13,6 \text{ еВ}, \quad r_0 \approx \frac{\hbar^2}{k m e^2} = 0,053 \text{ нм}; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

8. Рівняння Шрьодінгера.

- 8.1. Рівняння Шрьодінгера для стаціонарних станів

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

- 8.2. Оператор Лапласа в сферичних координатах для сферично-симетричних функцій

$$\nabla_r^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr}$$

- 8.3. Енергетичний спектр частинки в одновимірному ящику

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- 8.4. Хвильові функції частинки в одновимірному потенціальному ящику

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- 8.5. Енергетичний спектр квантового лінійного гармонічного осцилятора

$$E_\nu = \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

- 8.6. Прозорість прямокутного бар'єра

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot d\right)$$

- 8.7. Прозорість бар'єра заданої форми
- $U(x)$

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)} \cdot dx\right)$$

- 8.8. Середнє значення характеристики мікрочастинки
- $F(x)$
- , залежної від координати,

$$\langle F(x) \rangle = \int F(x) |\psi(x)|^2 dx$$

Частинка в потенціальній ямі. Хвильова функція

8.1. Обчислити мінімальну енергію частинки маси m в одновимірному потенціальному “ящику” (прямокутній нескінченно глибокій ямі) ширини l для: а) електрона при $l = 0,1$ нм (порядок розмірів атома) і б) атома гелію ($m \approx 7 \cdot 10^{-27}$ кг) при $l = 1$ мм.

$$(a) \approx 37 \text{ еВ}, \quad б) \approx 5 \cdot 10^{-17} \text{ еВ})$$

8.2. Частинка маси m знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини l з нескінченно високими стінками. Визначити енергетичний спектр частинки, виходячи з того, що дозволеними є лише такі квантові стани, коли на ширині ями укладається ціла кількість дебройлівських півхвиль частинки. Порівняти результат із виразом (8.3), який випливає з рівняння Шрьодінгера.

$$\left(E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \right)$$

8.3. За допомогою співвідношень невизначеності (7.2) оцінити енергію основного стану E_0 частинки маси m в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини l з нескінченно високими стінками. Порівняти результат із точним виразом (8.3), що випливає з рівняння Шрьодінгера.

8.4. Електрон знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти ширину ями l , якщо різниця енергій рівнів із квантовими числами $n_1 = 2$ і $n_2 = 3$ складає $\Delta E = 0,30$ еВ.

$$(2,5 \text{ нм})$$

8.5. Мікрочастинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини $l = 5,0$ нм із нескінченно високими стінками. Знайти масу частинки, якщо різниця енергій рівнів $n_2 = 3$ і $n_1 = 2$ складає $\Delta E = 7,47$ еВ.

$$\left(m = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l^2 \Delta E} (n_2^2 - n_1^2) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \right)$$

8.6. Частинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. При якому значенні квантового числа n відношення η зазорів ΔE між двома заданими парами енергетичних рівнів складає $\eta = (\Delta E_{n+1,n} / \Delta E_{n,n-1}) = 1,4$?

$$\left(n = \frac{\eta + 1}{2(\eta - 1)} = 3 \right)$$

8.7. Частинка маси m знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини l з нескінченно високими стінками. Користуючись формулою (8.4) для хвильових функцій частинки, записати вираз густини імовірності $\rho_n(x) = dP_n/dx$ перебування частинки в точці з координатою x для стану з квантовим числом n та показати

графіки функції $\rho_n(x)$ для $n = 1, 2, 3$. Яку кількість вузлів (нульових точок) має функція $\rho_n(x)$?

($n + 1$)

8.8. Частинка в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками перебуває в основному стані ($n = 1$). Знайти імовірність P перебування частинки в області: а) $0 \leq x \leq l/3$, б) $l/3 \leq x \leq 2l/3$.

(а) 0,195, б) 0,609)

8.9. Частинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти імовірність P перебування частинки посередині ями в області розміром $1/4$ її ширини, якщо частинка знаходиться в стані: а) $n = 1$, б) $n = 2$.

(а) 0,475 ; б) 0,091)

8.10. Якщо частинка маси m знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі великої ширини l , енергетичні рівні частинки є дуже близькими. Тому густину рівнів (кількість рівнів у одиничному інтервалі енергій), можна обчислювати, як dN/dE . Виходячи з цього, оцінити густину рівнів для вільних електронів у металі, прийнявши $l = 1,0$ см і $E = 6,0$ еВ.

$$\left(\frac{dN}{dE} = \frac{l}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} \approx 2 \cdot 10^{25} \text{ 1/Дж} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ 1/eV} \right)$$

8.11. Частинка маси m знаходиться в двовимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Розміри ями (l_1, l_2). Визначити енергії стаціонарних станів і нормовані ψ -функції частинки.

$$\left(E_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} \right); \quad \psi_{n_1 n_2} = \frac{2}{\sqrt{l_1 l_2}} \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2}; \quad n_1 = 1, 2, \dots; \quad n_2 = 1, 2, \dots \right)$$

8.12. Використавши результатами попередньої задачі, знайти енергію E та кратність виродження K (кількість квантових станів з заданою енергією) четвертого енергетичного рівня частинки, що знаходиться в квадратній ямі $l_1 = l_2 = a$. Записати хвильові функції цих вироджених станів.

$$\left(E = 5 \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}; \quad K = 2 \right)$$

8.13. Частинка маси m знаходиться в тривимірній прямокутній потенціальній ямі з абсолютно непроникними стінками. Розміри ями (l_1, l_2, l_3). Знайти енергії стаціонарних станів частинки та нормовані ψ -функції цих станів.

