МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Н.О. Якуніна, І.М. Репалов, О.С. Климук

ФІЗИКА-1. ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА 1

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

"ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ"

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для студентів закладів вищої освіти, які навчаються за спеціальністю «Інформаційні системи та технології»

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

УДК 537.8
ББК 22.33
Ф 48

Рецензент: В.Й. Котовський, завідувач кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського, доктор т.н., професор.

Відповідальний редактор: В.М. Локтєв, академік НАН України, доктор фіз.-мат. наук, професор.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 24.06.2022 р.)
за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету
(протокол № 3 від 16.06.2022 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Якуніна Наталія Олександрівна, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент,

Репалов Ігор Миколайович, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент,

Климук Олена Сергіївна, доцент кафедри загальної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського, к.ф.-м. наук, доцент.

Ф 48 Фізика-1. Загальна Фізика 1. Лабораторний практикум . Навч. посібник / Н.О. Якуніна, І.М. Репалов, О.С. Климук – К. : Вид-во «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022 – 21 с

У лабораторному практикумі представлені теоретичні відомості, опис лабораторної роботи з теми «Експериментальне визначення моментів інерції тіл методом крутильних коливань», що викладається для майбутніх фахівців за спеціальністю «Інформаційні системи та технології», наведені методичні вказівки до виконання цієї роботи, містяться контрольні питання для самостійної роботи та підготовки до модульного контролю.

Посібник призначений для студентів, які навчаються у закладах вищої освіти і вивчають нормативну навчальну дисципліну «Загальна фізика» з циклу математичної та природничо-наукової підготовки за спеціальністю «Інформаційні системи та технології».

Посібник може бути корисним для науково-педагогічних працівників, які викладають курс фізики, під час планування та підготовки завдань до лабораторних робіт та модульних контрольних робіт з навчальної дисципліни «Фізика-1. Загальна Фізика 1».

© Н.О. Якуніна, І.М. Репалов, О.С. Климук, 2022
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

Лабораторна робота № 8 (1)

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТІЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи:

1. Набуття навичок визначення моменту інерції тіла.
2. Підтвердження властивості адитивності моменту інерції.
3. Перевірка теореми Штайнера методом крутильних коливань.

Короткі теоретичні відомості

Будь-який складний рух абсолютно твердого тіла (тобто тіла, всі точки якого зберігають постійне положення відносно один одного) може бути представлене як сума простих рухів: поступального та обертального.

Обертальний рух - це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній і тій самій прямій, яку називають віссю обертання.

Кола, якими рухаються точки, лежать у площинах, перпендикулярних до осі обертання.

Кінематичною характеристикою напрямку та швидкості обертання тіла виступає кутова швидкість.

Кутовою швидкістю називається величина, що дорівнює похідній від кута повороту по часу

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Тут слід зазначити, що сам по собі кут не може бути вектором, тому завжди

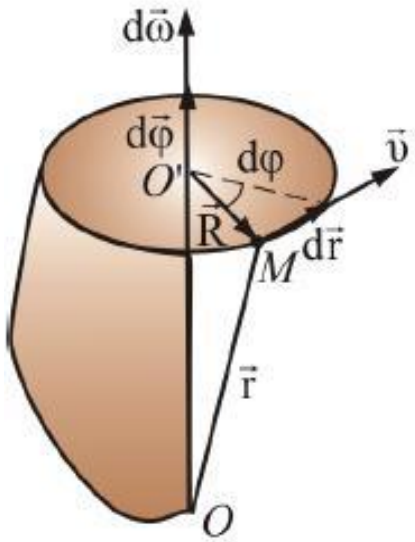

Рис.1. Вектор кутової швидкості точки, яка рухається по колу радіуса R, спрямована перпендикулярно площині, в якій відбувається рух.

мається на увазі, що збільшення кута $d\varphi$ дорівнює:

$$d\vec{\varphi} = d\varphi\vec{n},$$

де $\vec{n}$– одиничний вектор нормалі до площини обертання, спрямований уздовж осі обертання відповідно (рис. 1).

