

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра загальної фізики

І.Ф.Скіцько, Н.М.Бруква

ФІЗИКА
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ, ОПТИКА

Лабораторний практикум
Частина 1

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського, як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Безпека державних інформаційних ресурсів, спеціальні телекомунікаційні системи» спеціальності 125 «Кібербезпека», 122 «Комп'ютерні науки», 172 «Телекомунікації та радіотехніка»

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2024

УДК 537. 535-2 - 535-7

B19

Автори:

Скіцько Іван Федорович, канд.фіз.-мат. наук, доцент,
Бруква Наталія Миколаївна, старший викладач.

Рецензент: Савченко Д. В. д-р фіз.-мат. наук, доцент, в.о. зав. кафедри ЗФ та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Відповідальний редактор: Лінчевський І. В. д.ф.-м. н., професор, професор кафедри загальної фізики КПІ ім.Ігоря Сікорського.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 20.06.2024 р.) за поданням вченої ради фізико-математичного факультету (протокол № 7 від 22.05.2024 р.)

B19 Скіцько І. Ф., Бруква Н.М. Фізика. Електромагнетизм. Оптика [Електронний ресурс]: лаб. практикум, частина 1: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Безпека державних інформаційних ресурсів, спеціальні телекомунікаційні системи» спец. 125 «Кібербезпека», 122 «Комп'ютерні науки», 172 «Телекомунікації та радіотехніка»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 428 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67694>

Посібник забезпечує проведення лабораторних робіт за програмою навчальної дисципліни “Фізика”. Детально розглядається теорія лабораторних робіт, методика дослідження і обробки результатів вимірювань. Представлені додатки до всіх лабораторних робіт з прикладами обробки даних математичними програмами в Excel та протоколи до них.

Призначений для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 125 "Кібербезпека", 172 "Телекомунікації та радіотехніка", 122 «Комп'ютерні науки». Буде корисним і для студентів інших технічних спеціальностей вищих навчальних закладів

УДК 537. 535-2 - 535-7

Реєстр. № НП 23/24-562. Обсяг 26,82 авт. арк.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056 <https://kpi.ua>.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© І.Ф.Скіцько, Н.М.Бруква, 2024

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024

ВСТУП

В системі університетської освіти на лабораторний практикум, що є невід'ємною частиною курсу “Загальна фізика”, покладаються багаточисленні і багатопланові задачі. Серед них на перше місце необхідно поставити освоєння студентами сучасних методів вимірювання фізичних процесів, ознайомлення із сучасними приладами фізичного експерименту, набуття навиків експериментальної роботи, уміти дати оцінку (оцінити невизначеність) результатам вимірювань. В той же час практикум є природним доповненням лекційного курсу, так як дозволяє самостійно отримати експериментальне підтвердження загальних фізичних закономірностей, застосувати на практиці теоретичні знання.

В даному посібнику узагальнений багаторічний досвід роботи авторів по створенню і модернізації учбового лабораторного практикуму на кафедрі загальної фізики Національного технічного університету Україна “КПІ” імені Ігоря Сікорського.

Під час роботи над посібником були використані фізичні посібники, які були написані раніше, і їх перелік приводиться в списку літератури.

Лабораторні роботи, які приведені в практикумі, відповідають програмі загальної фізики в НТУУ “КПІ” імені Ігоря Сікорського для студентів напрямку підготовки: телекомунікації, інформатизація та її захист, комп'ютерні науки та інших напрямків.

Виконання лабораторних робіт у фізичному практикумі часто випереджає викладання відповідного матеріалу на лекціях. Тому на початку описання кожної лабораторної роботи приведені теоретичні викладки, які дозволяють студенту самостійно підготуватись до її виконання. У світлі сучасних тенденцій на підсилення ролі самостійної роботи студентів у закладах вищої освіти приведення теоретичних викладок в текст описання лабораторної роботи є достатньо виправданим. Об'єм цих викладок різний і визначається тим, наскільки детально матеріал, який вивчається в практикумі, викладається в лекційному курсі.

В посібнику приведені інструкції дев'яти лабораторних робіт, назви яких приведені у змісті. В додатках приводиться матеріал, який необхідний для обробки результатів вимірювань, приклади обробки результатів вимірювань експерименту (з допомогою програми Excel, які орієнтовані на студентів, що не вивчали цю програму в школі, та не мають навичок роботи з нею), співставлення отриманих експериментальних даних з табличними. Закінчується посібник довідниковим матеріалом і списком літератури.

ЗМІСТ

	ВСТУП	3
1	<u>Техніка безпеки.</u>	6
2	<u>Лабораторна робота:</u> Вивчення електростатичного поля.	8
3	<u>Лабораторні роботи.</u> Вивчення законів постійного струму на прикладі містка Уїтстона та компенсаційної схеми.	39
4	<u>Лабораторна робота.</u> Вивчення руху електронів в електричному і магнітному полях.	63
5	<u>Лабораторна робота.</u> Вивчення магнітних властивостей феромагнетика у змінних магнітних полях.	82
6	<u>Лабораторні роботи.</u> Дослідження електричних згасаючих і вимушених коливань.	130
7	<u>Лабораторна робота.</u> Вивчення інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля.	175
8	<u>Лабораторна робота.</u> Вивчення дифракційної решітки.	213
9	<u>Додатки.</u> Приклади обробки результатів вимірювань.	242
	<u>Додаток 1.</u> Приклад обробки результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення електростатичного поля».	242
	<u>Додаток 2.</u> Приклад розрахунків за допомогою програми Excel результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення електростатичного поля».	245

	<u>Додаток 3.</u> Умова мінімальної невизначеності при визначенні невідомого опору за допомогою містка постійного струму.	256
	<u>Додаток 4.</u> Гальванічний елемент Вестона.	257
	<u>Додаток 5.</u> Приклад обробки результатів визначення невідомого опору за допомогою мостової схеми.	263
	<u>Додаток 6.</u> Приклад розрахунків невідомого опору та його невизначеності за допомогою програми Excel.	266
	<u>Додаток 7.</u> Обробка результатів вимірювання електрорушійної сили (е.р.с.) методом компенсації.	274
	<u>Додаток 8.</u> Приклад розрахунків невідомої е.р.с. та її невизначеності за допомогою програми Excel.	277
	<u>Додаток 9.</u> Визначення питомого заряду електрона e/m_e та оцінка невизначеності цього значення.	285
	<u>Додаток 10.</u> Приклад розрахунків питомого заряду електрона e/m_e та його невизначеності за допомогою програми Excel.	289
	<u>Додаток 11.</u> Приклад обробки результатів дослідження згасаючих коливань.	304
	<u>Додаток 12.</u> Приклад обробки результатів дослідження згасаючих коливань за допомогою програми Excel.	308
	<u>Додаток 13.</u> Приклад обробки результатів дослідження вимушених коливань.	319
	<u>Додаток 14.</u> Приклад обробки результатів дослідження вимушених коливань за допомогою програми Excel.	322
	<u>Додаток 15.</u> Приклад обробки експериментальних даних лабораторної роботи «Вивчення інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля».	336
	<u>Додаток 16.</u> Приклад обробки результатів експерименту та розрахунок невизначеності визначеної довжини хвилі випромінювання червоного лазера.	340
	<u>Додаток 17.</u> Приклад обробки результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення дифракційної решітки» за допомогою програми Excel.	344
10	<u>Література</u>	360
11	<u>Протоколи</u>	362
12	<u>Довідниковий матеріал</u>	420

Техніка безпеки

Студенти, які виконують лабораторні роботи в лабораторіях «Електрики та магнетизму» та «оптики і атомної фізики», мають дотримуватися наступних правил поведінки для запобігання нещасних випадків втрати здоров'я, особистого майна та обладнання лабораторій.

1. Забороняється знаходження студентів у лабораторії та виконання ними лабораторних робіт без викладача або лаборанта.

2. До виконання роботи кожен студент допускається викладачем, який проводить лабораторне заняття.

3. Перед початком роботи студенти на робочому місці вивчають інструкцію до лабораторної роботи, яка знаходиться

біля установки; знайомляться з експериментальною установкою, звертаючи особливу увагу на вмикання вимірювальних приладів і відлік їхніх показів, визначення ціни поділки приладів; перевіряють зовнішнім оглядом готовність установки до роботи.

4. Перед початком роботи необхідно перевірити шляхом зовнішнього огляду заземлення лабораторного пристрою.

5. Вмикати прилади та установки в електричну мережу можна лише в присутності лаборанта або викладача.

5 Вмикати пристрої до джерела електричного струму можна тільки після перевірки обладнання викладачем.

6. При виконанні лабораторної роботи всі операції слід виконувати однією рукою, не тор-

каючись другою струмоведу-
чих частин.

7. У випадку виходу з ладу
установки або приладу студент
повинен негайно відімкнути
установку від електричної ме-
режі та, не роблячи ніяких
спроб самостійно привести її
до робочого стану, повідомити
про це викладача або лаборан-
та.

8. Категорично забороняється
залишати без догляду установ-
ки, увімкнені до електричної
мережі.

9. Категорично забороняється
розбирати установки або при-
лади та виконувати операції,
що не мають відношення до
лабораторної роботи.

10. Слід також додатково ви-
конувати правила техніки без-
пеки, що знаходяться на лабо-
раторному столі, або в інстру-

кції до виконання даної робо-
ти.

11. При роботі з лазером його
випромінювання можна спос-
терігати тільки на розсіюючій
поверхні.

**Увага! Попадання в очі
прямого лазерного випромі-
нювання небезпечно для зо-
ру.**

12. У випадках пошкодження
лабораторного обладнання, яке
сталось через недбале пово-
дження з ним або порушення
інструкції з техніки безпеки,
матеріальну відповідальність
несуть студенти.

13. Категорично забороняється
відчиняти в лабораторії вікна
та фрамуги, крім обладнаних
спеціальними приладами без-
пеки.

1. Вивчення електростатичного поля

Мета роботи

1. Вивчити основні закони та характеристики електростатичного поля.

2. Ознайомитися з одним із способів вивчення характеристик електростатичних полів, що ґрунтується на математичному моделюванні на прикладі поля з осью симетрії.

3. Провести експериментальне дослідження електричного поля осью симетрії за допомогою електричного зонда.

4. Експериментально виміряти різницю потенціалів між центральним електродом і точками електропровідного паперу, що знаходяться на різних відстанях від нього.

5. За експериментальними даними різниці потенціалів між центральним електродом і точками електропровідного паперу розрахувати напруженість електричного поля.

6. За теоретичними формулами розрахувати різницю потенціалів між центральним

електродом і точками електропровідного паперу та розрахувати напруженість електричного поля.

7. За допомогою графічного методу порівняти експериментальні і теоретичні дані отримані в процесі виконання лабораторної роботи.

8. Провести обробку результатів експерименту за допомогою математичної програми, яка приводиться в [4] та в додатках.

9. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості Закон Кулона

Сучасній фізиці відомо чотири види фундаментальних взаємодій: гравітаційна, електромагнітна, сильна, слаба. **Сильна** взаємодія проявляється між частинками в ядерних масштабах (10^{-15} м). **Слаба** – ще більш короткодійча (порядку $2 \cdot 10^{-18}$ м), проявляється між елементарними частинками і

відіграє важливу роль при їх взаємних перетвореннях. **Гравітаційна взаємодія** (тяжіння) універсальна взаємодія між будь-якими тілами.

Електромагнітна взаємодія на багато порядків інтенсивніша гравітаційної й слабкої та є далекодіючою, на противагу сильній взаємодії. Вона найбільш часто зустрічається й багата проявами в мега-, макро- і мікросвіті. Вона обумовлена участю електромагнітного поля. Електромагнітне поле або поглинається, або випромінюється за такої взаємодії, що і обумовлює взаємодію між тілами. *Тому, якщо частинки (тіла) взаємодіють між собою із силами, які повільно зменшуються із збільшенням відстані між ними й набагато перевищують силу всес-*

вітнього тяжіння, то говорять, що ці тіла мають електричний заряд. Можна сказати, що електричний заряд це фізична величина, яка визначає інтенсивність електромагнітної взаємодії, подібно тому, як маса визначає інтенсивність гравітаційної взаємодії.

Електричний заряд зв'язаний з матеріальним носієм і є джерелом електромагнітного поля. Електричний заряд є внутрішньою характеристикою елементарних частинок і визначає їх електромагнітну взаємодію. *Вся сукупність електричних і магнітних явищ є проявом існування, руху та взаємодії електричних зарядів.*

Електростатика займається вивченням електричних полів нерухомих зарядів. Спочатку будемо вивчати електро-

статичні поля у вакуумі. Основний кількісний закон електростатики було відкрито Кулоном в 1785 р. Він формулюється таким чином [1,2,3].

Сила взаємодії F двох точкових зарядів у вакуумі направлена вздовж прямої, яка з'єднує ці заряди, пропорційна добутку їх величин q_1 і q_2 і обернено пропорційна квадрату відстані між ними r . Вона є силою притягання, якщо знаки зарядів різні і силою відштовхування, якщо знаки зарядів однакові. Математично:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору системи одиниць фізичних величин.

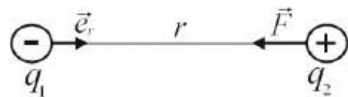
Точковість зарядів в законі Кулона означає, що лі-

нійні розміри тіл, на яких зосереджені ці заряди, мізерно малі порівняно з відстанню між ними. Силу Кулона називають центральною силою, тому що вона напрямлена вздовж прямої, що з'єднує заряди.

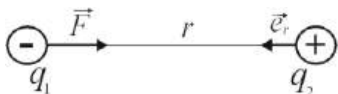
Закон Кулона можна записати у векторній формі:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r, \quad (1.2)$$

де \vec{e}_r – одиничний вектор, що має напрямок від заряду q_1 до заряду q_2 , якщо визначається сила, яка діє на заряд q_2 зі сторони заряду q_1 (рис.1.1,*a*) і навпаки, \vec{e}_r має напрямок від заряду q_2 до заряду q_1 , якщо визначається сила, яка діє на заряд q_1 зі сторони заряду q_2 (рис.1.1,*б*).



a



б

Рис.1.1.1.

Суттєвим фізичним змістом закону (1.2) є твердження про обернену залежність сили взаємодії зарядів від квадрату відстані між ними. В цьому плані закон (1.2) дуже корелює із законом гравітації $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$. Дослідні дані показують, що закон Кулона справедливий для відстаней від 10^{-15} м до, принаймні, декількох кілометрів. Є всі підстави вважати, що для відстаней, які менші 10^{-16} м, (розмір ядра атома) закон Кулона перестає бути справедливим.

У системі СІ для зарядів у вакуумі коефіцієнт k у формулах (1.1 та 1.2) записують у формі:

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0), \quad (1.3)$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала і, отже, $k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл². Множник 4π у виразі (1.3) відображає сферичну симетрію електростатичного поля точкового заряду, оскільки величина 4π чисельно дорівнює повному тілесному куту в стерadianах.

Закон Кулона ($F \sim 1/r^2$) піддавався експериментальній перевірці багато разів, аж до наших днів. Це пов'язано з тим, що було побудовано квантову електродинаміку, яка принципово по-іншому, ніж класична теорія, пояснювала взаємодію зарядів. Але це не значить, що закони класичної електродинаміки було повністю відкинуто. Взаємовідносини квантових і класичних законів визначаються принципом

відповідності: класичні закони є граничним випадком квантових і, значить, між ними повинен існувати зв'язок. Одним із проявів цього зв'язку є твердження: якщо закон Кулона не є точним законом «обернених квадратів» ($F \sim 1/r^2$), то маса спокою фотона m_λ повинна відрізнятись від нуля. Необхідно підкреслити, що питання про рівність нулю m_λ це питання експериментальне.

Оскільки ряд важливих положень сучасної фізики базуються на припущенні про те, що $m_\lambda = 0$, то проблема експериментального підтвердження цього припущення повинна розглядатись як принципово важлива. Дослідна перевірка закону Кулона – один із шляхів її розв'язку. Досліди, проведені в земних умовах, а також оцін-

ки, зроблені шляхом аналізу астрофізичних даних, не дають підстав вважати масу спокою фотона відмінною від нуля і тому закон взаємодії точкових електричних зарядів зберігає статус точного закону «обернених квадратів».

Напруженість електричного поля

За сучасними поглядами матеріальним носієм взаємодії нерухомих зарядів є електричне поле. Основною ознакою наявності електричного поля є те, що на будь-який заряд, внесений у це поле, діє сила. Розкриття властивостей поля – одне із найважливіших завдань фізики. Зараз ми розглядатимемо стаціонарні електричні поля, тобто такі поля, що не змінюються з часом і створюються нерухомими електричними

зарядами. Такі поля називаються *електростатичними*.

