

Лабораторна робота №3-16

Дослідження характеристик загасаючих вільних коливань в електричному коливальному контурі

Мета роботи – спостереження загасаючих коливань у коливальному контурі та дослідження характеристик загасання.

Обладнання: макет, осцилограф, блок комутації та регулювання.

Теоретичні відомості

Коло, в якому можливі вільні електричні коливання, називається коливальним контуром. **Простий коливальний контур** складається з конденсатора ємністю C , котушки з індуктивністю L і резистора з опором R (у реальному технічному контурі роль резистора відіграє опір котушки та з'єднувальних провідників). У даній роботі використовується послідовний контур, у якому всі елементи з'єднані послідовно (рис. 1).

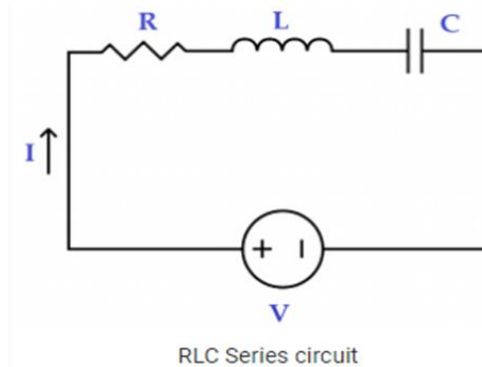


Рис.1

У теорії елементи контуру R, C, L вважаються ідеальними: резистор не має ємності та індуктивності, конденсатор заповнений ідеальним діелектриком, і все електричне поле зосереджене між обкладками, а котушка не має активного опору, й усе магнітне поле зосереджене всередині котушки. У свою чергу, весь контур називається ідеальним, якщо в ньому відсутній опір ($R = 0$).

Розглянемо якісно процес виникнення електричних коливань у послідовному контурі. Якщо в розімкненому контурі конденсатор зарядити до напруги U , то він отримає енергію $W_{\text{ел}} = CU^2/2$. Після замикання кола конденсатор

почне розряджатися, і в котушці з'явиться струм та ЕРС самоіндукції. Одразу після замикання ця ЕРС, у відповідності до правила Ленца, буде перешкоджати причині свого виникнення, тобто, розряджанню конденсатора. Тому конденсатор буде розряджатися не миттєво, а поступово. При цьому електрична енергія конденсатора буде поступово переходити в магнітну енергію котушки $W_{\text{маг}} = LI^2/2$. Струм I у котушці буде поступово зростати і на момент повного розрядження конденсатора досягне

максимального значення. Відтак конденсатор почне перезаряджатися: його напруга й енергія будуть зростати за рахунок зменшення енергії та струму в котушці, аж доки струм не припиниться. Після цього знов почнеться розряджання конденсатора при зворотному напрямі струму, тобто, в контурі виникнуть **вільні коливання** напруги та струму.

В ідеальному контурі через відсутність втрат енергії описані процеси будуть точно повторюватися необмежено, й коливання є незагасаючими. У реальних коливальних контурах завжди є втрати електромагнітної енергії, головне через наявність опору ($R \neq 0$) і виділення на ньому джоулевого тепла за рахунок енергії коливальних. Тому максимальні значення напруги на конденсаторі та струму в котушці невпинно зменшуються, і коливання є **загасаючими**.

Для кількісного дослідження вільних коливальних складемо рівняння коливального контуру. Будемо вважати, що струм у контурі є квазістаціонарним, тобто, миттєве значення сили струму однакове в усіх точках контуру, тож виконується закон Ома. Тоді для ділянки кола можна записати:

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + E_{12}, \quad (1)$$

де $E_{12} = E_c - E_{\text{РС}}$ самоіндукції у котушці. Напруга на конденсаторі $(\varphi_1 - \varphi_2) = q/C$, а струм $I = \frac{dq}{dt}$, де q – заряд конденсатора. Відповідно, $E_{12} =$

$$E_c = -L(dI/dt) = -L(d^2q/dt^2).$$

Зробивши такі підстановки в (1), одержимо диференціальне рівняння коливального контуру:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