Кутова швидкість обертання пов'язана з лінійною швидкістю заданої точки твердого тіла за формулою:

$$\vec{v}=[\vec{\omega}\vec{r}],$$

де – $\vec{r}$ радіус-вектор, проведений з центру обертання до цієї точки твердого тіла та перпендикулярний осі обертання.

Ще одна характеристика обертання – вектор кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$.

Кутовим прискоренням називають вектор $\vec{\varepsilon}$, який дорівнює першій похідній від вектора кутової швидкості або другій похідній від вектора кута повороту за часом:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор кутової швидкості та вектор кутового прискорення, це величини які однакові для точок твердого тіла. Лінійні швидкості та прискорення всіх

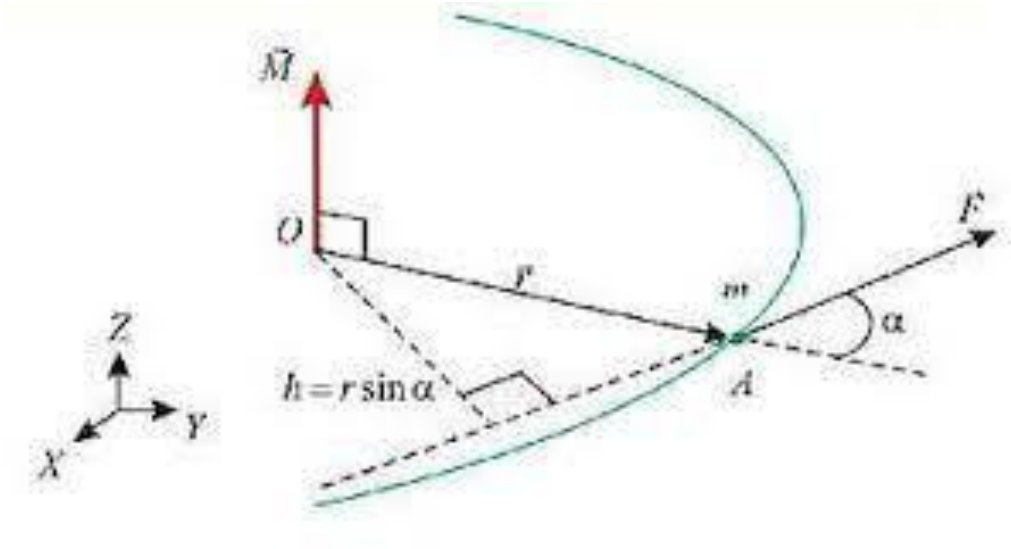

Рис. 2. Вектор моменту сили $\vec{M}$ перпендикулярний площині, в якій знаходяться радиус - вектор $\vec{r}$ та вектор сили $\vec{F}$, що викликає коливання

точок твердого тіла, що обертається, різні, причому, чим далі від осі обертання розташована точка, тим більше величини цих швидкостей та прискорень.

Причиною, що викликає обертальний рух тіла, є наявність моментів сил, які діють на тіло. Нехай точка А (рис. 2) належить деякому твердому тілу і є точкою прикладання сили.

Моментом сили щодо нерухомої довільної точки О називається фізична величина, яка визначається векторним добутком радіуса-вектора, проведеного з точки О в точку прикладання сили, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

На рисунку 2 точка О поміщена в початок деякої декартової системи координат, осі якої розташовані так, що радіус-вектор та вектор прикладеної сили лежать у площині xOy. При цьому момент сили $\vec{M}$ буде спрямовано вздовж осі z.

Модуль моменту сили дорівнює:

$$M = Fr\sin\alpha,$$

де α - кут між вектором сили та радіус-вектором; $r\sin\alpha = h$ - найкоротша відстань між лінією дії сили та точкою О або плече сили.

Моментом сили відносно нерухомої осі z називається величина, яка дорівнює проекції вектору моменту сили на цю вісь, заданого для довільної точки О, яка належить осі z (рис. 3).