$$\left(E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} + \frac{n_3^2}{l_3^2} \right); \quad \psi_{n_1 n_2 n_3} = \sqrt{\frac{8}{l_1 l_2 l_3}} \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2} \sin \frac{n_3 \pi z}{l_3}; \right. \\ \left. n_1 = 1, 2, \dots; \quad n_2 = 1, 2, \dots, \quad n_3 = 1, 2, \dots \right)$$

8.14. Використавши результати попередньої задачі, знайти енергію E та кратність виродження K (кількість квантових станів з заданою енергією) шостого рівня частинки в кубічній ямі $l_1 = l_2 = l_3 = a$.

$$\left(E = 7 \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}; \quad K = 6 \right)$$

8.15. Хвильова функція основного стану одновимірного квантового гармонічного осцилятора має вигляд $\psi(x) = Ae^{-\alpha^2 x^2}$, де α – стала, що залежить від параметрів осцилятора. Знайти значення константи A , скориставшись виразом табличного інтеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi / \alpha}.$$

$$\left(A = \sqrt[4]{\frac{2\alpha^2}{\pi}} \right)$$

8.16. Частинка знаходиться в одновимірному полі, де координатна частина її хвильової функції має вигляд $\psi(x) = Ae^{-(x^2/a^2 + ikx)}$. A та a – задані сталі, $i = \sqrt{-1}$. Знайти середнє значення координати частинки $\langle x \rangle$.

$$(\langle x \rangle = 0)$$

8.17. Координатна частина Ψ – функції частинки, що знаходиться в центральному полі, має вигляд $\psi(r) = (A/r)e^{-r/a}$, де r – відстань від центра, a – задана стала. Знайти: а) константу A , б) середнє значення відстані частинки від силового центра $\langle r \rangle$.

$$\left(A = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}}; \quad \langle r \rangle = \frac{a}{2} \right)$$

8.18. Координатна частина Ψ – функції частинки, що знаходиться в центральному полі, має вигляд $\psi(r) = (A/r)e^{-r^2/a^2}$, де r – відстань від силового центра, a – задана константа. Визначити константу A та середню відстань $\langle r \rangle$. *Указівка:* скористатися

табличним виразом $\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}.$

$$\left(A = \frac{1}{\sqrt{\pi a \sqrt{2\pi}}}; \quad \langle r \rangle = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \right)$$

Бар'єри

8.19. Потік вільних частинок із масою m та енергією E , що рухаються уздовж осі OX (рис. 3), у точці $x = 0$ падає на абсолютно непроникну $U = \infty$ стінку (при $x \geq 0$ $U = \infty$). Із рівняння Шрьодінгера з урахуванням умов на межі $x = 0$ отримати вираз

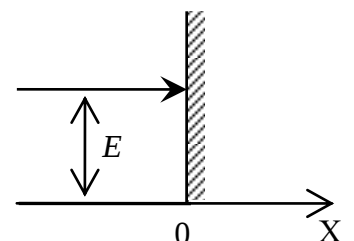


Рис. 3

хвильової функції частинок, і відтак визначити функцію розподілу імовірності $\rho(x)$ й показати її графік. Пояснити отриманий результат, виходячи з хвильових властивостей частинок.

$$\left(\rho(x) = A \sin^2 \left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x \right) \right)$$

8.20. Потік вільних частинок із масою m та енергією E , що рухаються в напрямі осі X , у точці $x = 0$ падає на прямокутний бар'єр висотою $U_0 > E$ нескінченної протяжності (рис. 4). За допомогою рівняння Шрьодінгера і з урахуванням умов на межі ($x = 0$) визначити ψ -функції частинок в обох областях і оцінити:

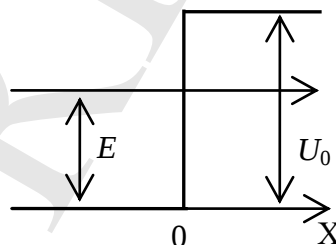


Рис. 4

- а) густину імовірності $\rho(x)$ знаходження частинки в області $x \geq 0$ та показати вид графіка $\rho(x)$;
- б) ефективну глибину проникнення частинок в область бар'єра x_e , тобто відстань, на якій густина імовірності зменшується e разів відносно її величини на стінці;
- в) коефіцієнт відбивання R частинок від бар'єра (за допомогою ψ -функції в області $x \leq 0$).

$$\left(\text{а) } \rho(x) \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} x}; \quad \text{б) } x_e \approx \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(U_0 - E)}}; \quad \text{в) } R = 1 \right)$$

8.21. Потік вільних частинок із масою m та енергією E , які рухаються в напрямі осі X , у точці $x = 0$ налітає на прямокутний потенціальний бар'єр висотою $U_0 < E$ нескінченної протяжності (рис. 5). Із рівняння Шрьодінгера і з урахуванням умов на межі $x = 0$ отримати ψ -функції частинок в обох областях і визначити коефіцієнт відбивання R частинок від бар'єра.

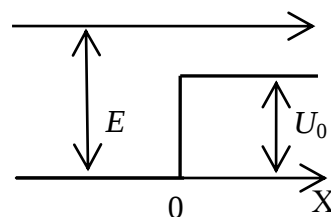


Рис. 5

$$\left(R = \left(\frac{\sqrt{E} - \sqrt{E - U_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E - U_0}} \right)^2 \right)$$

8.22. Частинка з масою m та енергією E рухається уздовж осі X у напрямі прямокутного потенціального бар'єра ширини l і висоти U_0 такої, що $U_0 - E = W > 0$. (рис. 6). Використовуючи формулу (8.4) та приймаючи $l = 0,1$ нм і $W = 1,0$ еВ, знайти прозорість бар'єра для електрона D_1 та протона D_2 .

