

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

В.П. Бригінець, І.М. Репалов, Н.О. Якуніна

Розрахункова робота.  
**«ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ»**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для студентів закладів вищої освіти, які навчаються:*  
*за спеціальністю 123 «Комп'ютерна інженерія»,*  
*освітня програма «Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні системи»;*  
*за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології»;*  
*освітня програма «Інженерія програмного забезпечення комп'ютерних систем»;*  
*за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка»,*  
*освітня програма «Мікро- та наноелектроніка»;*  
*за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»,*  
*освітні програми «Інтелектуальні технології радіоелектронної техніки»,*  
*«Інформаційна та комунікаційна радіоінженерія», «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи».*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2022

УДК 537.8

ББК 22.33

Ф 48

**Рецензент:** В.Й. Котовський завідувач кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського, доктор т.н., професор

**Відповідальний редактор:** В.М. Локтев В.М. академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 6 від 24.06.2022 р.)  
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету  
(протокол № 3 від 16.06.2022 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Бригінець Валентин Петрович, к.ф.-м. наук, доцент,

Репалов Ігор Миколайович, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент,

Якуніна Наталія Олександрівна, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент.

**Ф 48** Розрахункова робота. «Електромагнітна індукція». Навч. посібник / В.П. Бригінець, І.М.Репалов, Н.О. Якуніна – К. : Вид-во «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022 – 9 с

Наведено методичні вказівки і варіанти завдань до виконання розрахункової роботи на тему " Електромагнітна індукція " курсу загальна фізика. Завдання надаються різних рівнів складності, містяться приклади виконання всіх завдань.

Посібник призначений для студентів, які навчаються у закладах вищої освіти і вивчають нормативну навчальну дисципліну «Загальна фізика» з циклу математичної та природничо-наукової підготовки за спеціальностями: 123 «Комп'ютерна інженерія», освітня програма «Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні системи»; за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології»; освітня програма «Інженерія програмного забезпечення комп'ютерних систем»; за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка», освітня програма «Мікро- та наноелектроніка»; за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка», освітні програми «Інтелектуальні технології радіоелектронної техніки», «Інформаційна та комунікаційна радіоінженерія», «Радіотехнічні комп'ютеризовані системи».

Посібник може бути корисним для науково-педагогічних працівників, які викладають курс фізики, під час планування та підготовки завдань до розрахункових робіт та модульного контролю.

© В.П. Бригінець, І.М. Репалов, Н.О. Якуніна , 2022

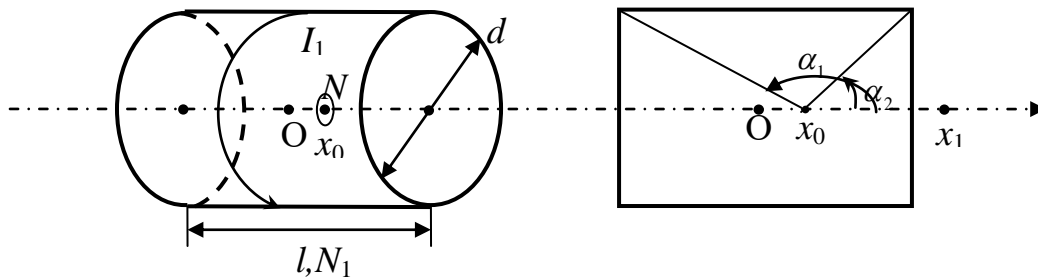
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

Розрахункова робота на тему  
«ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ»

**Умова**

По соленоїду довжиною  $l$  і діаметром  $d$ , що складається з  $N_1$  витків, тече струм  $I_1$ , напрямлений відносно осі  $OX$  за правим гвинтом, рис. 1. У перпендикулярній до осі соленоїда площині в точці з координатою  $x_0$  розміщена невелика плоска котушка з  $N$  витків площею  $S = 1,0 \text{ см}^2$ , яка має опір  $R$  і власну індуктивність  $L$ .

**Рис. 1**



**Завдання 1.**

Виходячи з того, що індукція магнітного поля на осі скінченного соленоїда визначається формулою

$$B = \frac{1}{2} B_0 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \text{ де } B_0 = \mu_0 I_1 N_1 / l, \quad (1)$$

виконати наступні завдання.