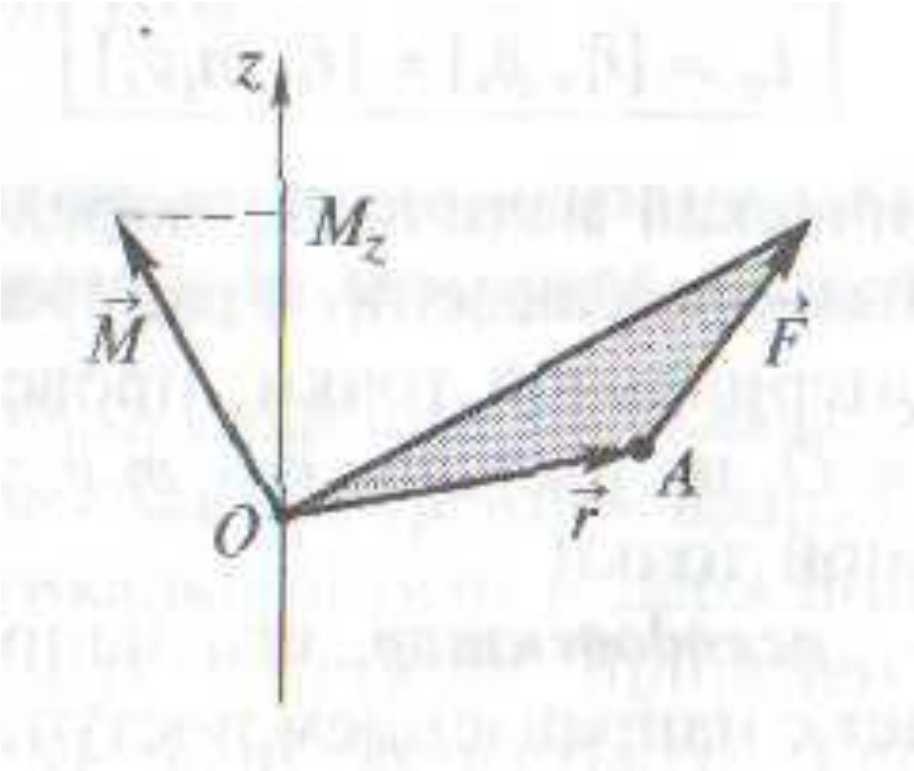

Рис.3. Момент сили відносно осі $\boldsymbol{z}$: значення моменту M_z не залежить від вибору положення точки O на осі $\boldsymbol{z}$.

Кутове прискорення твердого тіла та результуючий момент сил, що діє на це тіло, пов'язані законом динаміки обертального руху:

Результуючий момент зовнішніх сил, що діє на тіло, пропорційний до його кутового прискорення

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}\ , \qquad (1)$$

де I – коефіцієнт пропорційності має назву ***момент інерції*** твердого тіла.

Момент інерції визначає інертні властивості твердого тіла при обертальному русі .

Момент інерції в обертальному русі грає роль, аналогічну масі в тому сенсі, що чим більший момент інерції тіла, тим менше кутове прискорення воно набуває за інших рівних умов.

Водночас, між масою та моментом інерції є суттєва відмінність: масу тіла змінити не можна, а момент інерції змінюється простою зміною форми тіла.

Момент інерції матеріальної точки дорівнює:

$$I_i = m_i r_i^2,$$

де r_i – радіус кола, по якому обертається матеріальна точка. Розмірність моменту інерції в СІ: $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Для того, щоб обчислити момент інерції твердого тіла, треба уявити тіло як сукупність матеріальних точок з моментами інерції I_i. Тоді момент інерції тіла з дискретною структурою визначається як:

$$I = \sum_1^n I_i = \sum_1^n m_i r_i^2.$$

А обчислення моменту інерції суцільного тіла проводиться шляхом інтегрування:

$$I = \int r^2\, dm = \int \rho r^2 dV,$$

де ρ – густина речовини в об’ємі тіла dV, що знаходиться на відстані r від осі обертання.

Скалярну величину, яка дорівнює сумі добутків мас частинок тіла на квадрат їхніх відстаней від осі обертання, називають моментом інерції тіла відносно даної осі.

З означення випливає, що момент інерції є величина адитивна і дорівнює сумі моментів інерції складових частин системи відносно даної осі.

Адитивність (*лат. additivus - додається****) - властивість величин, що полягає в тому, що значення величини, що відповідає цілому об'єкту, дорівнює сумі значень величин, що відповідають його частинам.***

Момент інерції залежить не тільки від маси тіла, а і від розподілу маси відносно центра обертання, і в загальному випадку змінюється при зміні орієнтації тіла відносно координатних осей.