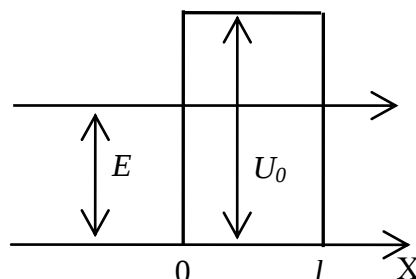


Рис. 6

$$(D_1 \approx 0,35, \quad D_2 \approx 10^{-19})$$

8.23. Знайти у скільки разів η зменшиться прозорість D_1 бар'єра з попередньої задачі для електрона, якщо:

- а) ширина бар'єра збільшиться в $n = 9$ разів;
- б) різниця енергій W зросте в $n = 9$ разів;

$$(a) \eta = D_1^{(1-n)} \approx 4,4 \cdot 10^3; \quad б) \eta = D_1^{(1-\sqrt{n})} \approx 8,2$$

8.24. На ступінчастий прямокутний потенціальний бар'єр (рис. 7) налітає паралельний пучок електронів з енергією $E = 1,0$ еВ і густиною потоку частинок $\varphi_0 = 10^{21} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Визначити імовірність D тунельного проходження електрона крізь цей бар'єр і густину тунельного струму j (А/см^2), який створюють електрони після подолання бар'єра, якщо $U_1 = 1,09$ еВ, $U_2 = 1,16$ еВ і ширина кожної сходинки $d_1 = d_2 = 2,0$ нм.

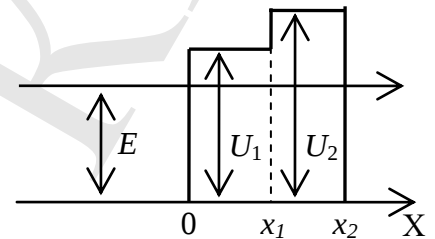


Рис. 7

$$(D = 5,63 \cdot 10^{-7}; j = 90 \text{ мкА/см}^2)$$

8.25. Використовуючи формулу (8.6) для прямоного бар'єра, отримати вираз (8.7) для прозорості бар'єра довільної форми $U(x)$ за умови, що $U_0 > E$. Для частинки з масою m та енергією $E < U_0$ визначити прозорість D потенціального бар'єра, форма та параметри якого показані на рис. 8.

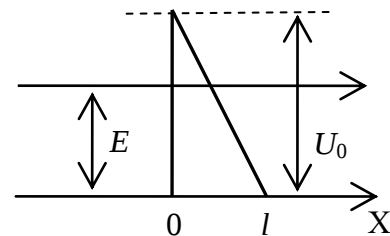


Рис. 8

кут-
ба-

ти
ра-

$$\left(D \approx e^{-\frac{4}{3\hbar U_0} \sqrt{2m(U_0-E)^3} l} \right)$$

8.26. Визначити прозорість D потенціального бар'єра $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$ (рис. 9) Для частинки з масою m та енергією $E < U_0$.

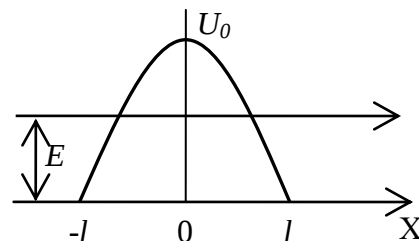


Рис. 9

ба-
ма-

$$\left(D \approx \exp\left(-\pi l (U_0 - E) \sqrt{2m/U_0} / \hbar\right) \right)$$

9. Будова атома

9.1. Радіуси електронних орбіт (борівські радіуси) атома гідрогену в теорії Бора

$$r_n = \frac{\hbar^2}{kme^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

9.2. Енергетичний спектр атома гідрогену та гідроґеноподібних іонів:

$$E_n = -\frac{k^2 m Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

9.3. Узагальнена формула Бальмера:

$$\omega = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}.$$

9.4. Умови квантування орбітального моменту імпульсу електрона:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}; \quad L_z = \hbar m_l.$$

9.5. Орбітальне гіромагнітне співвідношення g та магнетон Бора μ_B :

$$g = \frac{e}{2m}; \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m}.$$

9.6. Умови квантування орбітального магнітного моменту електрона:

$$p = \mu_B \sqrt{l(l+1)}; \quad p_z = \mu_B m_l.$$

9.7. Величина нормального зеєманівського розщеплення енергетичного рівня електрона в зовнішньому магнітному полі:

$$\Delta E = \mu_B B m_l$$

9.8. Закон Мозлі:
загальний:

$$\sqrt{\omega} = C(Z - \sigma)$$

для K_α -ліній легких елементів:

$$\omega = R(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R(Z-1)^2$$

для L_α -ліній:

$$\omega = R(Z-5,5)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R(Z-5,5)^2.$$

9.1. Згідно з класичною електродинамікою, частинка із зарядом q , що рухається з прискоренням $\vec{a}$, неодмінно випускає електромагнітне випромінювання. При цьому швидкість втрати енергії частинки на випромінювання визначається законом

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2kq^2a^2}{3c^3}, \text{ де } c - \text{гранична швидкість, } k = 1/4\pi\epsilon_0.$$

Виходячи з цього, оцінити час τ , за який електрон в атомі гідрогену, що знаходиться на коловій орбіті радіуса $r_0 = 0,05$ нм, мав би впасти на ядро.

$$\left(\tau = \frac{m^2 c^3 r_0^3}{4k^2 e^4} \approx 10^{-11} \text{ c} \right)$$

9.2. У теорії Бора вважається, що під дією кулонівської сили електрон в атомі гідрогену рухається навколо ядра за законами механіки Ньютона по стаціонарних колових орбітах, але лише таких, які задовольняють умову $mvr = n\hbar$, $n = 1, 2, \dots$, (m , v – маса та швидкість електрона). Виходячи з цього,

- вивести формулу (9.1) для радіусів r_n електронних орбіт у атомі гідрогену;
- обчислити швидкість v_1 і частоту обертання ν_1 електрона на першій борівській орбіті.