Поділивши це рівняння на L , й, увівши позначення $2\beta = R/L$ і $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$,

отримаємо його в стандартному вигляді:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (2)$$

З математики відомо, що загальний розв'язок цього рівняння залежить від

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = A(t) \cos(\omega t + \alpha), \quad (3)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота, q_0 – умовна амплітуда в момент $t = 0$, α – початкова фаза (q_0 і α визначаються з початкових умов). Отже, заряд конденсатора здійснює загасаючі коливання з циклічною частотою ω та амплітудою $A(t)$, яка монотонно зменшується з часом за експоненціальним законом: $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$. (4)

Таким чином, амплітуда спадає тим швидше, чим більше значення має β .

Тому величина $\beta = \frac{R}{2L}$ називається **коефіцієнтом загасання** контура. З

формули видно, що чим більше загасання, тим менша частота загасаючих коливальних. В ідеальному контурі $\beta = 0$, і частота вільних коливальних дорівнює $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Ця величина називається власною частотою контура.

На рис. 2 показано графік функції $q(t)$. Треба зауважити таке: у строгому сенсі загасаючі коливання не є періодичним процесом, оскільки поточні значення $q(t)$ не повторюються через рівні проміжки часу, а амплітудні значення $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$ не повторюються взагалі. Проте коливна величина $q(t)$ через рівні проміжки часу походить через амплітудні та нульові значення. Тому період загасаючих коливань T слід розуміти тільки як проміжок часу,

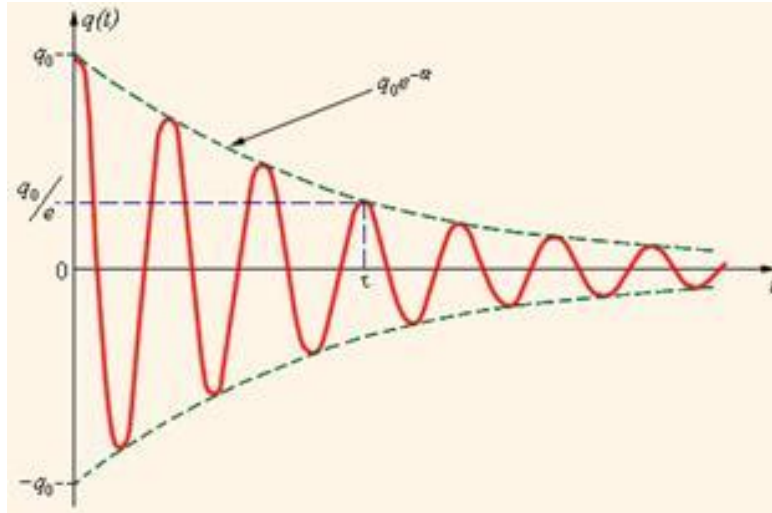


Рис.2

протягом якого фаза коливань змінюється на 2π . Частота та період загасаючих коливань визначаються параметрами контура, згідно з формулами:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (6)$$

При малому загасанні частоту та період загасаючих коливань можна вважати приблизно рівними частоті та періоду незатухаючих коливань в ідеальному контурі:

$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ і } T = \sqrt{LC} \quad (7)$$

Рівняння загасаючих коливань заряду (3) не має безпосереднього практичного значення і його не можна перевірити в прямому експерименті, через те, що немає приладів, які дозволяють прямо вимірювати або спостерігати миттєві значення заряду конденсатора контуру. Але властивості загасаючих коливань можна експериментально дослідити, спостерігаючи за допомогою осцилографа залежність від часу напруги на конденсаторі контура $u_c = u(t)$. Оскільки $u_c = q/C$, то згідно з (3):

$$u_c = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_C \cos(\omega t + \alpha), \quad (8)$$

де

$$U_C = U_0 e^{-\beta t} \quad (9)$$

— залежна від часу амплітуда напруги на конденсаторі контуру.