- 1.1. Отримати вираз залежності величини  $B(x)$  від координати точки на осі соленоїда;
- 1.2. За даними таблиці варіантів табл. 1 розрахувати таблицю значень та побудувати графік залежності  $B(x)$ ;
- 1.3. Обчислити взаємну індуктивність котушки та соленоїда  $L_0$ ;
- 1.4. При заданій величині струму в соленоїді  $I_1 = I_0$  визначити величину заряду, що пройде по котушці, при її переміщенні вздовж осі соленоїда в точку з заданою координатою  $x_1$  та одночасному повороті на заданий кут  $\varphi$  навколо осі, що співпадає з діаметром котушки і перпендикулярна до осі соленоїда. Значення  $x_0$ ,  $x_1$  і  $\varphi$  взяти з табл. 1,  $I_0$  – з табл. 2.

**Завдання 2.**

Струм у соленоїді починає змінюватись лінійно (рівень 2):

$$I_1 = I_0 \frac{t}{nT}, \text{ або}$$

за заданим законом  $I_1 = I_1(t)$  (рівень 3).

За даними табл. 1 і табл. 2 виконати наступні завдання:

- 2.1. Скласти диференціальне рівняння та визначити залежність струму в котушці від часу  $I = I(t)$  з урахуванням ефекту самоіндукції;
- 2.2. Розрахувати таблицю значень і побудувати на одному графіку залежності  $I_1(t)$  та  $I(t)$ .

Табл. 1

Варіант	$d$ , см	$l$ , см	$N_1 \cdot 10^3$	$N$	$R$ , Ом	$L$ , мкГн	$x_0$ , см	$x_1$ , см	$\varphi^\circ$
1	20	10	0,5	100	0,5	150	4	12	10
2	30	20	1,2	50	0,2	100	7	-10	20
3	10	10	1	20	1	80	0	10	30
4	20	100	0,75	150	0,5	100	40	-40	40
5	80	200	1,5	200	0,3	50	80	0	50
6	10	15	1,5	80	0,5	75	0	12	60
7	80	100	5	100	0,1	100	40	-80	70
8	10	10	0,6	200	1	75	0	10	80
9	20	40	1	50	0,2	50	15	30	90
10	20	30	3	150	0,6	150	0	-25	100
11	60	150	7,5	200	1	100	70	0	110
12	10	10	0,3	100	0,2	50	4	10	120
13	20	20	2	80	0,1	120	5	-10	130
14	10	15	0,75	50	0,5	150	6	15	140
15	100	200	9	150	0,5	100	70	0	150
16	40	50	3	100	0,2	150	0	25	160
17	30	30	2	75	0,3	120	10	-10	170
18	20	20	1,2	200	1	150	5	20	180
19	20	15	1	150	0,5	250	3	10	165
20	40	20	1,6	80	0,4	40	5	30	150
21	50	100	8,5	75	0,2	150	40	-10	135
22	60	120	7,5	100	0,5	200	50	100	120
23	30	60	5	200	1	175	0	50	105
24	30	30	1	100	0,6	30	12	0	90
25	100	150	2	150	0,5	250	0	-50	75
26	10	20	1	80	0,4	20	7	25	60
27	10	25	1,2	90	0,5	100	10	25	45
28	20	50	3	150	1,5	150	15	-30	30
29	30	30	1,5	200	1	50	0	20	15
30	50	150	7,5	100	0,5	100	60	0	0

Табл. 2

Вар.	Струм у соленоїді $I_1(t)$	$I_0$ , мА	$T$ , мкс	$n$	$\alpha$
1		10	900	1	3,0
2	$I_0 \sin(2n\pi t / T)$	10	2500	2	1,5
3		5,0	1200	3	1,0
4		10	200	1	3,0
5	$I_0 \left(1 + (-1)^n nt / T\right)$	3,0	400	2	4,0
6		0,5	180	3	2,5
7		10	200	1	3,0
8	$I_0 \left(1 + (-1)^n \exp(-nt / T)\right)$	100	600	2	1,0
9		150	120	3	3,0
10		0,5	150	1	5,0
11	$I_0 \left(1 + (-1)^n nt^2 / T^2\right)$	0,3	250	2	1,5
12		1,0	200	3	3,5
13		2,5	10	1	350
14	$I_0 \left(1 + (-1)^n \exp(nt / T)\right)$	5,0	5,0	2	175
15		3,0	2,0	3	300
16		5,0	375	1	3,0
17	$I_0 \cos(2n\pi t / T)$	5,0	400	2	2,0
18		1,0	300	3	1,5
19		$\frac{I_0}{2T} \left( t + \frac{(-1)^n T \sin(4\pi t / T)}{4\pi n} \right)$	50	1500	1
20	100		600	2	0,75
21	150		3000	3	0,5
22	$I_0 \left( (1 + (-1)^n (nt / T)^3) \right) ?$	1,0	450	1	2,5
23		1,0	350	2	1,5
24		1,0	100	3	2,0
25	$\frac{I_0}{4\pi n} \left( \sin(4\pi nt / T) - (-1)^n 4\pi n / T \right)$	50	2000	1	1,5
26		100	300	2	0,75
27		150	1750	3	0,5
28	$I_0 (-1)^n (nt / T)^2$	0,1	100	1	3,0
29		0,1	100	2	1,5
30		0,1	600	3	1,0

Примітка. Для рівня 1 – лише колонка  $I_0$ ; для рівня 2 – ігнорувати колонку  $I_1(t)$ .