Однак при вивченні змінного електромагнітного поля і особливо електромагнітних хвиль ми переконуємось, що поле може існувати без зарядів (електромагнітні хвилі) і що поняття поля має глибокий фізичний зміст: електромагнітне поле є об'єктивною реальністю. Поле реальне так само, як і речовина, і є одним із видів матерії.

Властивості електричного поля вивчають за допомогою пробного точкового позитивного електричного заряду $q_{\text{пр}}$. Пробний заряд мусить бути досить малим, щоб запобігати спотворенню початкового характеру поля. Його присутність не повинна змінити розподіл зарядів, а також не

повинна суттєво вплинути на результати вимірювань.

Якщо в поле, що створюється зарядом q , помістити пробний заряд $q_{\text{пр}}$, то на нього буде діяти сила (1.2), яка пропорційна до величини $q_{\text{пр}}$. Ця сила не може бути характеристикою самого поля, але величина, яка дорівнює відношенню $\vec{F}/q_{\text{пр}}$ (питома сила, тобто сила, що діє на одиничний позитивний заряд) може бути *силовою характеристикою* поля.

Тому векторна величина

$$\vec{E} = \vec{F}/q_{\text{пр}} \quad (1.4)$$

називається *напруженістю електричного поля*. Враховуючи закон Кулона (1.2) та відношення (1.4), отримаємо формулу для напруженості поля

точкового заряду q на відстані r :

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \vec{e}_r. \quad (1.5)$$

Звідси видно, що поле точкового заряду є центральносиметричним.

За напрямком вектора напруженості \vec{E} беруть напрямки сили, з якою поле діє на пробний позитивний заряд, розміщений у певній точці поля (рис.1.2).

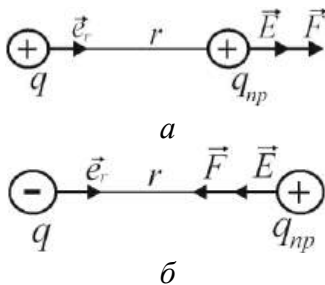


Рис.1.2.

У системі СІ одиниця напруженості електричного поля Н/Кл – це напруженість такого поля, яке діє з силою 1Н на точковий заряд 1Кл. Часті-

ше напруженість поля вимірюють у вольтах на метр (В/м).

Принцип суперпозиції електричних полів

Суттєвим фізичним змістом закону Кулона є твердження про адитивну дію електричних зарядів. Згідно цього твердження *сила взаємодії двох зарядів не змінюється при наявності третього заряду*. Незалежно від числа зарядів, які входять в деяку систему, закон Кулона (1.2) можна використовувати для розрахунку взаємодії кожної пари зарядів. Це твердження є основою **принципу суперпозиції**, який використовується для знаходження величини і напрямку вектора напруженості \vec{E} в кожній точці поля за заданим розподілом у просторі та величиною зарядів. Суть **принципу суперпозиції** в

тому, що сила, яка діє на пробний заряд $q_{\text{пр}}$, що розташований в будь-якій точці поля системи n зарядів, буде представляти собою векторну суму сил, які створюються кожною парю (пробний заряд $q_{\text{пр}}$ і заряд системи) і окремо діють на $q_{\text{пр}}$ в цій точці. Математично це можна записати так:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}} = \frac{\sum_i^n \vec{F}_i}{q_{\text{пр}}} = \frac{\vec{F}_1}{q_{\text{пр}}} + \dots + \frac{\vec{F}_n}{q_{\text{пр}}},$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_i^n \vec{E}_i, \quad (1.6)$$

де $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ – напруженості полів, які створюються окремими зарядами в тій точці простору, де знаходиться пробний заряд $q_{\text{пр}}$.

Принцип суперпозиції дає можливість обчислювати напруженість поля будь-якої системи зарядів. Подумки поділяючи, наприклад, заряджене

тіло скінчених розмірів на точкові заряди, знаходимо складові напруженості в певній точці, створені окремими елементами зарядженого тіла. Потім, згідно з принципом суперпозиції, визначаємо результуючу напруженість.

Графічне зображення електричних полів

Електричні поля зображають за допомогою *ліній напруженості*, які проводять так, щоб дотичні до цих ліній в кожній точці збігалися з напрямками вектора \vec{E} (рис.1.3).

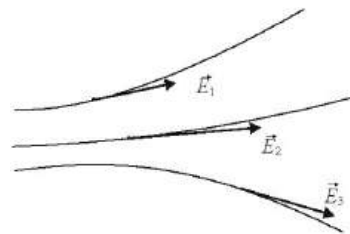


Рис.1.3.

Лінії напруженості мають початок і кінець або йдуть у нескінченність чи з нескінченно

сті. Згідно з формулою (1.6) і рис.1.4 вони починаються на позитивному заряді і закінчуються на негативному заряді.

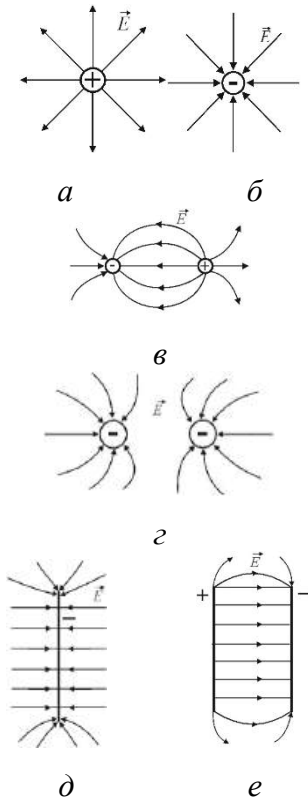


Рис.1.4.

Лінії напруженості ніколи не перетинаються і не дотикаються. В іншому випадку в точці перетину силових ліній були б дві різні напруженості

електричного поля. Ці лінії проводять з такою густиною, щоб кількість ліній, які пронизують одиничну площину, перпендикулярну до вектора \vec{E} , чисельно дорівнювала величині вектора \vec{E} електричного поля в місці розміщення площини.

Робота сил електростатичного поля

Обчислимо роботу сил електростатичного поля точкового заряду q при переміщенні пробного заряду $q_{пр}$ в цьому полі з точки 1, що перебуває на відстані r_1 від заряду q , в точку 2 на відстані r_2 від нього (рис.1.5). В будь-якій точці цього поля на заряд $q_{пр}$ діє сила Кулона (1.2)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{пр}}{r^2} \vec{e}_r.$$

Робота сили \vec{F} на елементарному переміщенні $d\vec{l}$ дорівнює:

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{\text{пр}}}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{qq_{\text{пр}}dr}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

де dr – проекція вектора $d\vec{l}$ на напрямок дії сили \vec{F} (рис.1.5).

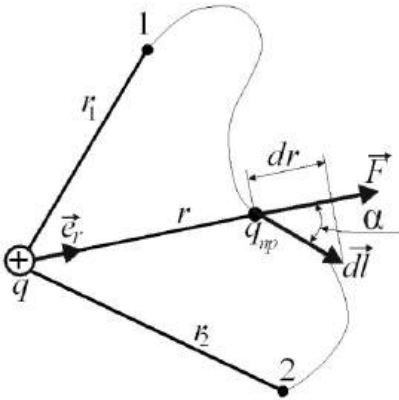


Рис.1.5.

Робота при переміщенні заряду $q_{\text{пр}}$ із точки 1 в точку 2 дорівнює:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} \right).$$

Звідки

$$A_{12} = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (1.7)$$

Із (1.7) випливає, що робота сил електростатичного поля не залежить від форми шляху переміщення заряду $q_{\text{пр}}$ між точками 1–2, а визначається лише розміщенням початкової 1 (r_1) і кінцевої 2 (r_2) точок. Силкові поля, які задовольняють такій умові, називаються потенційними, або консервативними. Отже, електростатичне поле точкового заряду є потенційним. Цей висновок можна поширити на випадок електричних полів будь-якої системи нерухомих точкових зарядів.

Різниця потенціалів. Потенціал. Еквіпотенційні поверхні

Для різних пробних зарядів $q'_{\text{пр}}$, $q''_{\text{пр}}$ і т. д. будуть виконуватись різні роботи (1.7). Однак, відношення $A_{12}/q_{\text{пр}}$

буде однаковим для всіх пробних зарядів. Величина

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A_{12}/q_{\text{пр}} \quad (1.8)$$

називається різницею потенціалів електростатичного поля між точками 1 і 2. $\varphi_1 - \varphi_2$ однозначно визначається через роботу (1.7):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \quad (1.9)$$

де $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \text{const}$, а

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \text{const}$$

називаються потенціалами поля в точках 1 і 2. Потенціал визначається з точністю до константи, тобто

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \text{const}. \quad (1.10)$$

Якщо прийняти, що на нескінченно великій відстані r ($r \rightarrow \infty$) від заряду q потенціал дорівнює нулю, то константа у (1.10) приймається за нуль і

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.11)$$

Із формули (1.10) ще можемо записати, що

$$\varphi_1 = A_{1\infty}/q_{\text{пр}}, \quad (1.12)$$

де враховано, що пробний заряд $q_{\text{пр}}$ ми із точки 1 переміщуємо на нескінченність ($r_2 \rightarrow \infty$).

Тому, **потенціал** даної точки електростатичного поля – це така фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, яку виконують зовнішні сили (проти сил електростатичного поля) при переміщенні одиничного позитивного заряду з нескінченності в дану точку поля, (або роботі сил поля з даної точки в нескінченність).

Одиниця потенціалу – вольт. 1В – це потенціал такої точки поля, в якій заряд величиною 1 Кл має потенційну енергію 1 Дж.

Робота є адитивна величина. Нехай поле створюється системою n точкових зарядів q_1, q_2, \dots, q_n . Робота, яка виконується силами цього поля над зарядом $q_{\text{пр}}$, буде дорівнювати алгебраїчній сумі робіт сил, обумовлених кожним зарядом окремо. Це означає, що потенціал поля, яке створене системою зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, які створюються кожним із зарядів окремо. В той час як напруженості полів складаються при накладанні полів векторно, потенціали складаються алгебраїчно. Через цю причину розрахунок потенціалів є більш простим, ніж розрахунок напруженостей електричного поля.

Геометричне місце точок з однаковим потенціалом

називається еквіпотенційною поверхнею. Її рівняння має вигляд:

$$\varphi(x, y, z) = \text{const} .$$

При переміщенні $q_{\text{пр}}$ по еквіпотенційній поверхні на елементарний відрізок $d\vec{l}$ потенціал не змінюється, а отже, і робота дорівнює нулю:

$$\begin{aligned} A_{12} &= q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} \\ &= \int_1^2 q_{\text{пр}} \vec{E} d\vec{l} = 0. \end{aligned}$$

Звідси випливає, що скалярний добуток $\vec{E} d\vec{l} = 0$. Так як обидва множники $|\vec{E}| \neq 0$, $|d\vec{l}| \neq 0$, то $\vec{E} d\vec{l} = 0$ тільки за умови, що кут між векторами \vec{E} і $d\vec{l}$ дорівнює $\pi/2$. Це означає, що вектор \vec{E} напруженості електричного поля в кожній точці напрямлений перпендикулярно до еквіпотенційної поверхні.

Еквіпотенційні поверхні точкового заряду – це сферичні оболонки навколо нього (рис.1.6) ($\varphi_1 > \varphi_2 > \varphi_3$).

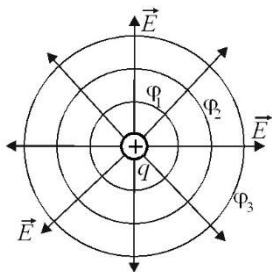


Рис.1.6.

Зв'язок між напруженістю та потенціалом електростатичного поля

Оскільки напруженість \vec{E} і потенціал φ є різними за фізичним змістом характеристиками тих самих точок електростатичного поля, то між ними повинен існувати взаємозв'язок.

Нехай в електричному полі знаходиться заряд $q_{пр}$. Робота при переміщенні цього заряду вздовж осі OX між

двома нескінченно близькими точками буде:

$$dA = F_x dx = q_{пр} E_x dx .$$

З іншого боку, елементарна робота при переміщенні заряду $q_{пр}$ в електростатичному полі виражається через різницю потенціалів між цими точками:

$$\begin{aligned} dA &= q_{пр}(\varphi_1 - \varphi_2) = \\ &= -q_{пр}(\varphi_2 - \varphi_1) = \\ &= -q_{пр}(\varphi + d\varphi - \varphi) = \\ &= -q_{пр}d\varphi, \end{aligned}$$

де $\varphi_1 = \varphi$, а $\varphi_2 = \varphi + d\varphi$.

Тоді, прирівнявши елементарні роботи, отримуємо:

$$E_x dx = -d\varphi, \text{ або } E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} .$$

Знак "-" означає, що під дією сил електричного поля додатній заряд переміщується в бік зменшення потенціалу. Значок похідної $\partial \varphi / \partial x$ означає, що $\varphi = \varphi(x, y, z)$ залежить від трьох змінних, але в даному

випадку похідна береться тільки по змінній x і називається частинною похідною.

Таким чином ми знаходимо E_x, E_y, E_z – компоненти вектора напруженості \vec{E} . Вираз для \vec{E} можемо записати так:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = \\ &= - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right).\end{aligned}$$

У векторному аналізі градієнтом скалярної величини φ називається така векторна величина, для якої справедливий запис:

$$\text{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}.$$

Цей вектор направлений у бік найшвидшого зростання потенціалу φ .

Отже,

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi. \quad (1.13)$$

Знак "-" вказує на те, що вектор \vec{E} напруженості поля на-

правлений вбік найшвидшого зменшення потенціалу. Напруженість в якій-небудь точці електростатичного поля дорівнює градієнту потенціалу в цій точці поля, взятому з оберненим знаком.

Знаючи потенціал φ в кожній точці поля, за формулою (1.13) можемо обчислити напруженість в кожній точці поля.

Можна розв'язати і обернену задачу, тобто знаючи напруженість поля в кожній точці поля, можна знайти різницю потенціалів між довільними точками цього поля.

Метод дослідження електростатичного поля

Якщо виділити в полі якийсь напрямок \vec{l} , то проекцію вектора напруженості поля \vec{E} на

цей напрямок можна визначити як $E_l = -\partial\varphi/\partial l$.

Ортогональність силових ліній і еквіпотенційних поверхонь (ліній) значно полегшує експериментальне і теоретичне дослідження електричного поля: Знаходячи силові лінії, можна визначити еквіпотенційні лінії (поверхні), і навпаки, за еквіпотенційними лініями (поверхнями) легко побудувати силові лінії. Останній факт має особливо широке застосування в техніці, оскільки при конструюванні електронних ламп, конденсаторів, електронних лінз та інших приладів часто треба знати розподіл електричного поля в просторі.

Наприклад, аналітичний розрахунок поля в тріоді (електронна лампа) ускладнений через складну конфігурацію

електродів, тому на практиці для визначення електричних полів в таких системах широко користуються методами фізичного моделювання.

Методи моделювання базуються на теоремі подібності електричних полів, згідно з якою при пропорційній зміні всіх геометричних розмірів електродів характер поля в системі не змінюється: форма і відносне розташування еквіпотенційних ліній залишаються такими, як і у вихідній системі. Подібність полів зберігається і при зміні всіх напруг в однако-ве число раз. Як правило, легше виконати розрахунок потенціалів, ніж напруженостей поля, оскільки перші є величинами скалярними, а другі - векторними. Експериментальне вимірювання потенціалів та-

кож простіше, ніж вимірювання напруженості поля, так як більшість приладів вимірюють різницю потенціалів, а не напруженість поля. Тому і в даній лабораторній роботі експериментально вивчається розподіл потенціалів в електричному полі, а не напруженості цього поля

Силові лінії полів, що вивчаються, будуються вже потім, як ортогональні криві до експериментально знайдених екіпотенційних ліній.

При вивченні розподілу потенціалів в електричному полі часто використовується метод зондів, суть якого в тому, що в досліджувану точку поля вноситься додатковий електрод-зонд, по можливості зроблений так, щоб мінімально порушувати своєю присутніс-

тю досліджуване поле. Цей зонд з'єднується провідником з приладом, який вимірює потенціал зонду в полі по відношенню до потенціалу будь-якої точки поля, вибраної за нуль відліку.

Складність роботи з зондами привела до розробки нового методу вивчення електростатичних полів (створених нерухомими і незмінними за часом зарядами) шляхом штучного відтворення їхньої структури в провідних середовищах, якими пропускається постійний струм.

Таким чином, пряме вивчення електричного поля замінюється вивченням його моделі. Такий метод називається математичним моделюванням.