Кількісно загасання коливань у контурі характеризують двома типами величин: параметрами, що визначають швидкість загасання, та параметрами, які визначають якість контуру як коливальної системи, тобто, його здатність

утримувати коливання. До першої групи, крім коефіцієнта загасання (6), відноситься **логарифмічний декремент загасання** λ , котрий визначається як натуральний логарифм відношення амплітуд, відділених проміжком часу в один період:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} \quad (10)$$

Між логарифмічним декрементом та коефіцієнтом загасання є зв'язок:

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (13a)$$

Узявши до уваги (6) і (7), можна записати:

$$\lambda = \frac{\pi R}{\omega L}, \quad (14)$$

а при малому загасанні, коли $\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (14a)$$

До параметрів якості контура відносяться *час релаксації* та *добротність*.

Часом релаксації τ називається величина, обернена до коефіцієнта загасання: $\tau = 1/\beta$. Амплітуда загасаючих коливань (5) через час релаксації

виражається, як $A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Цей вираз дозволяє побачити наочний зміст величини τ , а саме, в момент $t = \tau$ амплітуда

$$A(t) = A_0 e^{-1} = \frac{A_0}{e},$$

тобто, час релаксації – це проміжок часу, протягом якого амплітуда загасаючих коливань зменшується в $e \approx 2,72$ разів. Отже, чим більший час релаксації, тим повільніше загасають і, тим самим, довше зберігаються вільні коливання в контурі.

Проте, більш наочною характеристикою здатності контуру зберігати коливання є кількість вільних коливань N_e , які здійснюються в контурі за час релаксації τ :

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}.$$

На практиці, особливо в радіотехніці, для визначення якості контуру як коливальної системи використовують параметр, який називається **добротністю** контуру і визначається виразом

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (15)$$

У реальних контурах загасання завжди слабке, і, згідно з (14a),

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (15a).$$

Можна показати, що добротність визначає втрати в контурі енергії коливань: при слабкому загасанні

$$Q = 2\pi \frac{W}{\delta W},$$

(16) де δW – зменшення енергії коливань за один період, W – енергія коливань у контурі на даний момент.

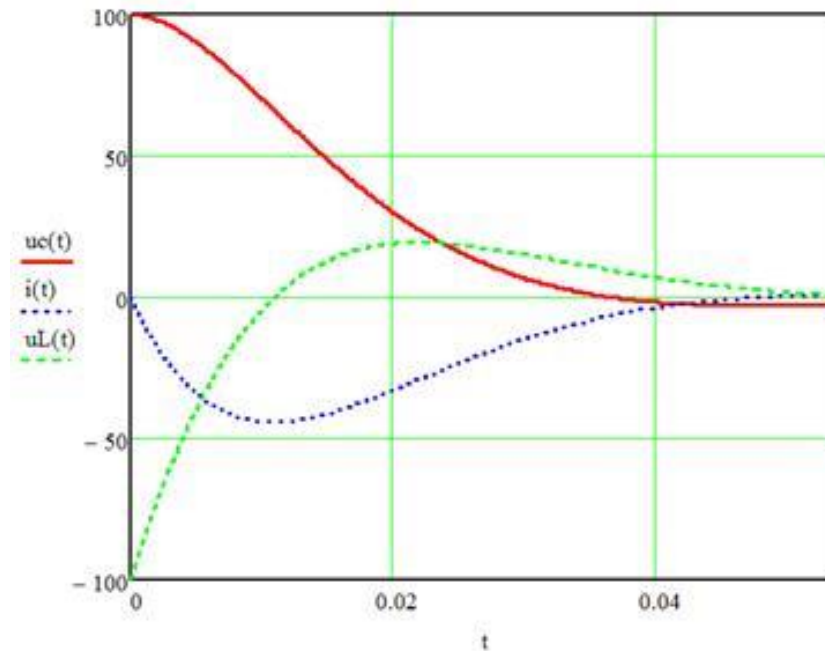


Рис.3

З виразу (4) випливає, що вільні коливання в контурі можливі не завжди, а тільки за умови $\beta < \omega_0$. При заданих значеннях L і C ця умова, як видно з