$$(v_1 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с, } \nu_1 = 6,6 \cdot 10^{15} \text{ об/с})$$

9.3. У теорії Бора вважається, що під дією кулонівської сили електрон в атомі гідрогену рухається навколо ядра по стаціонарних колових орбітах, на яких момент імпульсу електрона задовольняє умову $mvr = n\hbar$. Виходячи з цього та формули (9.1), знайти кількість дебройлівських довжин хвилі електрона, що вкладається на n -й орбіті.

$$(n)$$

9.4. Згідно із законами класичної електродинаміки, електрон, який рухається в атомі гідрогену по n -й борівській орбіті, обов'язково випускає електромагнітне випромінювання з циклічною частотою ω_n , рівною кутовій швидкості обертання по орбіті. Показати, що при $n \rightarrow \infty$ ця частота наближається до частоти фотона, що випромінюється при переході електрона з n -ї на $(n-1)$ -у орбіту.

9.5. У теорії Бора вважається, що під дією кулонівської сили електрон в атомі гідрогену рухається навколо ядра по стаціонарних колових орбітах, на яких момент імпульсу електрона задовольняє умову $mvr = n\hbar$. Виходячи з цього,:

- знайти вирази кінетичної K_n , потенціальної U_n та повної E_n енергії електрона в залежності від номера орбіти n ;
- обчислити значення K_1 , U_1 і E_1 цих енергій для першої орбіти та енергії іонізації атома гідрогену.

$$\left(\begin{array}{l} K_n = \frac{me^4}{2k^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}; \quad U_n = -\frac{me^4}{k^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}; \quad E_n = -\frac{me^4}{2k^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \\ K_1 = 13,6 \text{ eВ}; \quad U_1 = -27,2 \text{ eВ}; \quad E_1 = -13,6 \text{ eВ}; \quad E_i = 13,6 \text{ eВ}. \end{array} \right)$$

9.6. Радіус першої борівської орбіти електрона в атомі гідрогену $r = 0,53 \text{ \AA}$. ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$). Чому дорівнює період обертання T електрона навколо ядра по першій орбіті та індукція магнітного поля B , яке створює цей рух у центрі атома?

$$(T = 1,53 \cdot 10^{-16} \text{ с}; B \approx 12,4 \text{ Тл.})$$

9.7. У скільки разів зменшується радіус електронної орбіти в борівській теорії атома водню при переході електрона з п'ятого енергетичного рівня на другий?

$$(6,25)$$

9.8. Хвильова функція (ψ -функція) електрона в основному стані атома гідрогену має вигляд $\psi = A \exp(-r/r_1)$, де r_1 – перший борівський радіус (див. формулу (9.1)). Визначити константу A .

$$\left(A = \frac{1}{\sqrt{\pi r_1^3}} \right)$$

9.9. Для атома гідрогену в основному стані (див. попередню задачу), визначити:

- густину імовірності dP/dr просторової локалізації електрона в залежності від відстані r до ядра;
- найбільш імовірну відстань r_i електрона від ядра;
- середню відстань $\langle r \rangle$ електрона від ядра;
- середнє значення потенціальної енергії електрона $\langle U \rangle$.

$$\left(\frac{dP}{dr} = \frac{4r^2}{r_1^3} e^{-2r/r_1}; \quad r_i = r_1; \quad \langle r \rangle = \frac{3}{2} r_1; \quad \langle U \rangle = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right)$$

9.10. Нормована хвильова функція електрона в основному стані атома гідрогену має вигляд $\psi(r) = \left(1/\sqrt{\pi r_1^3}\right) e^{-r/r_1}$, де r_1 – найбільш імовірна відстань електрона від ядра. Знайти:

- величину r_i і порівняти її з першим борівським радіусом (формула (9.1));

– енергію E атома водню в основному стані.

Вказівка. Записати рівняння Шрьодінгера (8.1) для атома Гідрогену в сферичних координатах, урахувавши вираз (8.2)

9.11. При свіщенні газорозрядної трубки з воднем електрони в збуджених атомах перебувають на всіх енергетичних рівнях включно з n -м. Підрахувати кількість ліній (частот) у спектрі випромінювання трубки.

$$\left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

9.12. При переході електрона в атомі гідрогену з одного енергетичного рівня на інший енергія атома зменшується на 1,89 еВ. Чому дорівнює довжина хвилі світла, що його випромінює атом?

$$(0,66 \text{ мкм})$$

9.13. Визначити номер спектральної серії атомарного водню n_1 , усі лінії котрої лежать в інфрачервоній частині спектра ($\lambda \geq 0,8 \text{ мкм}$).

$$(\geq 3)$$

9.14. Вирахувати номер спектральної серії атомарного водню n_1 , усі лінії котрої лежать в ультрафіолетовій частині спектра ($\lambda \leq 0,4 \text{ мкм}$).

$$(1)$$

9.15. Визначити довжину хвилі короткохвильовій межі та спектральну область випромінювання атомарного водню для серії Лаймана ($n_1 = 1$), Бальмера ($n_1 = 2$) і Пашена ($n_1 = 3$).