Якщо відомий момент інерції тіла відносно, осі, що проходить через його центр мас, то момент інерції щодо будь-якої іншої паралельної осі визначається теоремою Штайнера:

Момент інерції тіла відносно довільної осі обертання I дорівнює сумі моменту його інерції I_c відносно осі, паралельної даній і такій, що проходить через центр мас, та добутку маси тіла на квадрат відстані d між осями: $\boldsymbol{I = I_c + md^2}$ ***(2)***

Таким чином, з віддаленням центру мас тіла від осі обертання його момент інерції відносно цієї осі зростає. Момент інерції системи тіл залежить як від маси тіл, так і від розподілу мас в системі відносно осі обертання.

Методика вимірювання

Одним із методів вимірювання моментів інерції твердих тіл є метод трифілярного підвісу, який здійснює крутильні коливання (крутильний маятник).

Крути́льний ма́ятник — це тверде тіло, закріплене на жорсткій підвісці, яке може здійснювати крутильні коливання під дією сил пружності, які виникають при деформації кручення підвіски.

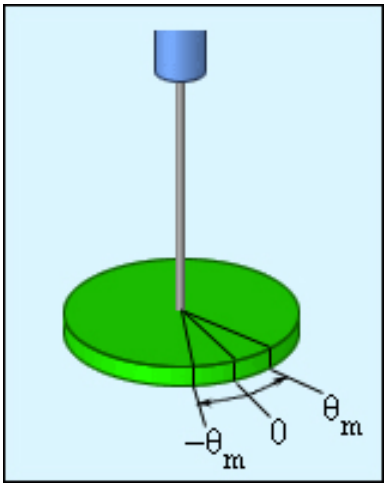

Рис. 4. Гармонічними крутильними коливаннями тіла називаються періодичні рухи навколо осі, що проходить через центр мас цього тіла, коли кут відхилення від положення рівноваги змінюється за законом синуса чи косинуса $\theta = \theta_m \sin\frac{2\pi}{T}$, де θ_m – амплітуда коливань, які мають період T

Трифілярний підвіс складається з рухомого диска платформи масою M, радіуса R, підвішеного на трьох симетрично розташованих нитках (рис. 5). Нагорі ці нитки симетрично закріплені по краях диска меншого радіусу r. При повороті верхнього диска на невеликий кут навколо вертикальної осі OO' всі три нитки приймають похиле положення. Центр тяжіння системи при цьому дещо піднімається по осі обертання OO' на висоту h.

У будь який момент часу повна механічна енергія платформи E складається з кінетичної енергії $\frac{I_c\,\omega^2}{2}$ та потенційної енергії mgh:

$$\frac{I_c\,\omega^2}{2} + mgh = E\,, \qquad (3)$$

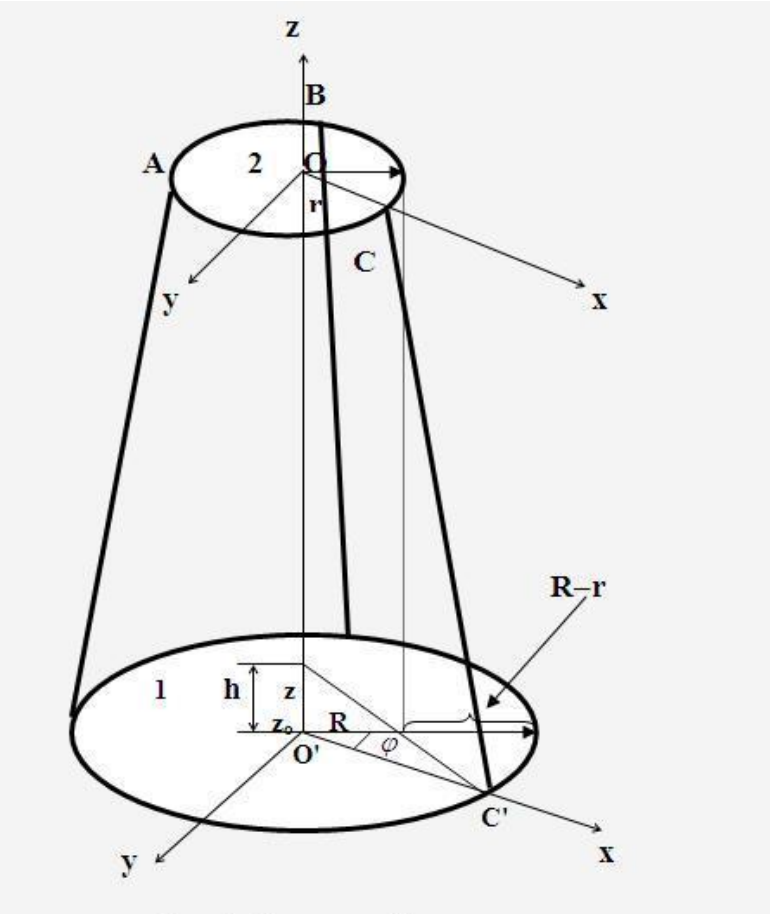

Рис. 5. Схема трифілярного підвісу: якщо повернути платформу навколо вертикальної осі OO' на кут φ, то виникає момент сил, обумовлений сумарною дією сили тяжіння та сили натягу нитки. Цей момент сил прагне повернути платформу в положення рівноваги. Платформа почне здійснювати крутильні коливання навколо осі OO'.

де h – висота, на яку піднімається центр тяжіння платформи при повороті від положення рівноваги, $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ - кутова швидкість обертання платформи.

Вираз для висоти, на яку піднімається центр тяжіння платформи, отримаємо, аналізуючи рисунок 6.

З рисунку бачимо, що

$$h = BC - BC_1 = \frac{(BC-BC_1)(BC+BC_1)}{BC+BC_1} = \frac{(BC)^2-(BC_1)^2}{BC+BC_1} \qquad (4).$$

З геометрії трикутника ABC маємо:

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R-r)^2 \qquad (5)$$

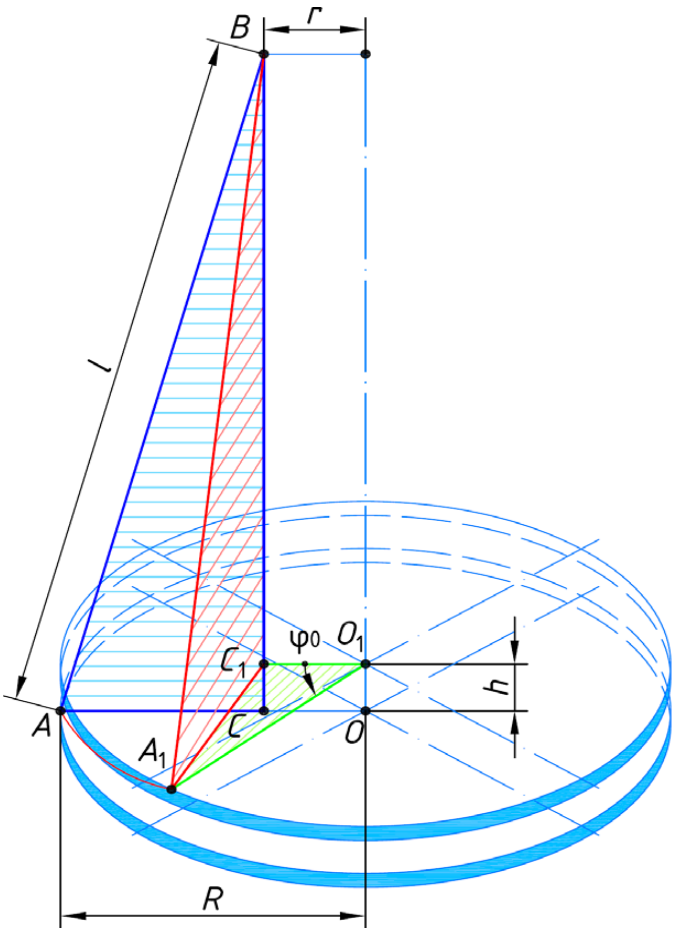

Рис.6. Розрахункова схема для визначення моментів інерції тіла за методом згасаючих коливань