Виявляється, що при слабких струмах розподіл потенці-

алів в середовищі, яким протікає струм, між встановленими в ньому електродами, може бути тотожним розподілу потенціалів між тими ж електродами, коли між ними є електричне поле в вакуумі або в однорідному діелектрику.

Якщо електроди покласти на електропровідний папір, і під'єднати до джерела е.р.с., то між ними потече електричний струм. Слід мати на увазі, що заміна непровідного середовища на провідне може, взагалі кажучи, змінити конфігурацію електричного поля.

Однак, якщо питома електропровідність σ провідного середовища (в наших дослідах електропровідного паперу) буде значно меншою від електропровідності речовини електродів, то в цьому випадку по-

тенціали всіх точок електрода практично однакові і згідно закону Ома *лінії струму* $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (*лінії вектора \vec{E}*) будуть перпендикулярними до поверхні цих електродів.

Поле всередині середовища є суперпозиція зовнішнього поля \vec{E}_0 і внутрішнього поля \vec{E}' , яке створюється зв'язаними зарядами, що знаходяться всередині молекул (атомів)), тобто

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' . \quad (1.14)$$

Необхідно уточнити, що під \vec{E}' розуміють деяке усереднене поле зв'язаних зарядів. Власивості вільних і зв'язаних зарядів тотожні. Для характеристики електричного поля в середовищі вводять допоміжну величину

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} , \quad (1.15)$$

де \vec{P} - вектор поляризації середовища, ϵ_0 – електрична стала вакууму. Допоміжну величину

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}. \quad (1.16)$$

називають *вектором електричного зміщення (вектором електричної індукції)*. ϵ – безрозмірна величина. Її називають відносною діелектричною проникністю, або просто діелектричною проникністю середовища.

Вектор \vec{D} від середовища не залежить і описує електростатичне поле, що створюється вільними зарядами. Зв'язані заряди, що виникають в середовищі, викликають перерозподіл вільних зарядів. Тому вектор \vec{D} характеризує електростатичне поле, що створюється вільними зарядами (тобто у вакуумі), але при такому

їх розподілі в просторі, який є при наявності діелектрика.

1. Вектор \vec{D} не залежить від властивостей середовища тоді, коли поле створюється зарядженими тілами в однорідному ізотропному середовищі.

2. Лінії вектора \vec{E} можуть починатися і закінчуватися як на вільних зарядах так і на зв'язаних зарядах, а лінії вектора \vec{D} – лише на вільних зарядах. Через області поля, де знаходяться зв'язані заряди, лінії вектора \vec{D} проходять так, ніби зв'язаних зарядів не має.

Лінії вектора зміщення \vec{D} (описує електричне поле в середовищі) завжди перпендикулярні до поверхні провідника (за винятком, коли простір між електродами заповнений анізо-

тропним діелектриком). Крім того, у випадку відсутності об'ємних зарядів між електродами ($\rho=0$), постійних струмів ($\partial\rho/\partial t = 0$) вектори \vec{D} і \vec{E} задовольняють однаковим рівнянням (рівняння Пуассона):

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \quad (1.17)$$

Ці рівняння разом з однаковими граничними умовами (вектори \vec{D} і \vec{E} перпендикулярні до поверхні електродів) означають, що конфігурації полів тотожні і дослідження електростатичного поля \vec{D} можна замінити дослідженням конфігурації поля струмів (згідно з законом Ома $\vec{j} = \sigma\vec{E}$).

Знаходження розподілу потенціалів в провідному сере-

довищі, по якому протікає струм, порівняно легка експериментальна задача.

В даній роботі як електропровідне середовище використовується спеціальний провідний папір, який розміщується на планшеті, на якому закріплюються електроди 1 і 3 необхідної форми (рис.1.7). На електроди подається постійна напруга U . Розглянемо граничні умови на електродах та інших поверхнях розділу середовищ. Якщо електропровідність середовища мала, то малий і струм, який протікає через це середовище. Електропровідність електродів, з іншого боку, велика, тому можна знехтувати падінням напруги в їх об'ємі та вважати, що поверхні електродів є (1 і 3 на рис.1.7) еквіпотенційними. Тому лінії

струму й силові лінії у слабопровідному середовищі перпендикулярні до межі розділу електрод – слабопровідне середовище.

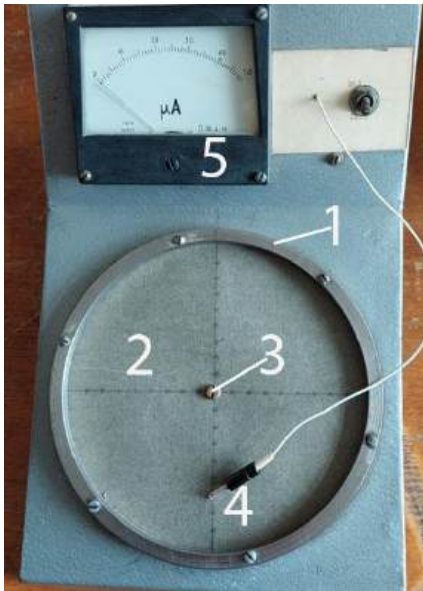


Рис.1.7 Вид лабораторної установки по дослідженню електричного поля. 1 - зовнішній електрод; 2 – провідний папір; 3 – внутрішній електрод; 4 – зонд; 5 – мікроамперметр.

Аналогічний хід силових ліній в діелектричному середовищі, наприклад, у вакуумі. Проте граничні умови повинні виконуватися не тільки

на поверхні розділу електрод – середовище, але й на інших поверхнях, що його обмежують. Як слабопровідне середовище використовується електропровідний папір, а межують з ним повітря та ізолююча підкладка. Оскільки на межах між електропровідним папером, повітрям і підкладкою електричний струм не може протікати перпендикулярно до поверхні розділу (з непровідного середовища у провідне), то у провідному середовищі встановлюється такий розподіл потенціалу, за якого вектор E не матиме складових, перпендикулярних до поверхні розділу. Тому в провідному середовищі лінії струму й силові лінії йдуть вздовж межі розділу з непровідним середовищем. Межа розділу не вносить ви-

кривлень у форму ліній струму і, отже, ліній напруженості, якщо контур цієї межі відповідає контуру ліній струму. У разі виконання всіх цих умов можна створити модель поля електростатичних зарядів, використовуючи поле в слабопровідному середовищі. У такому моделюванні силовим лініям електростатичного поля відповідають лінії струму, а поверхням однакового потенціалу – поверхні однакових напруг. Тобто електростатичне поле замінюємо полем струму. Перевагою такого моделювання є те, що виміряти поля у провідному середовищі набагато простіше, ніж у непровідному. Ця простота зумовлена тим, що у провідному середовищі вимірюється електричний потенціал, замість напружено-

сті поля. Для таких вимірювань використовують зонди (електроди), які вводять у поле. Зонд – це добре ізольований вздовж усієї довжини, крім кінця, провідник. Для вимірювання різниці потенціалів між двома точками поля в провідному середовищі потрібно доторкнутися до цих точок зондами, під'єднаними до вольтметра. Таким методом на електропровідному папері можна намітити лінії однакового потенціалу. Лінії струму на папері ортогональні до лінії однакового потенціалу і відповідають лініям напруженості електростатичного поля, наприклад, в середині циліндричного конденсатора. Такий самий характер має розподіл потенціалу електростатичного поля безмежної, прямої рівномірно зарядженої

нитки. Таке поле моделюється за допомогою електропровідного паперу, до якого щільно притиснуті два коаксіальних циліндричних електроди. Тобто в даній лабораторній роботі моделюється поле циліндричної симетрії. Таке поле існує в циліндричних конденсаторах. Для такої моделі залежність напруженості та потенціалу поля від відстані r до осі системи можна розрахувати таким чином [1].

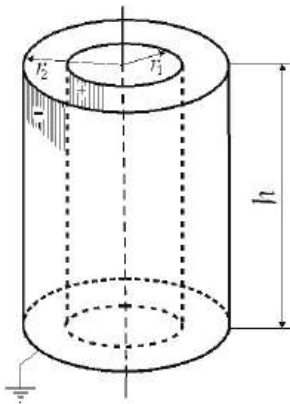


Рис.1.8.

Циліндричний конденсатор – це система із двох коаксіальних циліндрів з радіусами r_1 і r_2 (рис.1.8). Простір між циліндрами заповнений діелектриком з діелектричною проникністю ϵ . Якщо висота циліндрів значно перевищує їхні радіуси $h \gg r_1$ і $h \gg r_2$, то можна знехтувати краєвими ефектами і для визначення різниці потенціалів між циліндричними обкладками конденсатора скористатися формулою для прямого лінійного заряду враховуючи присутність діелектрика. Тобто

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (1.18)$$

де $\lambda = q/h$ – лінійна густина заряду внутрішнього циліндра, r – відстань від осі конденсатора до деякої точки між циліндрами, ϵ – діелектрична про-

никність середовища між циліндрами. Так як згідно (1.18)

для циліндричної симетрії

$$E(r) = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad \text{то}$$

$$-d\varphi = E dr = \lambda dr / (2\pi\epsilon\epsilon_0 r).$$

Інтегруючи цей вираз в межах від r_1 до r_2 , знаходимо:

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r};$$

$$-(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln r \Big|_{r_1}^{r_2},$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1.19)$$

В лабораторній роботі зовнішній електрод (в конденсаторі зовнішній циліндр заземлений) приймається за нульовий потенціал, тобто $\varphi_2 = 0$. Тоді $\varphi_1 - \varphi_2 = U_0$, де U_0 – напруга між електродами 3 і 1 на рис.1.8. Для лабораторної роботи $r_2 = r_{\text{зовн}}$, а $r_1 = r_{\text{внут}}$.

Тоді із формули (1.19) можемо

визначити лінійну густину заряду:

$$\lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}}. \quad (1.20)$$

Підставимо (1.20) в (1.18) і отримаємо теоретичну формулу для напруженості поля на відстані r від осі електрода 3 (рис.1.7 і 1.9).

$$E(r) = \frac{U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (1.21)$$

Залежність $E(r) \sim \frac{1}{r}$ отри- мується і із закону Ома. Густи- ну струму на відстані r від осі системи $j(r)$ знаходимо з умо- ви неперервності

$$j(r) = \frac{I}{2\pi r \cdot d} = \sigma E(r),$$

де I – повний струм, що про- ходить через папір; d – товщи- на паперу, $2\pi r \cdot d$ – площа пе- рерізу паперу на відстані r від осі електрода 3. Тоді напруже- ність поля на відстані r

$$E(r) = \frac{I}{2\pi\sigma d} \cdot \frac{1}{r}, \quad (1.22)$$

де σ – електрична провідність паперу. Експериментальна установка у роботі зібрана так, що в досліді вимірюється різниця потенціалів між зовнішнім електродом, потенціал якого приймається за нуль, і даною точкою поля, що знаходиться на відстані r від центрального електрода 3 (рис.1.7).

Із формули (1.19) для різниці потенціалів (напруги) між електродом 1 (прийнятим за нульовий потенціал) і точкою на електропровідному папері, яка знаходиться на відстані r від осі центрального електрода 3 (рис.1.7 і 1.9) можемо записати, що

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r},$$

або із урахуванням (1.20) отримаємо:

$$U = \frac{U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r}. \quad (1.23)$$

Опис експериментальної установки

Електрична схема установки для моделювання розподілу потенціалу й напруженості електростатичного поля, що має осьову симетрію, схематично зображена на рис.1.9, де 1 – зовнішній електрод з радіусом $r_{\text{зовн}}$; 2 – провідний папір; 3 – центральний електрод з радіусом $r_{\text{внут}}$; 4 – зонд (електрод); 5 – мікроамперметр; $R_{\text{д}}$ – додатковий опір до мікроамперметра [13].

Електрична схема під'єднана до стабілізованого джерела живлення U . Схема дає можливість виконувати вимірювання напруги між зовнішнім електродом 1 і якою-небудь точкою A провідного середо-

вища 2. Вимірювальним приладом є мікроамперметр, який завдяки великому додатковому опору $R_d \gg 10\text{кОм}$ працює в режимі вольтметра.

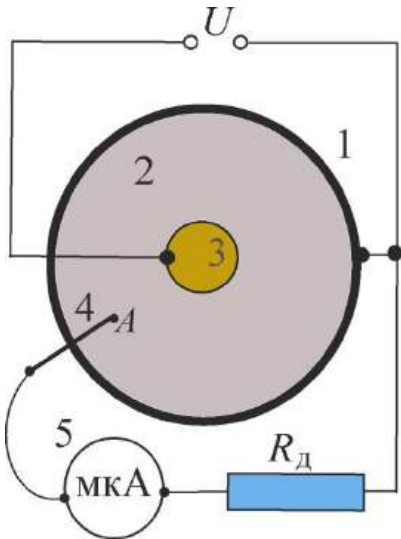


Рис.1.9.Електрична схема лабораторної установки.

Оскільки додатковий опір R_d є великим у порівнянні з опором ділянки електропровідного паперу між точкою A і зовнішнім електродом, під'єднання вимірювального кола не вносить помітних викривлень у

силу струму на цій ділянці і, отже, у спад напруги $U(r)$ між точкою A і зовнішнім електродом. Якщо знехтувати опором зони контакту між зондом і електропровідним папером, а також внутрішнім опором мікроамперметра порівняно з величиною R_d , то струм, що протікає через мікроамперметр:

$$I(r) = \frac{U(r)}{R_d}$$

де r - відстань від осі моделі електрода 3 до точки A . Вимірявши силу струму $I(r)$, що протікає через мікроамперметр, для спаду напруги матимемо:

$$U(r) = I(r) \cdot R_d. \quad (1.24)$$

Для точнішого визначення $I(r)$ виміри повторюють кілька разів для точок, що розташовані на різних радіусах, але на однаковій відстані від осі моделі.

Після цього знаходимо середнє значення струму:

$$\langle I(r) \rangle = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 I_i(r). \quad (1.25)$$

Для спаду напруги остаточно матимемо такий вираз:

$$U(r) = \langle I(r) \rangle \cdot R_d \quad (1.26)$$

Описана нами установка дає змогу змінювати r від 1см (внутрішній електрод) до 8 см (зовнішній електрод) із кроком $\Delta r = 1\text{см}$. Значення R_d вказано в даних до робочої установки. Використовуючи обчислені значення $U(r)$, можна знайти залежність напруженості поля в даній точці електропровідного паперу від відстані r . Для цього використовуємо залежність між $E(r)$ і $U(r)$:

$$E(r) = \frac{\Delta U}{\Delta r} = \frac{U(r) - U(r + \Delta r)}{\Delta r}. \quad (1.27)$$

В даній роботі спад напруги $U(r)$ вимірюється в точках, що розташовані на відста-

ні $\Delta r = 1\text{см}$ одна від одної. За формулою (1.27) визначаємо напруженість поля, яку будемо відносити до середини відрізка $\Delta r = 1\text{см}$ (рис.1.10). Щоб точніше визначати напруженість

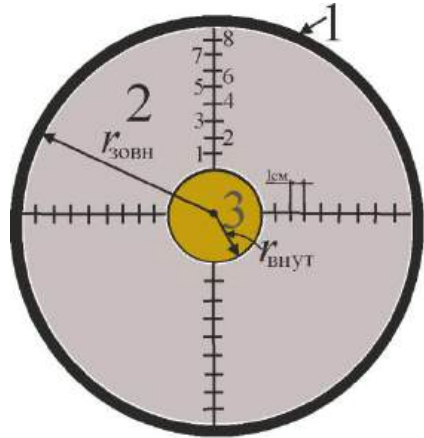


Рис.1.10.

поля необхідно відрізки Δr брати як можна меншими, якщо дозволяють технічні можливості. Тому напруженість поля будемо визначати за такою формулою

$$E(r + 0,5\text{см}) = \frac{U(r) - U(r + 1\text{см})}{0,01\text{м}} \quad (1.28)$$

у вольтах на метр (В/м), якщо $U(r)$ подано у вольтах для точок середин відрізків Δr , які будуть знаходитись на відстанях $r_c = 1,5; 2,5; \dots; 7,5$ см від центрального електрода 3 (рис.1.10).

Порядок виконання

1. Ознайомитися з установкою. Підготувати установку до роботи. Для цього увімкнути джерело живлення на макеті.

2. Доторкнутися зондом до внутрішнього електрода і записати значення максимального струму I_0 , що протікає через прилад. Очевидно, що максимальна різниця потенціалів між електродами буде:

$$U_0 = I_0 \cdot R_d, \quad (1.29)$$

де R_d – опір додаткового резистора (рис.1.9).