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 91 \text{ нм, далека ультрафіолетова;} \\ \lambda_2 &= 364 \text{ нм, близька ультрафіолетова;} \\ \lambda_3 &= 820 \text{ нм, близька інфрачервона.} \end{aligned}$$

9.16. Найбільша довжина хвилі випромінювання атомарного водню у видимій частині спектра ($0,4 \div 0,8 \text{ мкм}$) становить $\lambda_1 = 0,66 \text{ мкм}$. Визначити довжини хвилі всіх інших спектральних ліній, що потрапляють у видиму область спектра.

$$(\lambda_2 = 0,49 \text{ мкм}; \lambda_3 = 0,43 \text{ мкм}; \lambda_4 = 0,41 \text{ мкм.})$$

9.17. Довжини хвиль у спектрі гідрогеноподібних іонів деякого хімічного елемента в 4 рази коротші, ніж в атомарного водню. Який це елемент?

$$(\text{Гелій})$$

9.18. Визначити, в якого з гідрогеноподібних іонів різниця довжин хвилі головних ліній в перших двох серіях дорівнює 133,6 нм.

$$(Z = 2, \text{ іон } \text{He}^+)$$

9.19. Яку довжину хвилі має мати світло, що є здатне іонізувати атом гідрогену?
($\lambda \leq 91 \text{ нм}$)

9.20. У деякому атомі енергія валентного електрона в незбудженому (основному) стані $E_1 = -3,8 \text{ еВ}$. Чому дорівнює потенціал іонізації φ_i цього атома?
($\varphi_i = -(E_1/e) = 3,8 \text{ В}$)

9.21. Виходячи з того, що перший потенціал збудження атома гідрогену $\varphi_1 = 10,2 \text{ В}$, знайти довжину хвилі головної лінії H_α в серії Бальмера.
($\lambda_\alpha = 656 \text{ нм}$)

9.22. Енергія зв'язку електрона в основному стані атома гелію ($Z = 2$) $E_0 = 24,6 \text{ еВ}$. Знайти енергію, що є необхідна для послідовного видалення з нього обох електронів.
(79 еВ)

9.23. Знайти швидкість електронів, що вириваються електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 18 \text{ нм}$ з нерухомих іонів He^+ в основному стані.
($v = 2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$)

9.24. Атом гідрогену, що перебуває в спокої, випромінює фотон, який відповідає головній лінії серії Лаймана ($n_1 = 1$). Знайти:
– швидкість “віддачі”, яку при цьому отримує атом;
– похибку (%), якої ми припускаємося при розрахунку довжини хвилі випромінювання, не враховуючи ефекту віддачі.
($\approx 3 \text{ м/с}; \approx 5 \cdot 10^{-6} \%$)

9.25. Електрон, який пройшов прискорюючи різницю потенціалів 18 В , влучає в нерухомий незбуджений атом водню й відлітає у зворотньому напрямку зі швидкістю $1,66 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Знайти довжину хвилі фотона, що його випромінює атом унаслідок зіткнення. Кінетичну енергію, яку отримує атом при зіткненні, не брати до уваги.
(122 нм)

9.26. При опроміненні атомарного водню ультрафіолетовим світлом $\lambda = 85 \text{ нм}$ спостерігається фотоіонізація (виривання електронів з атомів). Яку швидкість мають вирвані електрони?
($6 \cdot 10^5 \text{ м/с}$)

9.27. Випромінювання атомарного водню падає нормально на дифракційну ґратку з періодом 5 мкм . При цьому одна із спектральних ліній в дифракційному спектрі п'ятого порядку спостерігається під кутом дифракції 41° . Електронні переходи між якими енергетичними рівнями n_1 і n_2 атома відповідають за цю лінію?
($n_1 = 3, n_2 = 2$)

9.28. Визначити абсолютну $\Delta\lambda$ та відносну $\eta = \Delta\lambda/\lambda$ величину нормального зєсма-нівського розщеплення лінії $\lambda_{\alpha} = 656$ нм у спектрі атомарного водню, при вміщенні в магнітне поле $B = 0,5$ Тл.

$$(\Delta\lambda = eB\lambda^2/4\pi mc = 10^{-11}\text{м}, \quad \eta \approx 1,5 \cdot 10^{-5})$$

9.29. Яку максимальну кількість електронів можуть містити K -, L - та M -оболонка атома?

$$(2; 8; 18)$$

9.30. Атом якого хімічного елемента містить тільки повністю заповнені K - і L -оболонки?

$$(Z = 10, \text{ неон})$$

9.31. В атомі якого хімічного елемента в зовнішній M -оболонці присутня лише повністю заповнена S -підоболонка?

$$(12, \text{ магній}).$$

9.32. За допомогою закону Мозлі обчислити довжину хвилі K_{α} -лінії в характеристичному рентгенівському спектрі наступних легких елементів: алюміній ($Z = 13$), ванадій ($Z = 23$), кобальт ($Z = 27$).

$$(843 \text{ пм}, 251 \text{ пм}, 180 \text{ пм}).$$

9.33. В якого легкого елемента довжина хвилі K_{α} -лінії характеристичного випромінювання $\lambda_{K_{\alpha}} = 1,21$ нм?

$$(Z = 11, \text{ натрій})$$

9.34. У деякого легкого елемента довжина хвилі перших двох ліній K -серії дорівнює $\lambda_{K_{\alpha}} = 275$ пм і $\lambda_{K_{\beta}} = 251$ пм. Знайти довжину хвилі $\lambda_{L_{\alpha}}$ першої лінії L -серії. Який це елемент?

$$\left(\lambda_{L_{\alpha}} = \frac{\lambda_{K_{\alpha}} \lambda_{K_{\beta}}}{\lambda_{K_{\alpha}} - \lambda_{K_{\beta}}} = 0,29 \text{ нм}; \quad Z = 1 + \sqrt{\frac{8\pi c}{3R\lambda_{K_{\alpha}}}} = 22, \text{ титан} \right)$$

9.35. В якого легкого елемента різниця енергій зв'язку електрона в K - і L -оболонках складає $\Delta E = 6,9$ кеВ?

$$\left(Z = 1 + \sqrt{\frac{4\Delta E}{3\hbar R}} = 27, \text{ кобальт Co} \right)$$

9.36. Довжина хвилі короткохвильової межі K -серії характеристичного спектра для титану $\lambda = 249$ пм. Знайти енергію зв'язку електронів у L -оболонці атома титану ($Z = 22$).

$$(0,46 \text{ кеВ})$$

9.37. Рентгенівська трубка з мідним ($Z = 29$) антикатодом працює при напрузі $U = 10$ кВ. Визначити:

- а) довжину хвилі короткохвильової межі спектра гальмівного рентгенівського випромінювання;

- б) чи спостерігатимуться лінії K -серії в характеристичному спектрі міді, якщо довжина хвилі короткохвильової межі K -серії $\lambda = 138$ пм?
- в) на якій відстані $\Delta\lambda$ від межі суцільного спектра знаходитиметься лінія K_α ?