А розглядаючи трикутник A_1BC_1 отримаємо:

$$(BC_1)^2 = (A_1B)^2 - (A_1C_1)^2$$

З трикутника $A_1C_1O_1$

$$(A_1C_1)^2 = (A_1O_1)^2 - (C_1O_1)^2 - 2(A_1O_1)(C_1O_1)\cos\varphi = r^2 + R^2 - 2Rr\cos\varphi$$

Тоді

$$(BC_1)^2 = l^2 - r^2 - R^2 + 2Rr\cos\varphi \qquad (6)$$

Підставляючи (5) та (6) в (4) отримаємо:

$$h = \frac{l^2 - (R-r)^2 - l^2 + r^2 + R^2 - 2Rr\cos\varphi}{BC + BC_1} =$$

$$= \frac{2Rr(1-\cos\varphi)}{BC+BC_1} = \frac{4Rrsin^2(\frac{\varphi}{2})}{BC+BC_1}$$

При малих значеннях кута φ_0 можна вважати $sin(\frac{\varphi}{2}) \approx \frac{\varphi}{2}$, а відрізки BC та BC_1 такими, що мало відрізняються від l, тоді;

$$h = \frac{4rR(\frac{\varphi}{2})^2}{2l} = \frac{rR\varphi^2}{2l}$$

Підставляючи це значення h в рівняння (3), отримаємо:

$$\frac{I_c\,\omega^2}{2} + \frac{mgrR\varphi^2}{2l} = E$$

Якщо знехтувати втратами на тертя, то повна механічна енергія системи не змінюється, тобто $E = const$. Тоді, розуміючи, що $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, треба взяти похідну від цього виразу за часом, скоротити на ω та поділити на I, тоді отримаємо диференціальне рівняння руху системи:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgrR}{Il}\varphi = 0$$

Рішення цього рівняння має вигляд рівняння гармонічних коливань

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega_0 t + \alpha),$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgrR}{Il}}$ – циклічна частота коливань. Тоді маємо можливість знайти період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{Il}{mgrR}}$$

Звідси можна отримати розрахункову формулу для знаходження моменту інерції системи, яка виконує коливання:

$$I_c = \frac{mgrR}{4\pi^2 l}T^2 \qquad (7)$$

Ця формула дає можливість визначити момент інерції нижньої платформи, якщо відомі параметри трифілярного підвісу: маса платформи m, радіуси

великої та малої платформ R та r, висота h , на яку піднімається центр тяжіння платформи (або довжину нитки l).

Використовуючи властивість адитивності, можна визначити момент інерції платформи з додатковим вантажем.

Якщо на платформі знаходиться декілька тіл, які розташовані на осі обертання, то у формулі (7) під моментом інерції системи слід розуміти сумарний момент інерції платформи та всіх тіл, а під m слід розуміти сумарну масу всіх тіл.

Це означає що момент інерції платформи маси m з одним додатковим вантажем маси m_0:

$$I_1 = \frac{(m + m_0)grR}{4\pi^2 l} {T_1}^2$$

А з двома додатковими вантажами, кожний з яких маси m_0:

$$I_2 = \frac{(m+2m_0)grR}{4\pi^2 l} {T_2}^2 \qquad (8)$$

У випадку, коли N тіл маси m_0 знаходяться на відстані d від осі обертання, для визначення момента інерції системи слід користуватися теоремою Штайнера:

$$I = I_c + Nmd^2.$$

Порядок виконання роботи та послідовність розрахунків

Мета роботи полягає у визначенні моменту інерції тіла та експериментальній перевірці теореми Штайнера на основі дослідження залежності моменту інерції тіла від його відстані до осі обертання.

1. Визначте параметри для розрахунку:

− довжина нитки трифілярного підвісу l;

− радіус верхнього диску в місці закріплення нитки r;

− радіус нижнього диску (платформи) в місці закріплення нитки R;

− маса платформи m;

− маси m_0 вантажів, момент інерції яких потрібно визначити.

Результати записати в таблицю 1.

Таблиця 1

Довжина нитки, *l (м)*	Радіус нижнього диску, *R (м)*	Радіус верхнього диску, *r (м)*	Маса платформи, *m (кг)*	Маса вантажів, m_0 *(кг)*

2. Обережно виведіть порожньою нижню платформу із положення рівноваги, надавши можливість їй здійснювати малі крутильні рухи. При цьому слідкуйте, щоб платформа не робила побічних коливань.