3. Вибрати на електропровідному папері промінь (радіус). Торкатися зондом послідовно в точки цього радіуса на відстані 1,2,3,...,8 см (рис.1.10) і записати відповідні покази мікроамперметра (5 на рис.1.7 і 1.9) $I_i(r)$ до другого стовпчика табл. 1.1.

Зауваження. Під час вимірювання струму зонд потрібно ставити не на сам промінь, а поряд з ним на електропровідний папір. Зонд має бути притиснутий до паперу, щоб забезпечити добрий контакт. Про наявність контакту можна дізнатися, спостерігаючи за процесом досягнення струмом максимального значення.

4. Повторити вимірювання, описані в п.3 на 2, 3, 4-му променях. Отримані значення $I_1(r), I_2(r), I_3(r), I_4(r)$

занести до табл.1.1. (до 2 - 5 стовпчиків відповідно індексам (табл.1.1))

5. Виміряти, користуючись лінійкою, радіуси внутрішнього $r_{\text{внут}}$ та зовнішнього $r_{\text{зовн}}$ електрода; занести дані до протоколу. Туди ж занести значення R_d , що вказується на установці.

Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного значення r (1; 2; 3...8см) визначити середнє значення сили струму за формулою (1.25) і занести до таблиці 1.1.

2. Для кожного значення r (1; 2; 3...8см) визначити експериментальне середнє значення спаду напруги $U_{\text{експ}}(r)$ за формулою (1.26) і занести до таблиці 1.1.

3. За формулою (1.29) знайти U_0 .

4. Для кожного значення r (1; 2; 3...8см) визначити теоретичне середнє значення спаду напруги $U_{\text{теор}}(r)$ за формулою (1.23) і занести до таблиці 1.1.

5. Побудувати на одному графіку дві криві $U_{\text{теор}}(r)$ і $U_{\text{експ}}(r)$ залежності отриманих напруг від відстані.

6. Для кожного значення r (1; 2;...8 см) визначити величини $\ln(r_{\text{зовн}}/r)$, результати занести до таблиці 1.1.

7. Побудувати на одному графіку дві прямі: $U_{\text{теор}}(r) = f(\ln(r_{\text{зовн}}/r))$ і $U_{\text{експ}}(r) = f(\ln(r_{\text{зовн}}/r))$ залежності отриманих напруг від $\ln(r_{\text{зовн}}/r)$.

8. Визначити кутові коефіцієнти двох прямих:

$U_{\text{теор}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$ і

$U_{\text{експ}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$ та порівняти їх між собою.

9. Для кожного значення r (1,5; 2,5; ...7,5см) визначити експериментальне середнє значення напруженості поля за формулою (1.28) і занести до таблиці 1.2.

10. Для кожного значення r (1,5; 2,5; ...7,5см) визначити теоретичне середнє значення напруженості поля за формулою (1.21) і занести до таблиці 1.2.

11. Для кожного значення r (1,5; 2,5; ... 7,5см) визначити обернену величину $1/r$ та $-\ln(r)$, занести до таблиці 1.2.

12. Побудувати на одному графіку дві криві $E_{\text{теор}}(r)$ і $E_{\text{експ}}(r)$ залежності отриманих напруженостей від відстані.

13. Побудувати на одному графіку дві прямі $E_{\text{теор}}(1/r)$ і $E_{\text{експ}}(1/r)$ - залежності отриманих напруженостей від $1/r$.

14. Визначити кутові коефіцієнти двох прямих: $E_{\text{теор}}(1/r)$ і $E_{\text{експ}}(1/r)$ та порівняти їх між собою.

15. Побудувати на одному графіку дві прямі: $\ln(E_{\text{теор}}) = f(-\ln(r))$ і $\ln(E_{\text{експ}}) = f(-\ln(r))$ залежності логарифму напруженостей від логарифму відстані.

16. Визначити кутові коефіцієнти двох прямих: $\ln(E_{\text{теор}}) = f(-\ln(r))$ і $\ln(E_{\text{експ}}) = f(-\ln(r))$ та порівняти їх між собою.

17. Експериментальні результати опрацювати за методом найменших квадратів за

схемою, яка приведена в прикладі обробки даних (див. додатки 1, 2).

Контрольні питання

1. Дати визначення: а) електричного поля; б) напруженості електричного поля; в) силової лінії.

2. Що є енергетичною характеристикою електричного поля?

3. Що таке різниця потенціалів?

4. Дати визначення еквіпотенціальної лінії (поверхні).

5. Пояснити зв'язок між напруженістю та потенціалом електричного поля.

6. Що таке градієнт потенціалу?

7. Пояснити, чому дослідження електростатичного поля можна замінити досліджен-

ням розподілу потенціалів в провідному середовищі, через яке протікає постійний струм.

8. Пояснити експериментальну схему для дослідження електричного поля за допомогою електричного зонда.

9. Пояснити суть методу електричного зонда для знаходження в електричному полі точок з однаковим потенціалом.

10. Пояснити суть методу математичного моделювання.

Таблица 1.1

№	$r, \text{ м}$	$I_1(r),$ МК А	$I_2(r),$ МК А	$I_3(r),$ мкА	$I_4(r),$ мкА	$\langle I(r) \rangle,$ мкА	$U_{\text{эксп}}(r),$ В	$\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r}$	$U_{\text{теор}}(r),$ В
1	0,01								
2	0,02								
3	0,03								
4	0,04								
5	0,05								
6	0,06								
7	0,07								
8	0,08								

Таблица 1.2

№	$r, \text{ м}$	$1/r, 1/\text{м}$	$-\ln(r)$	$E_{\text{эксп}}(r),$ В/м	$E_{\text{теор}}(r),$ В/м	$\ln(E_{\text{эксп}})$
1	0,015					
2	0,025					
3	0,035					
4	0,045					
5	0,055					
6	0,065					
7	0,075					

2. Вивчення законів постійного струму на прикладі містка Уїтстона та компенсаційної схеми

Мета роботи:

1. Вивчити метод вимірювання опору за допомогою мостової схеми і навчитися вимірювати опір містком постійного струму.

2. Оцінити невизначеність значення визначеного невідомого опору та записати кінцевий результат вимірювання.

3. Вивчити компенсаційний метод вимірювання електрорушійної сили (далі е.р.с.) і виміряти значення невідомої е.р.с. цим методом.

4. Оцінити невизначеність значення визначеної невідомої е.р.с. та записати кінцевий результат вимірювання.

5. Зробити висновки по роботах.

2.1. Вимірювання опору за допомогою містка постійного струму

Теоретична частина

Електрорушійна сила і закони Ома [1,2,3]

Для того, щоб в провіднику існував струм необхідно підтримувати в ньому електричне поле, тобто підтримувати різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. Якщо цього не робити, то електрони, рухаючись до торця 1 (рис.2.1), будуть понижувати його потенціал φ_1 , підвищувати потенціал торця 2 і з часом різниця $\varphi_1 - \varphi_2$ стане дорівнювати нулю, поле всередині провідника зникне і струм перестане існувати.

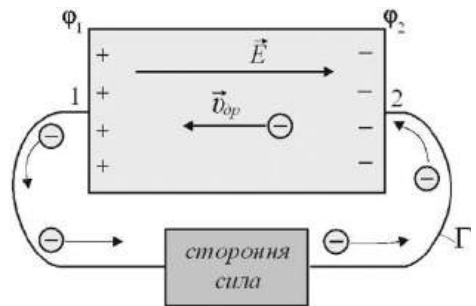


Рис.2.1.

Щоб підтримувати сталою різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$, необхідно електрони від торця 1 переносити до торця 2 за напря-

мком напруженості поля \vec{E} . Іншими словами, електрони необхідно переміщувати від позитивних зарядів до негативних, тобто виконувати роботу переміщення, витрачаючи при цьому енергію. Таке переміщення можна здійснювати тільки за допомогою *сторонніх сил*. Ці сили можуть бути обумовленні хімічними процесами в гальванічних елементах і акумуляторах; дифузією носіїв струму в неоднорідному середовищі; електричними полями, які створюються магнітними полями, що змінюються з часом. Сторонні сили виникають в генераторах за рахунок механічної енергії обертання ротора генератора. Сторонні сили не можуть бути кулонівськими силами. Кулонівські сили є потенційними і робота таких сил по переміщенню зарядів по замкну-

тому контуру (колу) дорівнює нулю. Під дією кулонівських сил заряди можуть тільки перерозподілятися поверхнею провідника, яка зразу ж стає еквіпотенційною. Отже, на певних ділянках кола (ділянка 1-2 на рис.2.1) сили, що діють з боку електричного поля \vec{E} на носії заряду, не є єдиною причиною струму.

Сторонні сили, які діють на заряди, разом із силами поля \vec{E} зумовлюють постійний струм. Щоб врахувати дію сторонніх сил, вводять поняття вектора *напруженості поля сторонніх сил* $\vec{E}_{ст}$, який за визначенням чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд.

Сторонні сили, переміщуючи електричні заряди, виконують роботу. Тому фізична величина, що чисельно дорівнює ро-

боті, яка виконується сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду, називається електрорушійною силою (е.р.с), що діє в колі:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q}, \quad (2.1)$$

де A_{cm} - робота сторонніх сил по переміщенні заряду q в колі.

Стороння сила \vec{F}_{cm} , що діє на заряд q , дорівнює

$$\vec{F}_{cm} = q \vec{E}_{cm}.$$

На електричних схемах сторонню силу зображують так, як показано на рис.2.2. Напруженість поля сторонніх сил \vec{E}_{cm} діє в межах пристрою (джерела струму) і направлена від "мінуса" до "плюса" (див. додаток 4).

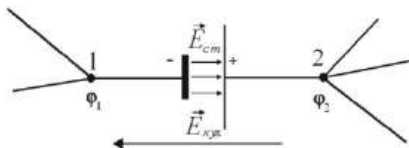


Рис.2.2.

Робота сторонніх сил по переміщенню в напрямі струму заряду q вздовж усього замкнутого кола Γ (рис.2.1) дорівнює:

$$A_o = \oint_{\Gamma} \vec{F}_{cm} d\vec{l} = q \oint_{\Gamma} \vec{E}_{cm} d\vec{l}.$$

Тоді

$$\mathcal{E} = \frac{A_o}{q} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_{cm} d\vec{l}. \quad (2.2)$$

Е.р.с., що діє в замкнутому колі, визначається циркуляцією вектора напруженості сторонніх сил \vec{E}_{cm} .

Е.р.с., яка діє на якійсь ділянці кола 1-2 (рис.2.2), дорівнює

$$\mathcal{E} = \int_1^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l}. \quad (2.3)$$

Результуюча сила, що діє в колі на заряд:

$$\vec{F} = \vec{F}_{cm} + \vec{F}_{кул} = q(\vec{E}_{cm} + \vec{E}_{кул}). \quad (2.4)$$

Робота, яка виконується результуючою силою над зарядом q на

ділянці кола 1-2 (рис.2.3) дорівнює:

$$A_{12} = q\varepsilon + q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.5)$$

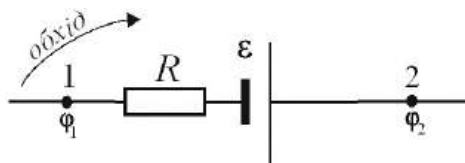


Рис.2.3.

Ця робота проявляється у виділенні тепла на цій ділянці кола. Згідно закону збереження енергії вираз (2.5) можемо переписати так:

$$\begin{aligned} A_{12} &= Q_{12} = I^2 R_{12} \Delta t = q I R_{12} = \\ &= q U_{12} = q \varepsilon + q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.6) \end{aligned}$$

При цьому враховано, що $q = I \Delta t$. R_{12} – опір ділянки кола 1 – 2.

Напругою U_{12} на ділянці кола 1-2 (рис.2.3) називається фізична величина, що визначається роботою, яка виконується сумарним полем електростатичних і сторонніх сил при переміщенні одиничного позити-

вного заряду на даній ділянці кола. Отже із (2.6) отримаємо, що

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (2.7)$$

Поняття напруги є узагальненим поняттям різниці потенціалів: напруга на кінцях ділянки кола дорівнює різниці потенціалів в тому випадку, якщо на цій ділянці не прикладена е.р.с.

Ділянка кола, на якій на носії струму діють сторонні сили, називається неоднорідною. Ділянка кола, на якій не діють сторонні сили, називається однорідною. Для однорідної ділянки кола

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$$

і тоді, враховуючи, що із (2.6) витікає співвідношення $I R_{12} = U_{12}$, струм на однорідній ділянці кола буде визначатись за формулою

$$I = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}. \quad (2.8)$$

Формула (2.8) це є **закон Ома для однорідної ділянки кола**.

Враховуючи співвідношення (2.6), рівняння (2.7) переписемо так:

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}, \quad (2.9)$$

де \mathcal{E}_{12} позначено сумарну е.р.с., яка діє на ділянці кола 1–2.

Поділивши (2.9) на R_{12} отримаємо математичний вираз **закону Ома для неоднорідної ділянки кола**:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}. \quad (2.10)$$

При користуванні законом (2.10) необхідно користуватись певними *правилами*:

1. Вибрати довільно обхід на ділянці кола 1–2 (рис.2.3).

2. Вибрати довільно напрям струму на цій ділянці. Якщо напрямок струму і напрям обходу співпадають, то силу

струму треба приймати, як позитивну величину ($I > 0$). Якщо напрям струму і напрям обходу на ділянці 1-2 протилежні, то ($I < 0$).

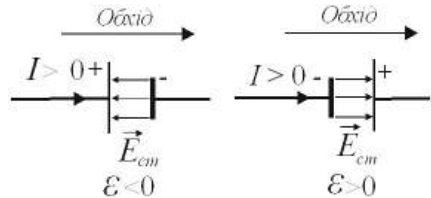


Рис.2.4.

3. Е.р.с. \mathcal{E} є теж величиною алгебраїчною. Вважається, що дія \mathcal{E} має напрям, що співпадає з напрямком поля \vec{E}_{cm} (рис.4.). Якщо напрям \vec{E}_{cm} співпадає із напрямком обходу на ділянці 1–2, то $\mathcal{E} > 0$. Якщо напрям поля \vec{E}_{cm} і напрям обходу протилежні, то $\mathcal{E} < 0$ (рис.2.4.). Закон Ома (2.10) для першого випадку записеться так:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}}{R_{12}},$$

а для другого випадку -

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R_{12}}.$$

Якщо електричне коло замкнуте, то точки 1 і 2 ділянки кола (рис.2.3) співпадають. Це означає, що $\varphi_1 = \varphi_2$ і $R_{12} = R$, де R - загальний опір кола. Тому **закон Ома для замкнутого кола** має такий вигляд:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad (2.11)$$

де \mathcal{E} – алгебраїчна сума всіх е.р.с., які діють у цьому колі.

Розрахунок розгалужених електричних кіл за допомогою правил Кірхгофа

За допомогою закону збереження заряду і закону Ома (2.10) для неоднорідної ділянки кола можна розрахувати будь-яке складне електричне коло. Такий розрахунок значно полегшується, якщо застосувати два правила Кірхгофа.

Перше правило Кірхгофа

встановлює взаємозв'язок між

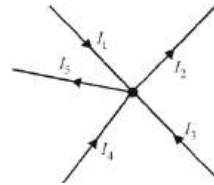


Рис.2.5.

струмами в провідниках, що сходяться у вузлі. **Вузлом** розгалуженого кола називають точку, в якій сходяться три і більше провідників (рис.2.5). Нехай постійні струми I_1, I_3, I_4 входять у вузол, а струми I_2, I_5 виходять із нього. Так як у вузлах заряди не накопичуються, то кількість заряду, що приносять струми I_1, I_3, I_4 до вузла дорівнює кількості заряду, що виносять струми I_2, I_5 з вузла. Тому на основі **закону збереження заряду** можна записати, що

$$I_1 + I_3 + I_4 - I_2 - I_5 = 0, \quad (2.12)$$

або

$$-I_1 - I_3 - I_4 + I_2 + I_5 = 0, \quad (2.13)$$

Рівняння (2.12) або (2.13) виражають перше правило Кірхгофа. Для зручності користування цими рівняннями струмам, що входять у вузол, надають один знак, а струмам, що виходять – протилежний. Так, якщо вважати струм, що входить у вузол, додатним, а струм, що виходить із вузла, – від’ємним, то перше правило Кірхгофа можна сформулювати так: *алгебраїчна сума усіх сил струмів, що сходяться в будь-якому вузлі розгалуженого кола, дорівнює нулю:*

$$\sum_{i=1}^m I_i = 0. \quad (2.14)$$

Друге правило Кірхгофа.