(а) 123 пм, б) так, в) $\Delta\lambda = 32$ пм)

9.38. Антикато́д рентгенівської трубки вкритий ванадієм ($Z = 23$), для якого довжина хвилі короткохвильової межі K -серії дорівнює 227 пм. Яку найменшу напругу потрібно прикласти до цієї трубки, аби в її характеристичному рентгенівському спектрі спостерігалися лінії K - і L -серій?

(5,46 кВ; 0,52 кВ)

9.39. У характеристичному спектрі рентгенівської трубки з мідним антикатодом ($Z = 29$) лінії L -серії починають з'являтися при напрузі $U_1 = 1,05$ кВ. При якій найменшій напрузі U_2 у спектрі з'являться лінії K -серії?

(≈ 8 кВ)

Молекулярна фізика

10. Ідеальний газ

10.1. Кількість речовини (моль)

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \nu = \frac{m}{M}, \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль} = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ 1/кмоль}.$$

10.2. Середня кінетична енергія поступального теплового руху частинки

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$$

10.3. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$P = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle E \rangle$$

10.4. Тиск ідеального газу

$$P = nkT$$

10.5. Тиск суміші газів (закон Дальтона)

$$P = \sum_i P_i$$

10.6. Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона)

$$PV = \nu RT = \frac{m}{M} RT$$

10.1. Поверхневий шар Сонця (фотосфера) складається, головню, з атомів водню і має температуру близько 6000 °С. Чому в такому разі Сонце не втрачає речовину шляхом подолання легкими атомами сил тяжіння за рахунок великої кінетичної енергії теплового руху? Відповідь обґрунтувати розрахунками.

10.2. Протягом місячного дня поверхня Місяця нагрівається до досить високої температури (вище 100°С). Порівнявши газокінетичну і гравітаційну енергії молекул довести, що Місяць не може мати атмосфери.

10.3. Довести закон Дальтона (10.4), який трактує, що тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі їхніх парціальних тисків. Примітка. Парціальним називається тиск даної компоненти суміші за умови, що інші компоненти відсутні.

10.4. У балоні ємністю 20 літрів міститься суміш із 10 г водню й 48 г кисню. Коли суміш підпалили іскрою, то утворилася пара з температурою 300 °С. Визначити тиск у балоні відразу після реакції.

$$(1,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12 \text{ ат})$$

10.5. Припустивши, що повітря ($M = 29$ г/моль) складається, в основному, з кисню та азоту, оцінити масовий вміст η % цих газів в атмосфері.

$$\left(\eta_{\text{O}} = \frac{(M_{\text{N}}/M) - 1}{(M_{\text{N}}/M_{\text{O}}) - 1} = 27,5\%; \quad \eta_{\text{N}} = 1 - \eta_{\text{O}} = 72,5\% \right)$$

10.6. Визначити кількість речовини та кількість молекул, які містяться в 500 г кисню.

$$(15,625 \text{ моль}; 9,41 \cdot 10^{24})$$

10.7. Визначити кількість речовини і кількість молекул, які містяться в 200 г азоту.

$$(7,14 \text{ моль}; 4,3 \cdot 10^{24})$$

10.8. Скільки атомів міститься в: а) $\nu = 0,2$ моль і б) $m = 1$ г ртуті?

$$(\text{а}) 1,2 \cdot 10^{24} ; \text{б}) 3,01 \cdot 10^{21})$$

10.9. Визначити кількість речовини і кількість молекул в 1 см^3 води при 4 °С.

$$(0,056 \text{ моль}; 3,35 \cdot 10^{22})$$

10.10. Визначити масу m_0 молекули води та оцінити її діаметр d , узявши до уваги, що в рідинах молекули щільно прилягають одна до одної.

$$(m_0 = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}, d \approx \sqrt[3]{M / \rho N_A} \approx 0,3 \text{ нм})$$

10.11. Підрахувати молярну масу вуглекислого газу CO_2 .

$$(44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль})$$

10.12. Знайти масу m_0 однієї молекули харчової солі.

$$(8,9 \cdot 10^{-26} \text{ кг})$$

10.13. Знайти молярну масу M суміші, що складається з $m_1 = 25$ г кисню і $m_2 = 75$ г азоту (спрощена «модель» повітря).

$$\left(M = \frac{m_1 + m_2}{(m_1/M_1) + (m_2/M_2)} = 28,9 \text{ г/моль} \right)$$

10.14. Визначити концентрацію молекул n кисню в кількості $\nu = 0,2$ моль, який міститься в посудині об'ємом $V = 2$ л.

$$(6 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3})$$

10.15. В однакових посудинах знаходиться однакова маси в першій – водню, а в другій – кисню при одній температурі. Знайти відношення (n_1/n_2) концентрацій газів.

(16)

10.16. Балон об'ємом $V = 12$ л містить вуглекислий газ. Тиск газу 1 МПа, температура 300 К. Визначити масу газу в балоні.

(212 г)

10.17. Який об'єм займає 1 кмоль ідеального газу при тиску 1 МПа і температурі 400 К?