3. За допомогою секундоміра визначте час N_0 коливань платформи.

4. Розрахуйте період коливань порожньої нижньої платформи: $T_{i0} = \frac{t_i}{N_0}$.

5. Визначення періоду коливань порожньої нижньої платформи проведіть тричі.

Результати запишіть в табл.2.

6. У відповідності до формули (7): $I_c = \frac{mgrR}{4\pi^2 l} T^2$ тричі розрахуйте значення моменту інерції порожньої нижньої платформи, знайдене експериментально. Результат запишіть в табл. 2.

7. Розрахуйте середнє значення моменту інерції порожньої нижньої платформи $< I_c >$, та запишіть це значення в таблицю 2.

8. Використовуючи теорему Штайнера розрахуйте та запишіть в таблицю 2 теоретичне значення моменту інерції порожньої нижньої платформи $I_{c(\text{теор})}$.

Таблиця 2.

Номер вимірювання	N_0	t_i, *сек*	T_{0i} , *сек*	I_{ci} , кг м^2	$< I_c >$, кг м^2	d, *м*	$I_{c(\text{теор})}$, кг м^2
1							
2							
3							

9. Розташуйте досліджувані тіла (2 однакові циліндри, кожен масою m_0) одне над одним строго по центру платформи і приведіть систему в крутильні коливальні рухи.

10. Визначте час N_1 коливань платформи.

11. Розрахуйте періоди коливань платформи з циліндрами: $T_{1\text{i}} = \frac{t_i}{N_1}$.

12. Результати запишіть в табл.3.

13. Розрахуйте експериментальне значення моменту інерції платформи з вантажами, у відповідності до формули (8).

14. Проведіть вимірювання періоду коливань тричі, кожного разу знаходячи момент інерції платформи з вантажами.

Результати запишіть в табл.3.

15. Розрахуйте теоретичне значення моменту інерції платформи з вантажами, у відповідності з теоремою Штайнера.

Результати запишіть в табл.3

Таблиця 3.

Номер вимірювання	$N_{1\text{i}}$	t_i, *сек*	$T_{1\text{i}}$, *сек*	I_{1i}, кг м^2	$< I_1 >$, кг м^2	d_1, *м*	$I_{1(\text{теор})}$, кг м^2
1							
2							
3							

16. Розташуйте два циліндричні тіла в отвори на платформі симетрично на відстані d_2 від осі обертання.

17. Виміряйте відстань d_2 за допомогою лінійки та запишіть значення в табл.4.

18. Приводячи в коливання платформу з тілом визначте час N_2 коливань платформи.

19. Розрахуйте період коливань платформи з циліндрами: $T_{2\text{i}} = \frac{t}{N_2}$.

20. Розрахуйте експериментальне значення моменту інерції платформи з вантажами, у відповідності до формули (8). Результати запишіть в табл.4.

21. Розрахуйте теоретичне значення моменту інерції платформи з вантажами, у відповідності з теоремою Штайнера. Результати запишіть в табл.4.

Таблиця 4.

Номер вимірювання	$N_{2\text{i}}$	t_i, *сек*	$T_{2\text{i}}$, *сек*	I_{2i}, кг м^2	$< I_2 >$, кг м^2	d_2, *м*	$I_{2(\text{теор})}$, кг м^2
1							
2							
3							

22. Змістити у протилежних напрямках половинки диска на відстань d_3 від осі обертання та повторити вимірювання пунктів 17 - 21.

Результати запишіть в табл.5.

Таблиця 5.

Номер вимірювання	N_3	t_i, *сек*	T_{3i} , *сек*	I_{3i} кг м^2	$< I_3 >$, кг м^2	d_3 *м*	$I_{3(теор)}$, кг м^2
1							
2							
3							

23. Виконати аналогічні вимірювання (пункти 17 – 21) для відстаней $d_4 - d_6$. Результати запишіть, відповідно, в табл.6, табл.7 та табл.8.

Таблиця 6.