Виділимо в розгалуженому колі простий замкнутий контур, наприклад $ABCD$ (рис.2.6). Застосуємо закон Ома (2.10) до кожної ділянки кола цього контуру,

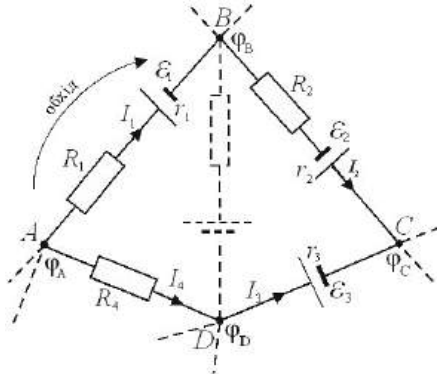


Рис.2.6.

виконуючи правила для використання закону Ома (2.10). Тоді згідно рис.2.6 запишемо такі рівняння:

$$I_1 R_1 + I_1 r_1 = \varphi_A - \varphi_B - \varepsilon_1;$$

$$I_2 R_2 + I_2 r_2 = \varphi_B - \varphi_C + \varepsilon_2;$$

$$-I_3 r_3 = \varphi_C - \varphi_D + \varepsilon_3;$$

$$-I_4 R_4 = \varphi_D - \varphi_A.$$

Додамо почленно ліві і праві частини цих рівностей. Тоді отримаємо, що

$$I_1 R_1 + I_1 r_1 + I_2 R_2 + I_2 r_2 - I_3 r_3 - I_4 R_4 = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (2.15)$$

Аналогічні співвідношення отримується для будь-якого простого замкнутого кон-

туру. Узагальнюючі співвідношення (2.15), запишемо, що

$$\sum IR + \sum Ir = \sum \mathcal{E}. \quad (2.16)$$

Співвідношення (2.16) виражає *друге правило Кірхгофа: у будь-якому простому замкнутому контурі, довільно обраному у розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків сил струмів на опори відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., що діють у контурі.*

У сумі (2.16) знаки струмів і е.р.с. \mathcal{E} (див. правила на стор.43) беруть згідно вибраного обходу по контуру (рис.2.6). Обхід для всіх замкнутих контурів розгалуженого кола треба здійснювати в одному напрямку. Найчастіше обхід контура вибирають за стрілкою годинника.

Правила при використанні правил Кірхгофа до розрахунку розгалужених електричних кіл:

- 1) визначити вузли та замкнуті контури електричних кіл;
- 2) вибрати (довільно) напрямки струмів на всіх ділянках замкнутого контуру позначивши їх стрілочками;
- 3) записати перше правило Кірхгофа (2.14) для всіх незалежних вузлів. Вважати струми, що входять у вузол – додатними, а струми, що виходять із вузла, – від’ємними. Число незалежних рівнянь складених за (2.14) на одиницю менше числа вузлів;
- 4) вибрати напрям обходу замкнутого контуру (за годинниковою стрілкою чи проти);
- 5) при складанні рівнянь за другим правилом Кірхгофа (2.16) знаки струмів і е.р.с. на ділянках замкнутого контуру

вибирати згідно правил користування законом Ома для неоднорідної ділянки кола (стор. 43);

б) щоб усі рівняння, які складені на основі другого правила Кірхгофа, були незалежними, необхідно кожен раз розглядати контури, що містять хоча б одну ділянку кола, що не входила у вже розглянуті контури;

7) якщо деякі розв'язки складених рівнянь на основі правил Кірхгофа є від'ємними, то це означає, що напрямки струмів на ділянках кола, або полярність включення цих е.р.с. треба змінити на протилежні.

Якщо при розв'язуванні системи рівнянь, складених на основі (2.14) і (2.16), сили струмів виявились додатними, то це означає, що напрямок їх обрано правильно. У противному разі

дійсний напрямок струму протилежний до обраного нами.

Вимірювання опору за допомогою містка постійного струму

Мостовим називають електричне коло, в якому можна виділити два розгалуження опорів, значення опору між якими дорівнює нескінченності при відповідному співвідношенні параметрів елементів кола, і скінченному значенню опору, якщо це співвідношення не виконується.

Класичним методом вимірювання опору є метод містка постійного струму (міст Уїтстона). **Вимірювальний міст Уїтстона** - пристрій для вимірювання електричного опору, запропонований в 1833 році Самуелем Хантером Крісті, а в 1843 році удосконалений Чарльзом Уїтстоном. Електричний аналог

важільних аптекарських ваг. Принцип виміру заснований на взаємній компенсації опорів двох ланок, одне з яких включає опір, який вимірюється. Як індикатор зазвичай використовується чутливий гальванометр, показання якого мають дорівнювати нулю в момент рівноваги моста.

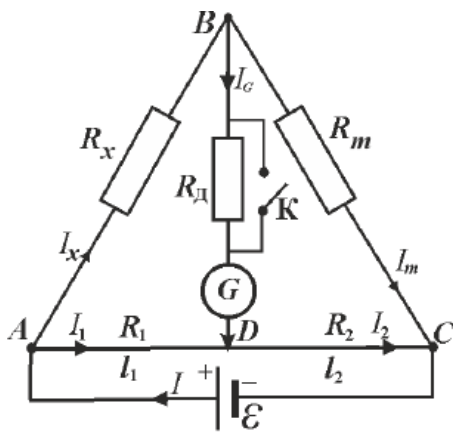


Рис.2.7. Схема містка постійного струму (міст Уїтстона)

Класична схема містка постійного струму (міст Уїтстона), яка показана на рис.2.7, складається з відомих опорів R_m , R_1 ,

R_2 , невідомого опору R_x , нуля гальванометра G і джерела е.р.с. \mathcal{E} . Опори R_x , R_m , R_1 , R_2 складають так звані плечі містка. R_m - це магазин опорів.

В найпростішому виконанні частина схеми AC є натягнутий однорідний провід (реохорд) із контактом D , який може ковзати вздовж реохорда AC , змінюючи таким чином співвідношення між опорами R_1 , R_2 ділянок проводу AD і DC . До точки з'єднання двох опорів R_x і R_m (точка B на рис.2.7) і до рухомого контакту D під'єднується гальванометр G , а до точок схеми A і C вмикається джерело е.р.с. \mathcal{E} .

При довільному співвідношенні опорів, які складають місткову схему через гальванометр протікає струм, тому що між точками B і D є різниця по-

тенціалів і струм через гальванометр буде:

$$I_G = \frac{\varphi_B - \varphi_D}{R_G},$$

де R_G – опір гальванометра.

Однак, переміщуючи контакт D , можна зробити так, щоб сила струму через гальванометр дорівнювала нулю. Це буде відповідати тому, що $\varphi_B - \varphi_D = 0$, або опір між точками B і D **нескінченно** великий. Тоді між опорами R_x, R_m, R_1, R_2 має місце співвідношення:

$$\frac{R_x}{R_m} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (2.17)$$

Дійсно, коли струм через гальванометр не протікає, то потенціали точок B і D однакові. А це означає, що згідно другого правила Кірхгофа (2.16) для кола $A-B-D-A$

$$I_x R_x - I_1 R_1 = 0,$$

або

$$I_x R_x = I_1 R_1. \quad (2.18)$$

Так само для кола $B-C-D-B$

$$I_m R_m - I_2 R_2 = 0,$$

тобто

$$I_m R_m = I_2 R_2. \quad (2.19)$$

Розділивши ліві і праві частини співвідношень (2.18) і (2.19), отримаємо

$$\frac{I_x R_x}{I_m R_m} = \frac{I_1 R_1}{I_2 R_2}. \quad (2.20)$$

Якщо струм через гальванометр не протікає, то $I_x = I_m, I_1 = I_2$ і тоді

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_m. \quad (2.21)$$

Сам процес вимірювання невідомого опору R_x за допомогою мостової схеми полягає в тому, що на магазині опорів виставляється опір R_m по можливості близький за значенням до невідомого опору. Потім за допомогою рухомого контакту D знаходимо на реохорді положення, при якому сила струму через гальванометр дорівнює

нулю (така операція знаходження положення рухомого контакту називається врівноваженням містка).

Добившись рівноваги містка, за співвідношенням (2.21) визначаємо величину невідомого опору R_x , якщо відомі три інші опори.

Оскільки для однорідного проводу опори окремих ділянок реохорда відносяться один до одного як їхні довжини, то відношення $\frac{R_1}{R_2}$ у формулі (2.21) можна замінити відношенням довжин $\frac{l_1}{l_2}$, де l_1, l_2 - відповідно довжини ділянок AD і DC (рис.2.7). Отже, формулу (2.21) можна переписати як $\frac{R_x}{R_m} = \frac{l_1}{l_2}$, звідки знаходимо робочу формулу для визначення R_x :

$$R_x = R_m \frac{l_1}{l_2}. \quad (2.22)$$

Відзначимо, що точність R_x буде тим кращою, чим ближчим до одиниці буде співвідношення l_1/l_2 (див. додаток 3). Тому при вимірюванні за допомогою містка Уїтстона невідомого опору R_x бажано, щоб опір R_m не дуже відрізнявся від R_x . У зв'язку з цим порядок знаходження R_x , може бути наступним: встановити контакт D по середині реохорда ($l_1 = l_2$) і за допомогою магазину опорів підібрати R_m так щоб струм через гальванометр не протікав. Тоді згідно з (2.22) $R_x = R_m$.

Визначення невідомої е.р.с. методом компенсації

Електрорушійна сила (е.р.с.) гальванічного елемента чисельно дорівнює роботі сторонніх сил по переміщенню одиничного позитивного заряду

на ділянці дії цих сил. При розімкненому колі е.р.с. гальванічного елемента дорівнює різниці потенціалів, яка виникає на його полюсах.

Якщо різниця потенціалів U вимірюється при наявності струму, то вона завжди є меншою за е.р.с. \mathcal{E} через падіння напруги на внутрішньому опорі елемента r , тобто

$$U = \mathcal{E} - I r, \quad (2.23)$$

де I – струм через елемент, r – внутрішній опір елемента.

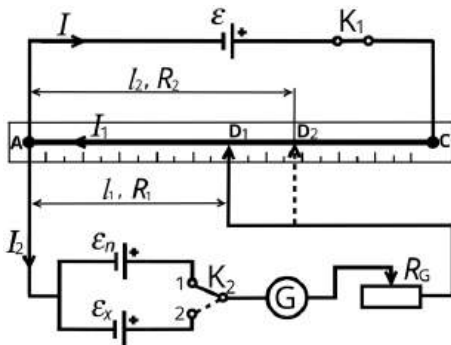


Рис.2.8. Компенсаційна схема для вимірювання невідомої е.р.с.

Тому звичайні вольтметри, дія яких пов'язана з протіканням електричного струму через рамку приладу, не застосовуються для точного вимірювання е.р.с., особливо малих значень е.р.с. Визначення е.р.с. елементів виконується шляхом порівняння з е.р.с. еталонного, так званого нормального елемента, який має відоме і стабільне значення е.р.с. протягом значного проміжку часу ($\mathcal{E}_n = 1,01860$ В). Це робиться за допомогою компенсаційної схеми з реохордом AC , яка представлена на рис.2.8. На схемі \mathcal{E}_n – е.р.с. нормального елемента (елемент Вестона, додаток 4), \mathcal{E}_x – невідома е.р.с.; G – нуль-гальванометр; AC – реохорд з рухомих контактом D ; K_1 – ключ для увімкнення допоміжної батареї \mathcal{E} ; K_2 – ключ для почергового увімкнення в

коло нормального елемента \mathcal{E}_n і елемента з невідомою е.р.с. \mathcal{E}_x ; R_G – додатковий опір для обмеження струму через гальванометр. *Нормальний елемент \mathcal{E}_n , невідома е.р.с. \mathcal{E}_x і додаткова батарея \mathcal{E} вмикається в коло в точці A однойменними полюсами.*

Гальванометр G показує силу струму, який протікає через нормальний елемент \mathcal{E}_n або невідоме джерело е.р.с. \mathcal{E}_x , в залежності від положення ключа K_2 .

Знайдемо робочу формулу для даного лабораторного завдання. Якщо джерело невідомої е.р.с. не ввімкнуте в схему (ключ K_2 в положенні (1)), то згідно з першим правилом Кірхгофа (2.14) для вузла A можемо записати, що

$$I = I_1 - I_2, \quad (2.24)$$

де I, I_1, I_2 – струми, протікання яких показано на рис.2.8. За другим правилом Кірхгофа (2.16) для контура $AD_1R_G\mathcal{E}_nA$ отримаємо рівняння:

$$I_2R_G + I_1R_1 = \mathcal{E}_n, \quad (2.25)$$

де R_G – опір ділянки кола з гальванометром.

Переміщуючи контакт D , можна добитись, щоб струм I_2 , дорівнював нулю, що фіксується по відсутності відхилення стрілки гальванометра G (положення контакту D_1). При $I_2 = 0, I = I_1$ із рівнянь (2.24) і (2.25) отримаємо:

$$I_1R_1 = \mathcal{E}_n \quad (2.26)$$

Таким чином спад напруги I_1R_1 на ділянці кола AD_1 за величиною дорівнює е.р.с. нормального елемента \mathcal{E}_n . Вони компенсують одне одного так, що струм через нормальний елемент дорівнює нулю. Далі замість

нормального елемента \mathcal{E}_n за допомогою ключа K_2 (положення (2)) вмикаємо елемент з невідомою е.р.с. \mathcal{E}_x . Переміщуючи рухомий контакт D , знову добиваємось, щоб струм через гальванометр не протікав. При цьому положення контакту D буде іншим (положення D_2 на рис.2.8), ніж у випадку з нормальним елементом і опір ділянки AD_2 , буде мати інше значення. Позначимо цей опір R_2 . Однак і в цьому випадку при відсутності струму через гальванометр, тобто $I_2 = 0$ ($I_1 = I'_1 = I$) повинна виконуватися умова, аналогічна до попередньої (2.26), тобто

$$I_1 R_2 = \mathcal{E}_x. \quad (2.27)$$

Із співвідношень (2.26) і (2.27) отримуємо, що

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\mathcal{E}_n}{\mathcal{E}_x}, \quad (2.28)$$

або

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{R_2}{R_1}. \quad (2.29)$$

Таким чином, якщо відома е.р.с. \mathcal{E}_n «нормального» елемента і відношення $\frac{R_2}{R_1}$, то за формулою (2.29) знаходимо невідому е.р.с. \mathcal{E}_x . Компенсаційний метод вимірювання невідомої е.р.с. не вимагає знання самих значень опорів R_1 і R_2 , а лише їх відношення, яке може бути встановлене за допомогою рухомого контакту D . Як уже відомо із завдання 1 для однорідного проводу, з якого виготовлений реохорд AC , опори окремих його ділянок відносяться між собою як їхні довжини. Тому відношення опорів в рівнянні (2.29) можна замінити відношенням довжин ділянок реохорда AD_2 і AD_1 , тобто

$$\frac{AD_2}{AD_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Тоді робоча формула для визначення невідомої е.р.с. буде мати вигляд:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{l_2}{l_1}. \quad (2.30)$$

Переваги методу компенсації для вимірювання е.р.с.

1. Сила струму, що протікає через елементи, електрорушійні сили яких порівнюються між собою, близька до нуля. Тому спад напруги всередині елемента, який знижує значення різниці потенціалів на полюсах елемента, практично відсутній.

2. При компенсаційному методі вимірювання гальванометр працює як нульовий прилад (його кількісні покази в результат вимірювання не входять).

3. Величина е.р.с. допоміжної батареї \mathcal{E} теж не входить в формулу (2.30). Необхідно тільки, щоб її значення під час вимі-

рювання було сталим. Таку роль може з успіхом виконувати батарея акумуляторів або інше джерело е.р.с.

Зауваження. Для компенсації необхідно, щоб \mathcal{E} була більшою за \mathcal{E}_n і \mathcal{E}_x .

Лабораторна робота

Визначення опору провідника за допомогою моста сталого струму (містка Уїтстона)

Прилади і пристрої

1. Відомі опори R_1, R_2 .
2. Магазин опорів R_m .
3. Невідомі опори R_x (5 штук).
4. Нуль-гальванометр G .
5. Джерело живлення сталого струму на 6 В.
6. Ключ.

Установка

Принципова схема методу містка Уїтстона в лабораторній роботі зображена на рис.2.9. Опори R_x, R_m, R_1, R_2 утворюють собою плечі моста з'єднані так, щоб утворити

замкнутий чотирикутник ABCD, а гальванометр з нульовою точкою посередині шкали під'єднаний у його діагональ.

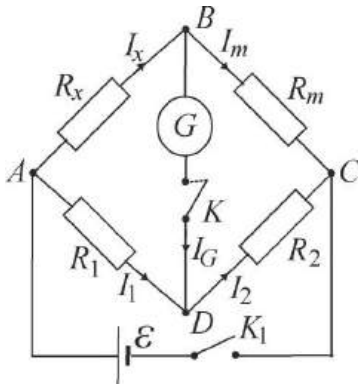


Рис.2.9 Електрична схема містка сталого струму.