(9), виконується, якщо опір контура $R < 2 \sqrt{L/C}$. Величина

$$R_k = 2 \sqrt{L/C} \quad (17)$$

називається **критичним опором** контура. При $R \geq R_k$ вільні коливання в контурі не виникають, і відбувається **аперіодичний розряд** конденсатора, як показано на рис. 3. Аперіодичним називається такий розряд, при якому конденсатор увесь час розряджається, тобто функція $u_C(t)$ є спадаючою, а струм $i(t)$ не змінює свого напрямку, у нашому випадку він від'ємний. При аперіодичному розряді напруга на конденсаторі зменшується від початкового значення до нуля, а струм спочатку зростає по модулю, потім зменшується, проходячи через максимальне значення. Напруга на котушці зменшується від початкового значення, проходить через нульове значення, змінюючи знак й, досягши найбільшого значення, зменшується до нуля.

Опис установки й методу вимірювань

Вільні електромагнітні коливання можна спостерігати за допомогою кола, схема котрого показана на рис. 4, 5. Вимірювальна установка складається з наступних основних вузлів: генератора імпульсів, контуру і осцилографа.

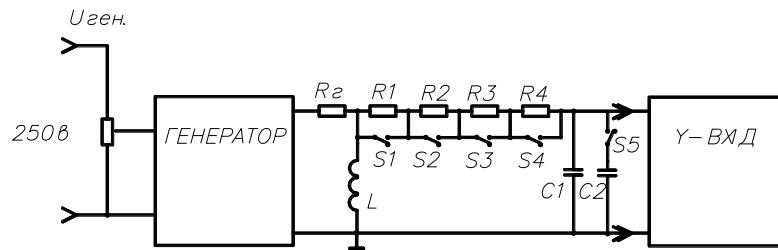


Рис.4

Генератор імпульсів формує імпульси напруги, що надходять на конденсатор C контуру. При розряді конденсатора в контурі виникають вільні загасаючі коливання.



Рис.5

Реєструється цей коливальний процес за допомогою осцилографа: на його екрані одержимо картину загасаючих коливань, показану на рис. 2.

Тривалість імпульсів τ_i генератора 1 багато менше періоду T_r їхнього повторення так, що в інтервалі між імпульсами $(T_r - \tau_i)$ коливання в контурі встигають загасати до надходження на конденсатор наступного імпульсу.

Порядок виконання роботи

1. З'єднати вхід осцилографа з виходом макета. Переконавшись, що ручка напруги живлення генератора знаходиться в крайньому лівому положенні.
2. Увімкнути осцилограф і лабораторний макет у мережу і дати прогрітися осцилографу $5 \div 10$ хвилин.
3. Ручкою потенціометра R_0 на макеті збільшити напругу живлення генератора імпульсів та домогтися появи сигналу на екрані осцилографа (рис.6) . Підібрати підсилення каналу "Y" осцилографа таким чином, щоб амплітуда вертикального зміщення променя була дещо меншою від висоти екрана.



Рис.6

4. Підібрати частоту розгортки осцилографа такою, щоб зображення загасаючих коливань зайняло більшу частину екрана.
5. Регулюючи частоту генератора домогтися, щоб коливання встигали достатньо загасати до приходу наступного імпульсу в коливальний контур (рис.7).