## Вимоги до виконання розрахункової роботи

1. Кожен студент виконує роботу відповідного рівня складності, який призначається викладачем.
2. Завдання оформлюється на окремих аркушах формату А4 з одного боку і включає:
  - титульну сторінку (див. Додаток);
  - друга сторінка: умова завдання *свого варіанту* і параметрами задачі з рисунком, у масштабі згідно з таблицею варіантів;
  - виконання завдання по суті.
  - перелік використаної літератури;
  - оригінальні висновки щодо виконаної роботи.
3. Об'єм завдань за рівнями складності:
  - рівень 1. Виконати завдання 1 повністю.
  - рівень 2. Виконати п.п 1.1, 1.2 із завдання 1 і завдання 2 повністю.
  - рівень 3. Вивести формулу (1) із завдання 1 і виконати завдання 2.

### Вказівки з виконання.

#### Завдання 1.

1.1. Для отримання формули  $B(x)$  у формулі (1) виразити  $\cos \alpha$  через відношення відповідних відрізків, а їх довжини — через  $d$ ,  $l$  та  $x$ .

1.1\*.(Тільки для рівня 3). Для виведення формули (1) спочатку треба за допомогою закону Біо-Савара отримати формулу  $B(x)$  для індукції поля на осі тонкого кільця із струмом, а потім за допомогою цієї формули та принципу суперпозиції отримати вираз (1) індукції магнітного поля на осі скінченного соленоїда:

$$B = \frac{1}{2} B_0 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1)$$

Для цього:

– розбити соленоїд на нескінченно тонкі кільця шириною  $dl$  із струмом

$$dI = \frac{NI_1}{l} dl;$$

– записати вираз індукції елементарного поля  $dB$ , яке створюється одним кільцем в заданій точці  $x$  на осі соленоїда;

– проінтегрувати елементарні поля по всій довжині соленоїда і знайти вираз  $B = \int dB$ .

Примітка. При інтегруванні спочатку краще перейти до змінної  $\alpha$  і отримати формулу (1), а потім отримати вираз  $B(x)$  так, як сказано в п.1.1.

1.2. Розрахунки  $B(x)$  виконати для інтервалу  $0 \leq x \leq 1,5l$  з кроком  $\Delta x = 0,1l$ . Графік побудувати на аркуші міліметрівки формату А4.

1.3. Вважати поле в межах котушки однорідним і рівним  $B=B(x_0)$ . Для забезпечення необхідної точності подальших розрахунків значення  $B(x_0)$  обчислити за формулою, а не брати з графіка.

1.4. Виходячи з закону Ома та основного закону електромагнітної індукції, отримати вираз для кількості електрики  $dq$ , що проходить по котушці за нескінченно малий проміжок часу  $dt$  та проінтегрувати його. Знак результату обчислень за отриманою формулою визначає знак середнього індукційного струму в котушці, а отже і напрям перенесення позитивного заряду згідно з прийнятим правилом знаків в основному законі електромагнітної індукції (або правилом Ленца).

## Завдання 2.

2.1. Вважати, що струми квазістаціонарні й використати закон Ома, враховуючи, що в котушці діють ЕРС індукції та ЕРС самоіндукції. Взяти до уваги, що в початковий момент часу струм в котушці відсутній:  $I(0) = 0$ .

2.2. Розрахунки виконати для інтервалу часу  $0 \leq t \leq \alpha T$ . Для побудови графіків вибрати зручний крок розрахунку  $\Delta t$  так, щоб загальна кількість точок дорівнювала приблизно 20. Графіки побудувати на аркуші міліметрівки формату А4.



Додаток (титульна сторінка)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**РОЗРАХУНКОВА РОБОТА**

із дисципліни *«Загальна фізика»*

на тему

**«Електромагнітна індукція»**

студента \_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я та по батькові повністю)

факультет \_\_\_\_\_, курс \_\_\_\_\_, група \_\_\_\_\_

Київ – 2022