Номер вимірювання	N_4	t_i, *сек*	T_{4i} , *сек*	I_{4i} кг м^2	$< I_4 >$, кг м^2	d_4 *м*	$I_{4(теор)}$, кг м^2
1							
2							
3							

Таблиця 7

Номер вимірювання	N_5	t_i, *сек*	T_{5i} , *сек*	I_{5i}, кг м^2	$< I_5 >$, кг м^2	d_5 *м*	$I_{5(теор)}$, кг м^2
1							
2							
3							

24. За даними таблиць 2-8 побудувати графік залежності моменту інерції тіла від квадрата відстані до осі обертання $I(d)$ для експериментальних та теоретичних значень.

Таблиця 8

Номер вимірювання	N_6	t_i, *сек*	T_{6i} , *сек*	I_{6i} кг м^2	$< I_6 >$, кг м^2	d_6 *м*	$I_{6(\text{теор})}$, кг м^2
1							
2							
3							

25. Для одного зі значень порівняти експериментальну величину $I(d)$ з теоретичною $I(d)_{\text{теор}}$ і знайти відносну похибку результатів за формулою

$$\varepsilon = \frac{\left|I(d) - I(d)_{\text{теор}}\right|}{I(d)_{\text{теор}}}$$

Проаналізуйте результати роботи та зробіть висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте основну ідею експерименту. Які фізичні закони застосовуються на вирішення завдань експерименту?
2. Опишіть експериментальне обладнання. Із яких основних частин вона складається?
3. Що таке кутова швидкість і як визначається напрямок вектор кутової швидкості ω?
4. Що називають кутовим прискоренням?
5. Дайте визначення моменту сили відносно нерухомої точки.
6. Дайте визначення моменту інерції матеріальної точки та твердого тіла відносно деякої осі.
7. Що називають моментом інерції твердого тіла?
8. Запишіть момент інерції матеріальної точки, системи матеріальних точок та однорідного тіла.
9. Наведіть аналогії між кінематичними характеристиками обертального та поступального рухів абсолютно твердого тіла; те ж саме для динамічних характеристик.
10. Які коливання називають гармонічними?
11. Що таке період коливань? Які одиниці його виміру?
12. Запишіть вираз для зміщення під час гармонічних коливань.
13. Запишіть формулу для кінетичної енергії обертального руху.
14. Від чого і як залежить кінетична енергія тіла, що обертається?
15. Які перетворення енергії відбуваються при крутильних коливаннях?
16. Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
17. Запишіть закон збереження механічної енергії для трифілярного підвісу, який виконує крутильні коливання.
19. Що є мірою інертності у поступальному русі? У коливальному? У обертальному?
20. Як момент інерції залежить від маси тіла?
21. Момент інерції величина адитивна. Поясніть сенс цього виразу.

22. Сформулюйте основне рівняння динаміки твердого тіла для обертального руху відносно нерухомої осі.
23. Виведіть робочу формулу для обчислення моменту інерції за допомогою трифілярного підвісу.
24. Який фізичний зміст моменту інерції?
25. Сформулюйте теорему Гюйгенса – Штайнера.
26. Виведіть формулу для періоду коливань трифілярного підвісу.
27. Отримайте вираз для моменту інерції стрижня відносно осі, що проходить через центр мас стрижня та перпендикулярна йому.
28. Чому для перевірки теореми Штайнера беруть два циліндри?
29. Отримайте вираз для моменту інерції стрижня щодо осі, що проходить через кінець стрижня та перпендикулярна йому.
30. Отримайте вираз для моменту інерції диска відносно осі, що проходить через центр мас і перпендикулярної площині диска.
31. У чому причини виникнення помилок під час експерименту?

Література

1. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики, т.1, Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка, вид. – К.: Техніка, 1999, § 3.1 – 3.7, 4.1 – 4.4.

2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. 2-е изд.–М.: Высшая школа, 1980, §31, 32, 34.

3. Трофімова Т.И. Курс фізики. - М.: Вища школа., 1986. - § 16, 140, 142.

4. Вивчення моментів інерції тіл методом трифілярного підвісу. Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи, – Київ, НТТУ «КПІ», Н.О. Якуніна, О.В. Дімарова, В.В. Федотов, І.О. Юрченко, – Київ, НТТУ «КПІ», 2006.