Опір R_x - це невідомий опір, його потрібно визначити. Опором R_m служить магазин опорів, який підбирається таким чином, щоб струм через гальванометр G був відсутній. [12]

Тоді за формулою (2.21) розрахуємо невідомий опір R_x :

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_m.$$

Для того, щоб при вимірюваннях отримати досто-

вірні дані для невідомих опорів, потрібно ключ K замикати на короткий час і тільки під час зняття вимірів. Це пов'язане з тим, що під час протікання струму по провідниках вони нагріваються, а їхній опір збільшується. Недоліком методу містка Уїтстона є те, що до опорів зображених на схемі додається ще опір з'єднувальних проводів, що зменшує точність вимірів.

Порядок виконання роботи

В установку по черзі вмикаються 5 невідомих опорів R_x . Потрібно їхній опір визначити, користуючись методом містка Уїтстона.

1. Увімкнути джерело живлення постійного струму (6 В).
2. Перемикачем на установці увімкнути у електричне коло перший невідомий опір R_x .

3. На магазині опорів виставити довільне значення опору R_m і на короткий час замкнути ключ K (див. рис.2.10). Змінюючи R_m домогтися, щоб при замиканні ключа K стрілка гальванометра залишалася на нулі. Це свідчитиме про те, що плечі містка врівноважені.
4. Записати значення опору R_m у таблицю 2.1.



Рис.2.10 Лабораторна установка.

1- підключення до мережі, 2 – гальванометр, 3 - вмикання в схему невідомих опорів R_x , 4 - магазин опорів R_m , 5 - ключ K .

5. Увімкнути у коло наступний невідомий опір і повторити вимірювання пунктів 3 і 4.
6. Повторити вимірювання для

всіх невідомих опорів R_x .

7. Переписати з установки значення відомих опорів R_1 , R_2 та клас точності K магазину опорів.

Увага! Позначення опорів на схемі у різних лабораторіях можуть відрізнятися, тому, переписуючи значення опорів, звіряйте правильність позначення за їхнім розташуванням у схемі лабораторної установки.

Обробка результатів вимірювань

1. За формулою (2.21) розрахувати значення невідомих опорів R_x та занести до таблиці 2.1.

2. Ознайомитися з теорією обробки результатів фізичних вимірювань за посібником [4] Для одного з знайдених опорів порахувати сумарну невизна-

ченість типу В за формулою (2.3.1) [4]:

$$U_B(R_x) = \sqrt{\sum_{i=1,2,m} \left(\frac{\partial R_x}{\partial R_i} U_B(R_i) \right)^2} \quad (2.31)$$

Вважаючи відносну похибку стандартних заводських опорів $\delta_R = 5\%$, знайти невизначеності опорів R_1 і R_2 . За формулою (2.2.9) [4]

$$U_B(R_1) = \frac{\delta_R R_1}{\sqrt{3}} = \frac{0,05 R_1}{\sqrt{3}} \text{ Ом}$$

та

$$U_B(R_2) = \frac{\delta_R R_2}{\sqrt{3}} = \frac{0,05 R_2}{\sqrt{3}} \text{ Ом.}$$

Невизначеність опору R_m з магазину опорів визначити за формулою (2.2.9) [4]:

$$U_B(R_m) = \frac{K_m R_N}{100\sqrt{3}},$$

де K_m – клас точності магазину опорів, $R_N = R_{mmax}$ – нормуюча величина (визначається максимальним опором, який можна виставити тими ж ручками на магазині опорів, які застосову-

вались для підбору опору R_m). Записати отриману невизначеність у таблицю 2.2.

3. Знайти розширену невизначеність за формулою (2.3.5) [4]:

$$U(R_x) = k U_B(R_x),$$

де коефіцієнт охоплення k прийняти за 2, що відповідає рівню довіри $P = 0,95$. Записати кінцевий результат у таблицю 2.2.

4. Написати висновок по роботі.

Приклад розрахунків див. додатки 5, 6.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон Ома для однорідної ділянки кола, неоднорідної ділянки кола та повного кола.
2. Сформулюйте правила Кірхгофа.
3. Що називається вузлом в електричному колі?
4. У чому суть мостового методу

вимірювання опору?

5. За яких умов плечі мостової схеми (містка Уїтстона) врівноважені?

6. Виведіть робочу формулу (2.21).

7. Що впливає на точність методу вимірювання невідомого опору за допомогою містка сталого струму? Проаналізуйте відповідь.

Таблиця 2.1

R_1	_____ Ом		R_2	_____ Ом	
R_m					
R_x					

Таблиця 2.2

$R_x =$	
Клас точності магазину опорів $K_m =$	
Нормуюча величина: $R_N =$	
Сумарна невизначеність типу В: $U_B(R_x) =$	
Відповідь: $R = R_x \pm U(R_x) =$ $\delta = \frac{U(R_x)}{R_x} \cdot 100\% =$	

Лабораторна робота

Вимірювання електрорушійної сили методом компенсації

Прилади та пристрої

1. Нормальний елемент Вестона.
2. Елемент з невідомою е.р.с.
3. Джерело сталого струму УИП-
4. Нуль-гальванометр G .
5. Реохорд.
6. Обмежувальний опір.
7. Ключі.
8. З'єднувальні проводи.
9. Лінійка.

Установка

Схема установки для вимірювання електрорушійної сили е.р.с. джерела струму методом компенсації зображена на рис.2.8, а лабораторна установка на рис.2.11.

Як джерело \mathcal{E} сталого струму використано стабілізоване електронне джерело на 3-9 В (універсальне джерело УИП-2). За еталонне джерело струму \mathcal{E}_n з

відомою е.р.с. використовується нормальний елемент Вестона [5] (див. додаток 4). Електрорушійні сили \mathcal{E}_n та \mathcal{E}_x компенсуються падінням напруги на ділянці AD реохорда AC . Ключ K_2 використовується для замикання кола гальванометра G на нормальний елемент \mathcal{E}_n (позиція 1) або елемент з невідомою е.р.с. \mathcal{E}_x (позиція 2) (рис.2.8).

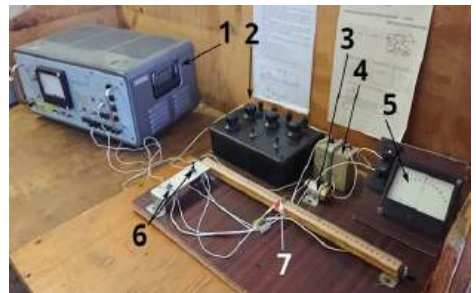


Рис.2.11. Лабораторна установка. 1 - джерело сталого струму УИП-2, 2 - додатковий опір R_G , 3 - джерело живлення з невідомою е.р.с. (\mathcal{E}_x), 4 - нормальний елемент Вестона (\mathcal{E}_n), 5 - гальванометр G , 6 - ключі для підключення е.р.с. \mathcal{E}_x та \mathcal{E}_n , 7 - повзунк D реохорда AC (рис.2.8)

Щоб уникнути протікання великого струму через чутливий

гальванометр G за відсутності компенсації в коло введено обмежувальний опір R_G .

Порядок виконання роботи

1. Поставити ключ K_2 у нейтральне положення.
2. Встановити повзунок реохорда D приблизно посередині.
3. Ввести обмежувальний додатковий опір R_G і замкнути ключ K_1 .
4. Поставити ключ K_2 у положення 1 (замкнути у коло гальванічний елемент \mathcal{E}_n з відомою е.р.с.). Переміщуючи повзунок реохорда D знайти таке його положення, при якому струм у колі гальванометра буде дорівнювати нулю.
5. Поставити ключ K_2 у нейтральне положення і зменшити опір R_G до нуля. Потім поставити K_2 у положення 1 і переміщенням повзунка D

реохорда AC остаточно встановити стрілку гальванометра на нуль. Визначити довжину ділянки реохорда $AD_1 = l_1$ та записати її в таблицю 2.3. Повторити вимірювання 5 разів та занести результати в таблицю 2.3.

6. Перемкнути ключ K_2 у положення 2 (замкнути у коло елемент \mathcal{E}_x з е.р.с., яку потрібно визначити). Провести вимірювання аналогічні пунктам 4 та 5 і визначити довжину ділянки реохорда $AD_2 = l_2$. Повторити вимірювання 5 разів та записати отримані дані у таблицю 2.3.

Обробка результатів вимірювань

1. За формулою (2.30) знайти невідому електрорушійну силу \mathcal{E}_x елемента:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{\langle l_2 \rangle}{\langle l_1 \rangle}$$

2. Розрахувати сумарну стан-

дартну невизначеність типу А за формулою (2.3.2) [4]:

$$U_{CA}(\varepsilon_x) = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial l_1} U_A(l_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial l_2} U_A(l_2)\right)^2}, \quad (2.32)$$

де

$$U_A(l_1) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_{1i} - \langle l_1 \rangle)^2}{n(n-1)}},$$

$$U_A(l_2) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_{2i} - \langle l_2 \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad (2.33)$$

стандартні невизначеності типу А довжин l_1 та l_2 знаходяться за формулою (2.2.2) [4].

3. Розрахувати сумарну стандартну невизначеність типу В за формулою (2.3.1) [4]. Тоді

$$U_{CB}(\varepsilon_x) = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \varepsilon_n} U_B(\varepsilon_n)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\langle l_2 \rangle}{\langle l_1 \rangle} U_B(\varepsilon_n)\right)^2} = \left| \frac{\langle l_2 \rangle}{\langle l_1 \rangle} U_B(\varepsilon_n) \right|, \quad (2.34)$$

де $U_B(\varepsilon_n)$ визначається за формулою (2.2.7) [4].

5. Розрахувати розширену невизначеність за формулою (2.3.5)

[4], тобто

$$U = k U_C(\varepsilon_x),$$

де

$$U_C(\varepsilon_x) = \sqrt{U_{CA}^2(\varepsilon_x) + U_{CB}^2(\varepsilon_x)} \quad (2.35)$$

це сумарна невизначеність (формула (2.3.4) [4]), а $k = 2$ - коефіцієнт охоплення.

6. Занести всі отримані дані розрахунків в таблицю 2.3. Зробити висновок про те, які фактори мали більш суттєвий вплив на точність вимірів і про точність методу вимірювання е.р.с. методом компенсації.

Приклад розрахунків див. додатки 7, 8.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон Ома для однорідної ділянки кола.
2. Сформулюйте закони Ома для неоднорідної ділянки кола та повного кола.
3. Сформулюйте правила

Кірхгофа.

Таблиця 2.3

4. Що називається е.р.с. джерела струму та яке її призначення?

5. Яка роль сторонніх сил у електричному колі? Чому ці сили називають сторонніми?

6. З якою метою всі елементи е.р.с. в компенсаційній схемі лабораторної роботи з'єднуються однойменними полюсами?

7. Навіщо у коло гальванометра G на схемі рис.2.8 підключається додатковий опір R_d ?

8. Яка роль нормального елемента Вестона у даній роботі?

9. Які переваги компенсаційного методу вимірювання невідомої е.р.с. у порівнянні з безпосереднім її вимірюванням вольтметром? Відповідь пояснити.

10. Вивести робочу формулу (2.30).

n	$l_1, \text{см}$	$l_2, \text{см}$	$\langle \mathcal{E}_x \rangle, \text{В}$
1			
2			
3			
4			
5			
$\mathcal{E}_n = 1,0186 \text{ В}$			
Невизначеності:			
$U_{CA}(\mathcal{E}_x) =$			
$U_{CB}(\mathcal{E}_x) =$			
$U(\mathcal{E}_x) =$			
Кінцевий запис результату визначення \mathcal{E}_x : $\mathcal{E}_x = \langle \mathcal{E}_x \rangle \pm U(\mathcal{E}_x) =$ $\delta =$			

3. Вивчення руху електронів в електричному і магнітному полях

Мета роботи:

1. Вивчити рух заряджених частинок в електричному і магнітному полях.
2. Познайомитись з методом магнетрона для визначення питомого заряду електрона e/m_e .
3. Визначити питомий заряд електрона e/m_e та оцінити невизначеність цього значення.
4. Зробити висновки по роботі.

Теоретична частина

Вивчення руху різних заряджених частинок в електричному і магнітному полях дає можливість визначити таку важливу характеристику, як відношення їх зарядів до маси q/m і, отже, отримати дані про природу цих частинок і їхні властивості.

Діючи на потоки електронів та іонів електричними і магнітними полями, можна керувати цими потоками, тобто змінювати їхню інтенсивність і напрямок руху; цей факт лежить в основі роботи різних електронних приладів (електронно-променевих трубок, електронних мікроскопів, прискорювачів заряджених частинок, телевізійних трубок, фотоелектричних помножувачів, електронно-оптичних перетворювачів і т.п.).

Велике практичне значення має рух електронів в магнетроні. Магнетрон – це багато резонансний прилад для генерації електромагнітних коливань надвисоких частот. В основі роботи магнетрона лежить взаємодія електронів, що рухаються в магнітному полі по криволінійних траєкторіях, із збуджуючим

електричним полем. Анод магнетрона – масивний порожнистий циліндр, у внутрішній частині якого вирізані об’ємні резонатори зі щілинами, які виходять на внутрішню поверхню циліндра (рис.3.1). По осі циліндра розташований катод K . Під дією магнітного поля \vec{B} , яке направлено вздовж осі циліндра, траєкторії електронів, що вилітають із катода, викривляються.

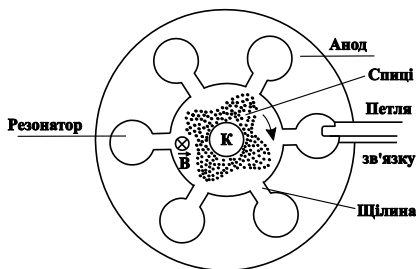


Рис.3.1. Принципіальна схема магнетрона.

Коли в резонаторах збуджуються коливання, то біля щілин виникає змінне електричне поле. Під дією поля надвисокої частоти (НВЧ) і схрещених

статичних електричного і магнітного полів електрони, що вилітають із катода, утворюють згустки – «спиці», (точки на рис.3.1). Електрони в згустках при взаємодії з гальмівним полем НВЧ віддають полю потенційну енергію і наближаються до анода. На анод вони попадають, віддавши електромагнітному полю майже всю енергію, що обумовлює високий (до 90%) ККД.



Рис.3.2. Зовнішній вигляд магнетрона побутової мікрохвильової печі.

Магнетрони здатні генерувати коливання аж до мілімет-

рового діапазону електромагнітних хвиль і віддавати потужність до тисячі кіловат в імпульсному режимі. Використовуються магнетрони і в побутових цілях, наприклад, в мікрохвильових кухонних пічках (рис.3.2; 3.3).

В даній лабораторній роботі за магнетрон використову-



Рис.3.3.Електронна лампа, яка використовується в магнетроні, що показаний на рис.3.2 і 3.3: 1- катод, 2 – анод, 3 – загальний вигляд лампи, 4 – магніти.

ється найпростіша його модель – двохелектродна радіолампа з

холодним анодом і катодом, який підігрівається (рис.3.4).

Лампа знаходиться в однорідному магнітному полі довгого соленоїда. Вектор індукції



Рис.3.4. Електронна лампа, яка використовується в лабораторній роботі. 1- катод, 2 – анод, 3 – загальний вигляд лампи.

магнітного поля соленоїда направлений вздовж осі катода і анода. Як правило, ниткоподібний катод – джерело термоелектронів, оточений коаксіальним циліндричним анодом (рис.3.5).

Розглянемо характер руху

електронів у лампі. Якщо струму I_c в соленоїді немає ($\vec{B} = 0$),

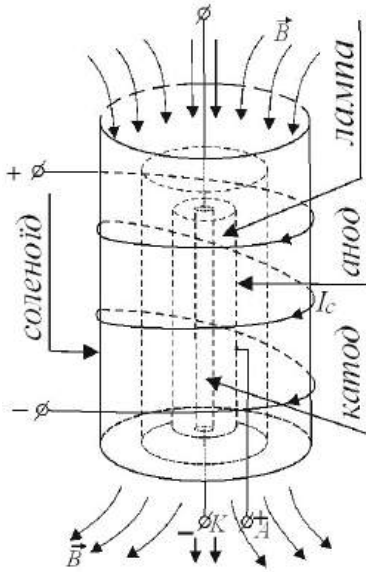


Рис.3.5.