(3,32 м³)

10.18. У балоні об'ємом 10 л міститься гелій під тиском 1 МПа при температурі 300 К. Яким став тиск у балоні після того, як його перенесли в приміщення з температурою 280 К і витратили 10 г газу?

(352 кПа)

10.19. Балон об'ємом $V = 20$ л заповнений азотом при температурі $t = 400$ °С. Коли частину газу випустили, тиск у балоні знизився на $\Delta p = 200$ кПа при незмінній температурі. Визначити масу Δm випущеного газу.

$$\left(\Delta m = \frac{mV}{RT} \Delta p = 20 \text{ г} \right)$$

10.20. У балоні об'ємом $V = 15$ л міститься аргон ($M = 40$ г/моль) при тиску $p_1 = 600$ кПа й температурі $T_1 = 300$ К. Коли з балона взяли деяку масу газу Δm й температуру понизили до $T_2 = 250$ К, тиск у балоні впав до $p_2 = 200$ кПа. Визначити величину Δm .

$$\left(\Delta m = \frac{MV}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \approx 29 \text{ г} \right)$$

10.21. Дві однакові посудини містять кисень. В одній тиск $p_1 = 2$ МПа і температура $t_1 = 800$ °С, а в іншій $p_2 = 2,5$ МПа і $t_2 = 200$ °С. Визначити тиск у системі після того, як посудини з'єднали тонкою трубкою й охолодили газ до температури $t = 200$ °С.

$$\left(p = \frac{T}{2} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) = 1,7 \text{ МПа} \right)$$

10.22. Обчислити густину азоту при температурі 400 °С і тиску 2 МПа.

(10 кг/м³)

10.23. Визначити молярну масу M газу, що при температурі 154 °С і тиску 1,07 МПа має густину 6,1 кг/м³. Який це газ?

(20,2 г/моль, неон)

10.24. Який об'єм V займає суміш із $m_1=1\text{кг}$ азоту та $m_2 = 1\text{кг}$ гелію за нормальних умов?

$$\left(V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p} = 6,42 \text{ м}^3 \right)$$

10.25. Балон об'ємом $V = 30$ л містить суміш водню та гелію при температурі $T = 300 \text{ К}$ і тиску $p = 828 \text{ кПа}$. Маса суміші $m = 24 \text{ г}$. Визначити масу m_1 водню та масу m_2 гелію в суміші.

$$\left(m_1 = \left(\frac{M_1}{M_2 - M_1} \right) \left(M_2 \frac{pV}{RT} - m \right) = 16 \text{ г}; \quad m_2 = \left(\frac{M_2}{M_2 - M_1} - M_1 \frac{pV}{RT} \right) = 8 \text{ г} \right)$$

10.26. Один балон об'ємом $V_1 = 10$ л містить кисень під тиском $p_1=1,5 \text{ МПа}$, а інший об'ємом $V_2 = 22$ л – азот під тиском $p_2 = 0,6 \text{ МПа}$ при тій самій температурі. Після сполучення балонів утворилася однорідна суміш тієї ж температури. Знайти парціальні тиски компонент і тиск суміші.

(0,88 МПа; 0,47 МПа; 0,41 МПа.)

11. Термодинаміка

11.1. Середня енергія теплового руху молекули

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

i – кількість ступенів вільності молекули.

11.2. Середня квадратична швидкість

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{2\langle E \rangle}{m}}$$

11.3. Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT.$$

11.4. Перше начало термодинаміки

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad Q = \Delta U + A.$$

11.5. Робота газу

$$\delta A = PdV \quad A = \int PdV$$

11.6. Ізохорна C_V та ізобарна C_P молярні теплоємності ідеального газу

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_P = \frac{i+2}{2} R.$$

11.7. Рівняння Майєра

$$C_P - C_V = R$$

11.8. Показник адіабати

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}.$$

11.9. Рівняння Пуасона

$$PV^\gamma = \text{const.}$$

11.10. Термодинамічний коефіцієнт корисної дії η теплового двигуна

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

11.11. Коефіцієнт корисної дії η циклу Карно

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{або} \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

11.1. Визначити внутрішню енергію U 0,5 моль озону O_3 та середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon \rangle$ його однієї молекули при температурі 300°C .

$$(U = 6,56 \text{ кДж}; \quad \langle \varepsilon \rangle = 2,18 \cdot 10^{-20} \text{ Дж})$$

11.2. Кількість гелію $\nu = 1,5$ моль, температура $t = 120^\circ\text{C}$. Визначити сумарну кінетичну енергію E_n його молекул.

$$(E_n = 7,35 \text{ кДж})$$

11.3. Внутрішня енергія одного моля деякого ідеального двохатомного газу із жорсткими молекулами дорівнює $U_m = 6,02$ кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального руху $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ однієї молекули цього газу.

$$\left(\langle \varepsilon_{об} \rangle = \frac{2}{5} \frac{U_m}{\nu N_a} = 4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} \right)$$

11.4. У посудині об'ємом $V = 2$ л міститься $m = 0,3$ г газу при тиску $p = 200$ кПа. Визначити середню квадратичну швидкість $v_{кв}$ молекул газу.

$$(v_{кв} = \sqrt{3pV/m} = 2000 \text{ м/с})$$

11.5. При якій температурі земна атмосфера втратила би гелій ($M = 4$ г/моль), якщо друга космічна швидкість для Землі складає $11,2$ км/с?

$$(20,2 \text{ К})$$

11.6. У скільки, разів середня квадратична швидкість молекул кисню перевищує середню квадратичну швидкість порошинок масою 10^{-8} г, які перебувають із ним у термодинамічній рівновазі ?

$$(1,37 \cdot 10^7)$$

11.7. Знайти показник адіабати γ для одноатомних газів і обчислити питомі теплоємності c_p і c_v гелію та неону

$$(\gamma = 1,67)$$

$$(\text{гелій: } c_v = 3,1 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}; c_p = 5,17 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)})$$

$$(\text{неон: } c_v = 614 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}; c_p = 1,03 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)})$$