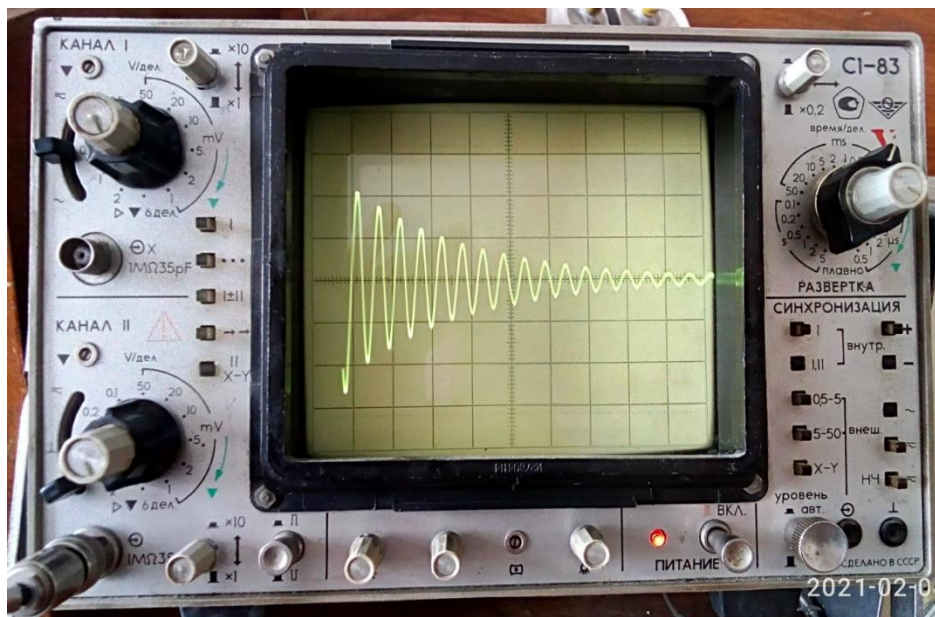


Рис.7

6. Увімкнути ємність $C1$ і перемикачем $S1$ задати опір $R1$. Записати значення $C1$ та $R1$ у табл.1.

7. Визначити величини послідовності максимумів A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 загасаючого колювання.

Результати записати у перший стовпчик таблиці 1.

8. За даними таблиці обчислити для опору $R1$ три-п'ять значень логарифмічного декременту загасання λ_i за формулою $\lambda_i = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$.

Результати занести до таблиці.

9. Знайти середнє значення логарифмічного декременту загасання $\langle \lambda_1 \rangle$ і відповідну до нього добротність контуру $Q_1 = \pi / \langle \lambda_1 \rangle$ при параметрах контуру $C1, R1$.

10. Досліди повторити для опорів $R2, R3, R4$.

11. Розрахувати значення логарифмічних декрементів загасання $\langle \lambda_2 \rangle$, $\langle \lambda_3 \rangle$, $\langle \lambda_4 \rangle$ та відповідні значення добротностей Q_2, Q_3, Q_4 ,

Таблиця 1.

$C1 = \dots\dots$

R1-R4	i	A_i	A_{i+1}	A_i / A_{i+1}	λ_i	$\langle \lambda_n \rangle$	Q_n
R1=	1						
	2						
	3						
	4						
	5						

Примітка. Номінали опорів, ємностей та індуктивностей вказані на установці.

12. Перемикачем $S5$ змінити ємність контуру на $C2$, записати ці значення в табл.2.

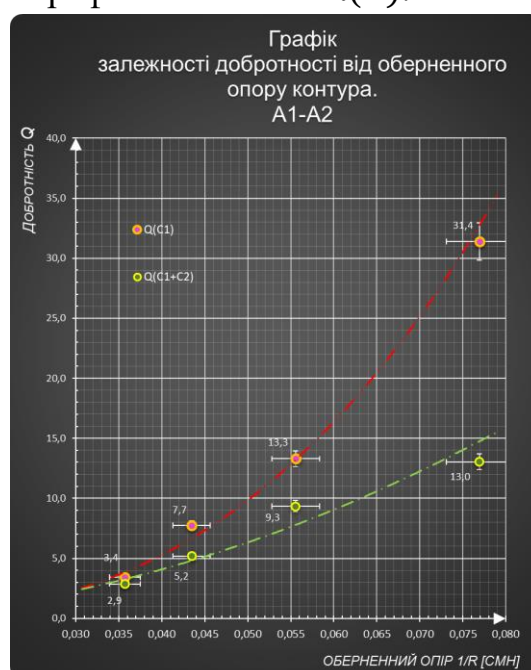
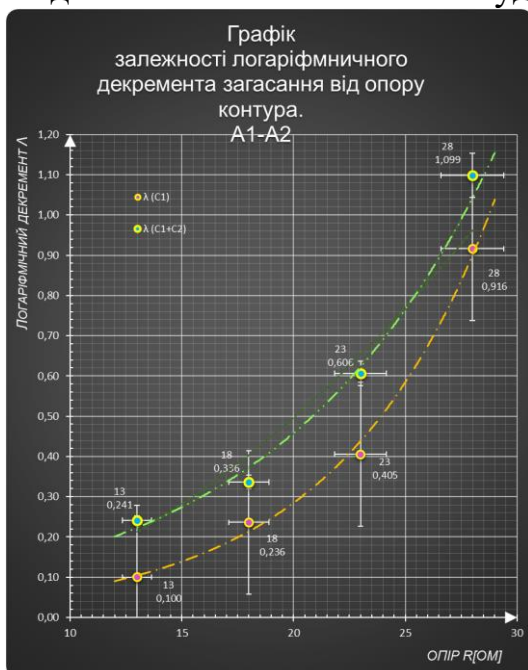
13. Повторити вимірювання та розрахунки п.7-11 для контуру з ємністю C2.