електрони рухаються від катода до анода в радіальному напрямі вздовж силових ліній електричного поля між катодом і анодом (рис.3.6(a)). При заданому значенні анодної напруги між анодом і катодом встановлюється анодний струм $I_a = \text{const}$. Пропустимо струм, сила якого I_c , витками соленоїда і створимо, таким чи-

ном, однорідне магнітне поле вздовж катода (рис.3.6). На рухомих електронів діятиме сила Лоренца $\vec{F}_L = e\vec{v} \times \vec{B}$, яка перпендикулярна до напрямку швидкості руху електронів. Траєкторія електронів викривляється (рис.3.6(b)), але всі вони будуть потрапляти на анод і, отже, анодний струм I_a не змінюється. З ростом I_c збільшується \vec{B} і кривизна траєкторії руху електронів

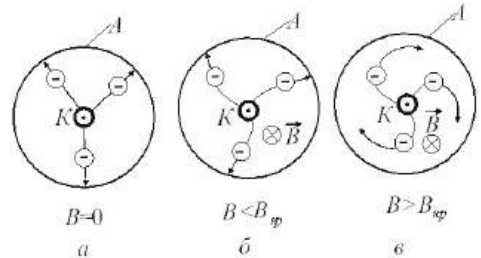


Рис.3.6. Траєкторія руху електронів в лампі при різних значеннях індукції магнітного поля B .

також зростатиме. При певному, критичному, значенні індукції поля електрони почнуть рухатись по замкнутій траєкторії (рис.3.6(в)) і не будуть потрап-

ляти на анод. Анодний струм I_a різко спадає.

Критичні значення сили струму соленоїда $I_{кр}$, при яких різко зменшується анодний струм, визначають за так званими скидовими характеристиками лампи, під якими розуміють графіки залежності анодного струму I_a від струму в соленоїді I_c при заданих значеннях анодної напруги U_a .

Після включення постійного струму в соленоїді його магнітне поле починає діяти на електрони з силою F_L , яка завжди направлена перпендикулярно до швидкості \vec{v} їхнього руху. Під дією цієї сили рух електронів набуває більш складного характеру і їхні траєкторії стають криволінійними; вони по починаються на катоді і закінчуються на аноді лампи (рис.3.6(а) випа-

док $B < B_{кр}$). При деякій індукції магнітного поля $B=B_{кр}$, яку називають *критичною*, траєкторії електронів перетворюються в криволінійні, які торкаються поверхні анода (рис.3.6(в)), випадок $B = B_{кр}$). При індукції $B > B_{кр}$ електрони рухаються траєкторіями, які знаходяться між анодом і катодом. Це означає, що при певному співвідношенні між швидкостями електронів v і значенням індукції B електрони перестануть досягати анода і анодний струм I_a в лампі повинен дорівнювати нулеві. В цьому проявляється ефект дії магнітного поля на електрони, які рухаються в електричному полі, яке створене різницею потенціалів U_a між анодом і катодом лампи.

Якби всі електрони мали однакову початкову швидкість

v_0 при емісії із катода, то величина $B_{кр}$ для них була б теж однаковою і при досягненні сили струму в соленоїді, яка дорівнює $I_{кр}$, сила анодного струму I_a різко упала б до нуля, як показано на рис.3.7(а).

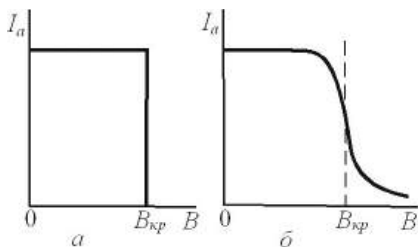


Рис.3.7.

Проте не існує різкого однозначного спаду анодного струму I_a до нуля при досягненні величини магнітного поля $B \geq B_{кр}$. В області значень індукції, яка близька до $B_{кр}$ має місце монотонний спад струму, як показано на рис.3.7(б). В літературі [1,2,3] такий спад струму пояснюється в основному тим, що електрони вилітають із катода з

різними швидкостями і тому критичні умови для різних електронів досягаються при різних значеннях індукції B магнітного поля.

Зауважимо, що на залежність анодного струму I_a від індукції магнітного поля B теж впливає: некоаксіальність між анодом і катодом, нахил вектора індукції магнітного поля по відношенню до катода, просторовий заряд між анодом і катодом і т.п., а в наших умовах ще й конструкція електронної лампи, яка не зовсім підходить для таких експериментів.

Експеримент визначення e/m_e цим методом полягає в тому, що в лампі магнетрона встановлюється постійний струм розжарення катода і постійна різниця потенціалів між анодом і катодом, тобто створюються

умови для стійкості анодного струму. Потім, змінюючи від нуля значення сили струму в соленоїді I_c і таким чином збільшуючи індукцію магнітного поля, добиваються суттєвого зменшення анодного струму I_a в лампі.

Для електрона, який вилетів із катода і має радіальну складову швидкості, яка дорівнює нулю, а також знаючи геометрію лампи, тобто радіус анода r_a і радіус катода r_k , величину U_a , а також $B_{кр}$, за формулою (1) визначають величину $\frac{e}{m_e}$:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8U_a}{B_{кр}^2 r_a^2 \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2}, \quad (3.1)$$

де e – заряд електрона; m_e – маса спокою електрона; r_a – радіус анода; r_k – радіус катода; U_a – напруга між анодом і катодом (анодна напруга).

Характерною особливістю цього методу є те, що він виключає необхідність вивчення траєкторії руху електрона в магнітному полі. Навпаки, зміною значення величини B (при постійному U_a) досягається наперед задана траєкторія руху електронів, при якій вони не можуть попасти на анод лампи, внаслідок дії електричного поля. Таким чином, дослід зводиться до зняття залежності анодного струму I_a (при $U_a = \text{const}$) від індукції магнітного поля соленоїда B (або струму соленоїда I_c).

Виведення формули (3.1) для розрахунку e/m_e . Розглянемо рух електрона від катода до анода в лампі, яка показана на рис.3.5, а її переріз приведений на рис.3.8.

Магнітне поле \vec{B} направле-
не вздовж осі лампи і перпенди-
кулярне електричному полю \vec{E} ,
яке направлене від аноду до ка-
тоду. В загальному випадку згі-
дно другого закону Ньютона

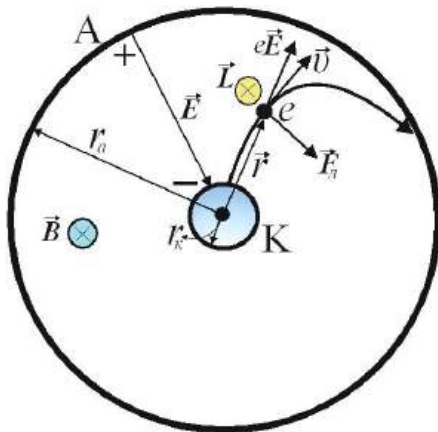


Рис.3.8.

рівняння руху електрона від ка-
тоду до аноду в такій лампі за-
пишемо так:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}, \quad (3.2)$$

де $e\vec{E}$ – сила зі сторони електри-
чного поля, а $e\vec{v} \times \vec{B}$ сила Лоре-
нца, яка діє на рухомий електри-
чний заряд зі сторони магнітно-

го поля (рис.3.8) (вона пропор-
ційна індукції \vec{B} і швидкості \vec{v}).

Якщо рівняння (3.2) векто-
рно помножити на радіус вектор
 \vec{r} , який визначає положення еле-
ктрона в лампі, то (3.2) перепису-
ється так:

$$\vec{r} \times m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times e\vec{E} + \vec{r} \times e\vec{v} \times \vec{B}. \quad (3.3)$$

Це вже буде рівняння моментів
сил. Врахуємо, що вектор \vec{E} на-
правлений по лінії вектора \vec{r} ,
тоді $\vec{r} \times e\vec{E} = 0$. Скористаємось
формулою векторної алгебри,
що $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$.
Тоді вираз для моменту сили
Лоренца переписується так:

$$\vec{r} \times m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{v}(\vec{r}\vec{B}) - \vec{B}(\vec{r} \cdot e\vec{v}). \quad (3.4)$$

Так як поле \vec{B} перпендикулярне
 \vec{r} , то $\vec{r}\vec{B} = 0$. Ліву частину вира-
зу (3.3) переписуємо так:

$$\vec{r} \times m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d(m_e \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad = -e\vec{B} \frac{r_a^2 - r_k^2}{2}, \quad (3.8)$$

де $\vec{L} = \vec{r} \times m_e \vec{v}$ – момент кількості руху електрона відносно центральної осі катода. Дійсно

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r} \times m_e \vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m_e \vec{v} + \vec{r} \times m_e \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (3.5)$$

Перший доданок у виразі (3.5) дорівнює нулю, тому що

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times m_e \vec{v} = \vec{v} \times m_e \vec{v} = 0.$$

Тоді співвідношення (3.3) переписується так:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = -e\vec{B}\vec{r}\vec{v} = -e\vec{B}\vec{r} \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (3.6)$$

Проінтегруємо (3.6) по часу від 0 до t_0 ,

$$\int_0^{t_0} \frac{d\vec{L}}{dt} dt = - \int_0^{t_0} e\vec{B} \left(\vec{r} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt, \quad (3.7)$$

де t_0 - час від моменту вильоту електрона з катода і до досягнення аноду. Тоді (3.7) переписується так:

$$\int_{\vec{L}_k}^{\vec{L}_a} d\vec{L} = \vec{L}_a - \vec{L}_k = - \int_{r_k}^{r_a} e\vec{B} d\left(\frac{r^2}{2}\right) = -e\vec{B} \frac{r^2}{2} \Big|_{r_k}^{r_a} =$$

де $\vec{L}_a = \vec{r}_a \times m_e \vec{v}_a$ – момент кількості руху електрона біля аноду, $\vec{L}_k = \vec{r}_k \times m_e \vec{v}_k$ – момент кількості рух електрона біля катода, \vec{v}_k – початкова швидкість вильоту електрона із катода. Будемо вважати, що початкова швидкість електрона v_k є значно меншою від швидкості електрона біля аноду v_a . Дійсно, використовується електронна лампа з холодним катодом (підігрів незначний). Якщо вважати, що температура катода $T \cong (400 - 500)K$, то енергія теплового руху $kT = (0,034 \div 0,043)eV$. В нашій лампі електрони розганяються електричним полем з різницею потенціалів між анодом і катодом $U_a \sim (10 \div 30)V$. Тоді електрон біля аноду набуває енергію $eU_a \approx$

$(10 \div 30)eV$. Тобто $eU_a \gg kT$, тому будемо вважати, що початкова швидкість електрона біля катоду дорівнює нулю ($v_k = 0$). Тоді співвідношення (3.8) переписеться так:

$$\vec{L}_a = -e\vec{B} \frac{r_a^2 - r_k^2}{2}, \quad (3.9)$$

або

$$\vec{r}_a \times m_e \vec{v}_a = -e\vec{B} \frac{r_a^2 - r_k^2}{2}. \quad (3.10)$$

Знак «мінус» в (3.10) враховує знак заряду електрона. Якщо індукція магнітного поля є критичною $B_{кр}$, то швидкість електрона біля анода \vec{v}_a перпендикулярна до радіус вектора \vec{r}_a і тоді (3.10) переписеться так:

$$m_e r_a v_a = e B_{кр} \frac{r_a^2 - r_k^2}{2}. \quad (3.11)$$

Швидкість електрона біля аноду знайдемо із співвідношення, що

$$\frac{m_e v_a^2}{2} = eU_a. \quad (3.12)$$

Тоді (3.11) переписеться так:

$$m_e r_a \sqrt{\frac{2eU_a}{m_e}} = e B_{кр} \frac{r_a^2 - r_k^2}{2}.$$

Звідки знаходимо, що

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8U_a}{B_{кр}^2 r_a^2 \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2}. \quad (3.13)$$

За формулою (3.13) можна розрахувати питомий заряд електрона e/m_e , визначаючи $B_{кр}$ для анодної напруги U_a .

В даній лабораторній роботі для створення магнітного поля використовується соленоїд, діаметр перерізу якого значно менший його довжини. Це дозволяє вважати його нескінченно довгим і використовувати формулу для індукції магнітного поля довгого соленоїда $B = \mu_0 n I_c$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала вакууму, n – густина намотки витків соленоїда, тобто їхня кількість, що приходить на одиницю довжини соленоїда, I_c – сила струму у

витках соленоїда. Тоді величина критичної індукції магнітного поля буде дорівнювати

$$B_{\text{кр}} = \mu_0 n I_{\text{кр}}. \quad (3.14)$$

Підставляючи вираз (3.14) в (3.13), отримаємо, що

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8U_a}{\mu_0^2 n^2 I_{\text{кр}}^2 r_a^2 \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2}. \quad (3.15)$$

Вираз (3.15) можемо дещо спростити. Для нашої електронної лампи $r_k \ll r_a$, тому $r_k^2/r_a^2 \ll 1$. Величини n і r_a є сталі для експериментальної установки і тому можна ввести позначення:

$$k = \frac{8}{\mu_0^2 n^2 r_a^2}. \quad (3.16)$$

Тоді формула (3.15) перепишеться так:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{kU_a}{I_{\text{кр}}^2}, \quad (3.17)$$

або

$$kU_a = \frac{e}{m_e} I_{\text{кр}}^2. \quad (3.18)$$

Ця залежність U_a від $I_{\text{кр}}^2$ називається **параболою критичного режиму магнетрона**.

Методика визначення критичного струму в соленоїді

Як видно із (3.17) для знаходження відношення e/m_e потрібно визначити критичний струм $I_{\text{кр}}$ в соленоїді, який визначає критичну індукцію $B_{\text{кр}}$. Методика знаходження $I_{\text{кр}}$ – дискусійне питання, але більшість дослідників погоджуються, що при $B_{\text{кр}}(I_{\text{кр}})$ основна кількість електронів, які виходять із катода внаслідок явища термоелектронної емісії не доходять до аноду лампи, тому $I_{\text{кр}}$ відповідає найбільш крутій ділянці залежності анодного струму I_a від струму в соленоїді I_c (рис.3.7(б)). Ділянка, де функція $I_a = f(I_c)$ найбільш швидко змінюється має точку, в якій похідна dI_a/dI_c має максимальне значення. Для знаходження $I_{\text{кр}}$ потрібно побудувати графік похідної анодного струму I_a по

струму I_c в соленоїді. Для цього потрібно розбити вісь струму I_c

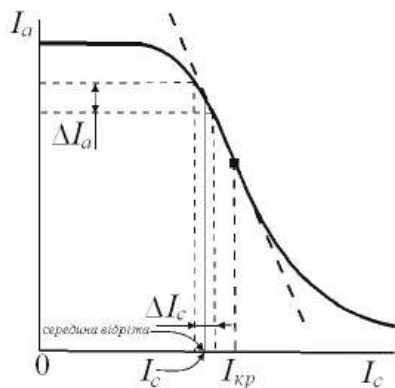


Рис.3.9,а.

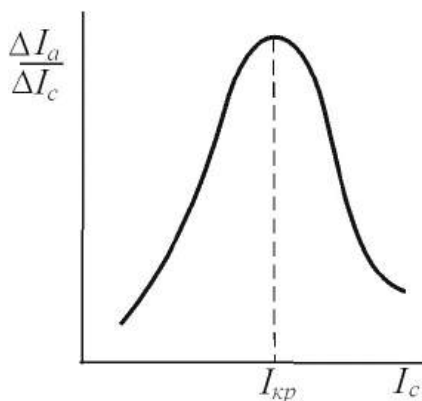


Рис.3.9,б.

ΔI_c і з рис.3.9,а знайти відповідні їм величини ΔI_a . Знайти посередині кожного інтервалу ΔI_c на рис.3.9,а значення струму I_c і побудувати графік залежності

ті $\frac{\Delta I_a}{\Delta I_c} = f(I_c)$, як показано на рис.3.9,б. Максимум побудованої функції $\frac{\Delta I_a}{\Delta I_c} = f(I_c)$ приходить для значення струму в соленоїді $I_c = I_{кр}$. Така процедура визначення критичного струму в соленоїді для певного значення анодної напруги називається графічним диференціюванням.

Таку операцію потрібно проводити для кожної залежності $I_a = f(I_c)$, отриманих для різних значень анодної напруги U_a . Це значно утруднює процес обробки результатів експерименту, тому можна використати простіший спосіб визначення $I_{кр}$ для кожного значення U_a . Для цього проводимо дотичну лінію до крутого схилу залежності $I_a = f(I_c)$ (рис.3.9,а, пунктирна лінія) і знаходимо на цій залежності

точку, в якій ця дотична лінія (пунктирна лінія на рис.3.9,*a*) буде мати найбільший кут нахилу до осі I_c . Координата цієї точки дотику на осі I_c визначає струм в соленоїді, при якому похідна dI_a/dI_c має максимальне значення (згідно геометричного тлумачення змісту похідної), а значить струм в соленоїді відповідає значенню струму, що дорівнює $I_{кр}$. Якщо дотична пряма лінія має декілька точок дотику до залежності $I_a = f(I_c)$, то необхідно брати за точку дотику середину цього відрізка (рис.3.9,*a*). Це дозволяє швидше і з меншими затратами часу знаходити $I_{кр}$ для кожного значення U_a .