11.8. Для більшості двохатомних газів при кімнатних температурах показник адіабати $\gamma = 1,40 \pm 0,01$. Обчислити, в яких інтервалах лежать значення питомих теплоємностей c_p і c_v азоту за цих умов.

$$(c_v = 721 \div 760 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}; c_p = 1,02 \div 1,06 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)})$$

11.9. Визначити показник адіабати γ ідеального газу із загальною теплоємністю $C = 857 \text{ Дж/К}$, який міститься в балоні $V = 300 \text{ л}$ при температурі $T = 350 \text{ К}$ і тиску $p = 0,4 \text{ МПа}$.

$$\left(\gamma = 1 + \frac{pV}{TC} = 1,4 \right)$$

11.10. Визначити молярну масу M газу, різниця питомих теплоємностей котрого складає $c_p - c_v = 2,08 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$.

$$\left(M = \frac{R}{c_p - c_v} = 4 \text{ г/моль.} \right)$$

11.11. У посудині об'ємом $V = 6 \text{ л}$ міститься двохатомний газ при нормальних умовах. Визначити теплоємність C цього газу при сталому об'ємі.

$$\left(C = \frac{5}{2} \frac{pV}{T} \approx 5,5 \text{ Дж/К} \right)$$

11.12. Трьохатомний газ при тиску $p = 240 \text{ кПа}$ і температурі $t = 20^\circ \text{С}$ займає об'єм $V = 10 \text{ л}$. Визначити теплоємність C цього газу при сталому тиску.

$$\left(C = \frac{4pV}{T} \approx 32,8 \text{ Дж/К} \right)$$

11.13. Знайти вираз показника адіабати $\gamma = (C_p/C_v)$ для суміші газів. Обчислити величину γ для суміші з $m_1 = 5 \text{ г}$ гелію та $m_2 = 2 \text{ г}$ водню.

$$\left(\gamma = \frac{\sum (i_k + 2)v_k}{\sum i_k v_k}, \text{ де } v_k - \text{кількості молів, а } i_k - \text{кількості ступенів вільності молекул компонентів суміші; } \gamma = 1,49. \right)$$

11.14. Визначити кількість теплоти, що поглинається воднем масою 0,2 кг, при нагріванні від 0°C до 100°C при сталому тиску. Знайти також зміну внутрішньої енергії газу і роботу, що виконується ним.

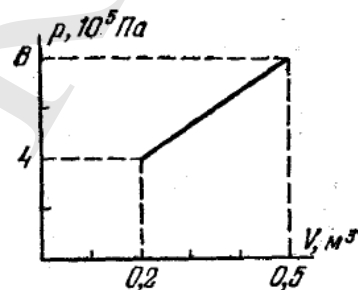
$$(Q = 291 \text{ кДж}, \Delta U = 208 \text{ кДж}, A = 83 \text{ кДж})$$

11.15. Гелій в посудині ізобарно розширюється внаслідок підведення до нього 15 кДж теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії газу та виконану ним роботу.

$$(9 \text{ кДж}; 6 \text{ кДж})$$

11.16. При розширенні одноатомного газу його тиск зростає лінійно, як показано на рисунку. Чому дорівнює виконана газом робота? На скільки зросла його внутрішня енергія? Яка кількість теплоти до нього була підведена? Чому дорівнює середня молярна теплоємність газу в цьому процесі?

$$(180 \text{ кДж}; 480 \text{ кДж}; 660 \text{ кДж}; 17 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K}))$$



11.17. Кисень займає об'єм $V_1 = 1 \text{ м}^3$ і перебуває під тиском $p_1 = 200 \text{ кПа}$. Газ ізобарно розширили до об'єму $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а потім ізохорно стиснули до тиску $p_2 = 500 \text{ кПа}$. Знайти зміну внутрішньої енергії газу ΔU , виконану ним роботу A та кількість тепла Q , що була передана газу. Побудувати графік процесу.

$$\left(\begin{aligned} \Delta U &= \frac{i}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = 3,25 \text{ МДж}; & A &= p_1(V_2 - V_1) = 0,4 \text{ МДж}; \\ Q &= 3,65 \text{ МДж} \end{aligned} \right)$$

11.18. При адіабатному розширенні об'єм водню з масою $m = 20 \text{ г}$ і початковою температурою $t_1 = 300^\circ\text{C}$ збільшився в $n_1 = 5$ разів. Потім газ ізотермічно стиснули до початкового об'єму. Визначити повну роботу A , виконану газом, і його кінцеву температуру T_2 .

$$\left(\begin{aligned} T_2 &= T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 158 \text{ К}; & A &= R \frac{m}{M} \left(\frac{i}{2}(T_1 - T_2) + T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = 8,8 \text{ кДж} \end{aligned} \right)$$

11.19. Кисень із масою $m = 250 \text{ г}$ і початковою температурою $t_0 = 200^\circ\text{C}$ адіабатно стиснули. Визначити кінцеву температуру T газу, якщо при стисканні була виконана робота $A = 25 \text{ кДж}$.

$$\left(T = T_0 + \frac{2MA}{imR} = 627 \text{ К} \right)$$

11.20. Визначити роботу A_2 ізотермічного стискання газу, що виконується у циклі Карно із ККД $\eta = 40\%$, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює $A_1 = 8 \text{ Дж}$.

$$(A_2 = (1 - \eta)A_1 = 4,8 \text{ Дж})$$

11.21. Газ, з яким здійснюється цикл Карно, віддав холодильнику 67% теплоти, отриманої від нагрівача. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівача 430°C .

$$(198^\circ\text{C})$$