Таблиця 2.

C2=

R1-R4	i	A_i	A_{i+1}	A_i/A_{i+1}	λ_i	$\langle \lambda_n \rangle$	Q_n
R1=	1						
	2						
	3						
	4						
	5						

14. За даними табл.1 та табл.2 побудувати графік залежності $\lambda(R)$.



15. За даними табл.1 та табл.2 побудувати графік залежності добротності контура від оберненого опору $Q(1/R)$.

Контрольні запитання

1. Зобразити схему вільного послідовного коливального контуру та скласти його диференціальне рівняння.
2. Записати загальне рівняння вільних загасаючих коливань заряду на конденсаторі контуру та формулу для частоти таких коливань.
3. Пояснити, чому вільні коливання в контурі загасають.
4. Записати вираз для залежної від часу амплітуди загасаючих коливань $A(t)$ заряду конденсатора контуру. Чи можна розглядати величину q_0 як початкову амплітуду заряду? Чому?
5. Який зміст має час релаксації загасаючих коливань і як він виражається через параметри контуру?

6. Що називається добротністю контуру? Отримати зв'язок між добротністю контуру та часом релаксації коливань.
7. Знайти вираз добротності через параметри контура R, L, C при великому та при малому загасанні.
8. Що таке критичний опір контуру й від чого та як він залежить?
9. Який вигляд має залежність напруги на конденсаторі контуру від часу, якщо активний опір контуру дорівнює критичному?
10. Які коливання будуть аперіодичними?
11. Знайти зв'язок між добротністю та критичним опором контуру при слабкому загасанні.
12. Доказати, що логарифмічний декремент загасання можна визначати як за формулою $\lambda = \frac{1}{5} \ln \frac{A_i}{A_{i+5}}$.

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.І., Загальний курс фізики, т. 2, § 12.2, Техніка, К., 2001.
2. Иродов И.Е., Электромагнетизм. Основные законы, § 11.2, Физ-мат. лит., М., 2002.
3. Вивчення вільних коливань в електричному коливальному контурі: Метод. вказівки до виконання лабораторної роботи з курсу „Загальна фізика”, В.П.Бригинець, О.О.Гусева, І.В. Лінчевський, Н.О.Якуніна. - К.: НТУУ”КПІ”, 2008.- 12 с.

Лабораторна робота №3-17

Дослідження характеристик вимушених коливань в послідовному коливальному контурі

Мета роботи: експериментальне дослідження частотної залежності напруги на конденсаторі при вимушених коливаннях у послідовному коливальному контурі. Визначення резонансної частоти, смуги пропускання та добротності контуру.

Обладнання: макет, генератор НЧ, частотомір (цифровий вольтметр).

Теоретичні відомості

Вимушені коливання в послідовному контурі. Коливання, що відбуваються внаслідок періодичного зовнішнього впливу на будь-яку фізичну систему, називаються *вимушеними*. Особливий інтерес являють вимушені коливання осциляторів, тобто, систем, у яких можливі вільні коливання. Прикладом електромагнітного осцилятора є послідовний коливальний контур, – електричне коло, що складається з котушки індуктивності L , конденсатора ємності C і резистора з опором R . Для створення вимушених коливань у контур включають джерело (генератор) змінної ЕРС $E(t)$.