Методика визначення питомого заряду e/m_e . Питомий заряд електрона e/m_e можна визначати за формулою (3.17)

за одними значеннями U_a і $I_{кр}$. Це буде неточно, так як всього одне вимірювання. Для більш точного визначення відношення e/m_e за формулою (3.17) потрібно провести вимірювання для різних значень анодної напруги U_a і для кожного значення U_a визначити відповідне значення $I_{кр}$. Згідно формули (3.18) залежність $kU_a = f(I_{кр}^2)$ буде лінійною в координатних осях kU_a і $I_{кр}^2$, як показано на рис.3.10.

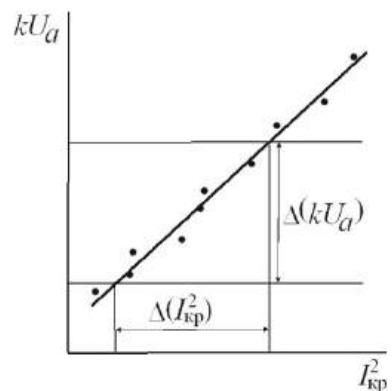


Рис.3.10.

Прямую лінію проводимо між експериментальними точка-

ми. Нахил цієї прямої лінії $\frac{\Delta(kU_a)}{\Delta(I_{кр}^2)}$

буде дорівнювати експериментально визначеній величині e/m_e . Більше того, можна використати метод найменших квадратів і математично за допомогою програми опрацювати експериментальні дані.

Цей метод дозволяє визначити саму величину e/m_e , а також її невизначеність (похибку).

Лабораторна робота

Опис експериментальної установки

Принципову електричну схему зображено на рис.3.11. Живлення установки здійснюється універсальним джерелом живлення «УІП-2». Нитка розжарення діода живиться від виходу «6,3В» через блок живлення розжарення «БПН», що захищає нитку розжарення від пере-

вантажень. Середня точка кола живлення приєднана до мінуса джерела анодної напруги. Анодне коло живиться від виходу «0-50 В», напругу виходу можна плавно змінювати потенціометром на блоці живлення [15].

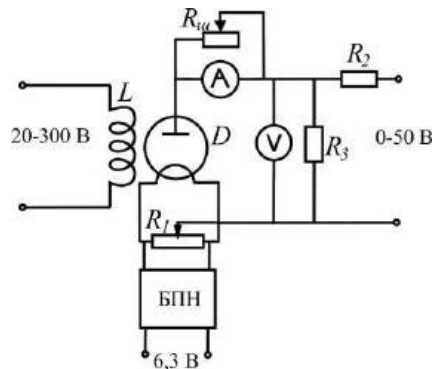


Рис.3.11. Схема установки.

У лабораторній роботі використовується діапазон напруги 0-25 В, тому на вході встановлюють подільник напруги R_2 і R_3 , щоб вберегти установку від перевантажень. Для вимірювання анодного струму використовується мікроамперметр, до якого під'єднано регульовальний

шунт. Для зручності ручку шунта винесено на передню панель установки. Соленоїд живиться від виходу «20-300В» блока живлення. Сила струму соленоїда



Рис.3.12. Лабораторна установка.

вимірюється міліамперметром панелі рис.3.12. Струм соленоїда можна змінювати, регулюючи напругу на вході блока живлення.

Порядок виконання роботи

1. Перед початком роботи переконайся, що ручки потенціометрів, які регулюють напругу виходів «20-300 В» і «0-50 В», встановлені в крайнє ліве положення.

2. Увімкнути універсальне джерело живлення «УІП-2» в мережу і дати прогрітися 5 хвилин.

3. За допомогою потенціометра встановити робочу анодну напругу U_a в межах робочого діапазону «0-30 В». Повертаючи ручку регульовального шунта домогтися, щоб стрілка міліамперметра, що вимірює анодний струм I_a , знаходилась у останній третині шкали (за відсутності струму в соленоїді, тобто за умови ($I_c = 0$). Занести значення U_a та I_a (I_a вимірюється у поді-

лках шкали мікроамперметра) в таблицю 3.1.

4. Ручкою регулювання виходу «20-300В» збільшувати струм соленоїда I_c з кроком 5 мА в діапазоні 40 – 80 мА (область швидкого спаду анодного струму). Значення величин I_c та I_a занести у табл.3.1. Струм соленоїда збільшувати до досягнення критичного режиму, тобто домогтися стрімкого зменшення анодного струму зі збільшенням струму соленоїда.

Обробка результатів вимірювань

1. Для всіх значень напруги U_a побудувати графіки залежності анодного струму I_a від струму соленоїду I_c .

2. За побудованими графіками залежностей I_a від I_c визначити критичні струми $I_{кр}$ (див. додатки 9, 10).

3. Отримані значення критичних струмів $I_{кр}$ занести до таблиці 3.3. Заповнити таблицю 3.2.

4. Побудувати графік залежності kU_a від $I_{кр}^2$.

5. За нахилом $\frac{\Delta(kU_a)}{\Delta(I_{кр}^2)}$ цієї прямої лінії розрахувати величину e/m_e .

6. Використати метод найменших квадратів і математично за допомогою програми визначити нахил прямої лінії $\frac{\Delta(kU_a)}{\Delta(I_{кр}^2)}$ і тоді обчислити значення величини e/m_e .

7. Визначити граничну невизначеність (похибку) величини e/m_e . Програма дає значення середньої квадратичної похибки середнього арифметичного величини нахилу прямої $\frac{\Delta(kU_a)}{\Delta(I_{кр}^2)}$.

8. Порівняти отримані значення e/m_e з його табличною величиною.

9. Написати висновки по роботі.

Приклад розрахунків див. додатки 9, 10.

Контрольні запитання

1. Як рухаються заряджені частинки в електричному полі?

2. Як рухаються заряджені частинки в магнітному полі?

3. Написати формулу для сили Лоренца та пояснити її.

4. Чи змінює магнітне поле енергію зарядженої частинки, яка рухається в ньому? Відповідь пояснити.

5. Заряджена частинка влітає у взаємно перпендикулярні електричне і магнітне поля. За якої умови частинка буде рухатись рівномірно і прямолінійно?

6. Від чого залежить період обертання зарядженої частинки, яка рухається в магнітному полі?

7. Який вигляд матиме траєкторія заряджених частинок, що влітають із сталою швидкістю v у магнітне поле з індукцією B , якщо а) $\vec{v} \perp \vec{B}$; б) \vec{v} утворює з \vec{B} деякий кут? Поясніть відповідь.

8. Як рухається заряджена частинка, що влітає в електричне поле, силові лінії якого паралельні напрямку її швидкості?

9. Які можливі траєкторії руху електронів в магнетроні при різних значеннях індукції магнітного поля B (покажіть траєкторії на рисунку)? Що таке критичне поле $B_{кр}$?

10. Що обумовлює плавну залежність анодного струму магнетрона від індукції магнітного поля в соленоїді ($I_a = f(B)$)?

11. Як виводиться формула для величини індукції магнітного поля всередині безмежно довгого соленоїда?
12. Як впливає зміна характеристик електричного E і магнітного B полів на форму траєкторії руху електрона в даній лабораторній роботі?
13. Чи потрібне для розрахунків абсолютне значення анодного струму I_a ?
14. Що найбільш суттєво впливає на точність визначення питомого заряду електрона e/m_e в даній лабораторній роботі?
15. Який прилад називається магнетроном? Які фізичні явища лежать в основі його роботи? Де на практиці використовують магнетрони?

Таблиця 3.1

	$U_1=$ В	$U_2=$ В	$U_3=$ В	$U_4=$ В	$U_5=$ В	$U_6=$ В	$U_7=$ В	$U_8=$ В
I_c , мА	I_a , под	I_a , под	I_a , под	I_a , под	I_a , под	I_a , под	I_a , под	I_a , под
20								
40								
45								
50								
55								
60								
65								
70								
75								
80								
110								

Таблиця 3.2

Визначення коефіцієнта k :	
μ_0 , Гн/м	
n , 1/м	
r_a , м	
$k = \frac{8}{\mu_0^2 n^2 r_a^2}$, А ² Кл/кг·В	

Таблиця 3.3

№	U_a , В	$I_{кр}$, мА	kU_a , А ² Кл/кг	$(I_{кр})^2$, мА ²
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

4. Вивчення магнітних властивостей феромагнетика у змінних магнітних полях

Мета роботи

1. Дослідити процеси намагнічування та перемагнічування феромагнетиків у змінному магнітному полі.

2. Дослідити залежність індукції магнітного поля та проникності феромагнетика від напруженості магнітного поля.

3. Визначити залишкову індукцію, коерцитивну силу і максимальну магнітну проникність.

4. Зробити висновки по роботі.

Теоретична частина

Намагнічування середовищ

Досі ми розглядали магнітне поле у вакуумі. Якщо провідники зі струмом розміщені не у вакуумі, а в іншому середовищі, то магнітне поле змінюється.

Це означає, що речовини в магнітному полі намагнічуються, тобто самі стають джере-

лами магнітного поля. Результуюче магнітне поле в середовищі є сумою полів, які створюються провідниками зі струмом \vec{B}_0 і намагніченим середовищем \vec{B}' , і тому обидва поля в сумі дають результуюче поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (4.1)$$

Речовини, які здатні намагнічуватись, називаються магнетиками. Згідно гіпотези Ампера, причина намагнічування полягає в тому, що в усіх речовинах існують найдрібніші електричні струми, які замикаються в межах кожного атома (молекулярні струми, рис.4.1). Кожний такий струм має магнітний момент і створює в оточуючому просторі магнітне поле. У відсутності зовнішнього магнітного поля молекулярні струми орієнтовані хаотично внаслідок чого їхнє

сумарне магнітне поле дорівнює нулю. Під дією зовнішнього поля магнітні моменти молекул орієнтуються по полю [1] внаслідок чого магнетик намагнічується – його сумарний магнітний момент стає відмінним від нуля.

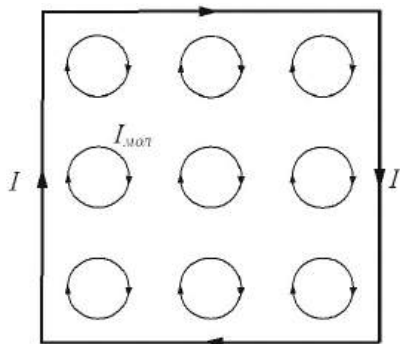


Рис.4.1.

Магнітні поля окремих молекулярних струмів в цьому випадку вже не компенсують один одного і виникає деяке середнє поле \vec{B}' . Тому намагнічений магнетик можна представити як систему найдрібніших орієнтованих струмів (рис.4.1).

У [1] ми бачили, що всі магнітні дії замкнутих струмів

визначаються їх магнітним моментом:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

який утворює зі струмом правогвинтову систему. Кожний молекулярний струм у магнетику має певний магнітний момент, а отже, і магнетик у цілому при намагнічуванні набуває магнітного моменту, який дорівнює векторній сумі моментів усіх молекулярних струмів. Тому магнітний стан речовини можна цілком охарактеризувати магнітним моментом його одиниці об'єму. Ця величина називається *вектором намагнічування* і позначається буквою \vec{j} . Якщо магнетик намагнічений неоднорідно, то намагніченість в даній точці визначається наступним виразом:

$$\vec{j} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{p}_m}{\Delta V}, \quad (4.2)$$

де ΔV — фізично нескінченно малий об'єм, взятий біля точки, яку розглядаємо, \vec{p}_m — магнітний момент окремої молекули. Сумування виконується по всіх молекулах, що знаходяться в об'ємі ΔV .

Вектор намагнічування є основною величиною, яка характеризує магнітний стан речовини. Знаючи вектор намагнічування в кожній точці якогонебудь тіла, можна визначити і магнітне поле, яке створюється намагніченим тілом, що розглядається. Задача значно спрощується, якщо вектор намагнічування однаковий в усіх точках магнетика (однорідне намагнічування). У цьому випадку при додаванні молекулярних струмів прилеглі їхні відрізки, що мають протилежні напрями струмів, взаємно

компенсуються і залишаються тільки відрізки струмів, які прилягають до поверхні магнетика. Тому дія всіх молекулярних струмів буде така сама, як дія деякого поверхневого струму, який обтікає намагнічений магнетик (рис.4.1). У цьому розумінні можна сказати, що при всуванні в соленоїд залізного осердя на поверхні осердя ніби виникають додаткові невидимі ампер-витки, які додаються до ампер-витків намагніченої котушки (рис.4.2).

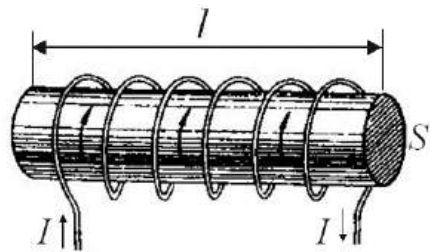


Рис.4.2. Поверхневі струми в намагніченому циліндрі.

Величина зазначеного поверхневого струму визначається значенням намагнічуван-

ня \vec{J} . Розглянемо в однорідному магнітному полі (довгий соленоїд) досить довгий циліндричний стрижень (рис.4.2) і позначимо через i_1 лінійну густину поверхневого струму, тобто величину струму на одиницю довжини стрижня. Тоді повна величина поверхневого струму стрижня є $i_1 l$, де l – довжина стрижня. Якщо S – площа перерізу стрижня, то величина його магнітного моменту дорівнює:

$$i_1 l S = i_1 V$$

(V – об'єм стрижня). З іншого боку, за визначенням намагнічування J , цей самий момент дорівнює JV . Прирівнюючи обидва вирази, ми знаходимо:

$$J = i_1. \quad (4.3)$$

При однорідному намагнічуванні значення намагнічення J дає безпосередньо лінійну густину поверхневого струму магнетика.

Поле \vec{B}' так само, як і поле \vec{B}_0 , не має джерел (магнітних зарядів). Тому потік результуючого поля (4.1) через замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S \vec{B}_0 d\vec{S} + \oint_S \vec{B}' d\vec{S} = 0. \quad (4.4)$$

Таким чином, теорема Остроградського Гауса справедлива не тільки для магнітного поля у вакуумі, але і для поля у речовині.

Закон повного струму для магнітного поля в речовині. Напруженість магнітного поля. Магнітна сприйнятливість і проникність.

Запишемо закон повного струму для результуючого магнітного поля (4.1) в речовині:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \vec{B}_0 d\vec{l} + \oint_{\Gamma} \vec{B}' d\vec{l} = \mu_0 (\sum_i I_i + \sum I_{\text{мол}}), \quad (4.5)$$

де $\sum_i I_i$ – алгебраїчна сума макрострумів (струмів провідності), $\sum I_{\text{мол}}$ – алгебраїчна сума мікрострумів (молекулярних струмів), що охоплюються заданим контуром Γ . З контуром Γ зв'язана деяка поверхня S (рис.4.3). Тому

$$\sum I_{\text{мол}} = \int_S \vec{J}_{\text{мол}} \cdot d\vec{S}, \quad (4.6)$$

де $\vec{J}_{\text{мол}}$ – густина молекулярних струмів, яка залежить від значень вектора \vec{B} , який в свою чергу залежить від $\vec{J}_{\text{мол}}$. Щоб обійти цю трудність, знайдемо таку

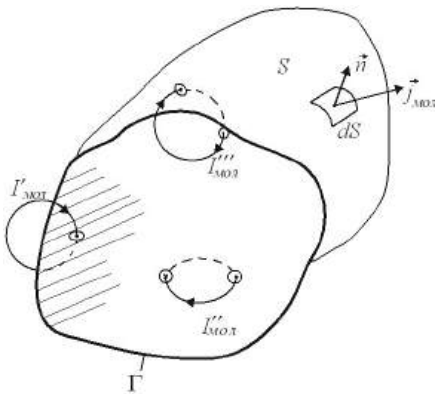


Рис.4.3.

допоміжну фізичну величину, циркуляція якої визначається

лише силою макроскопічних струмів. Щоб встановити вид цієї допоміжної величини, виразимо суму молекулярних струмів $\vec{J}_{\text{мол}}$ через намагніченість магнетика.

Ця сума молекулярних струмів (4.6), які охоплюються контуром Γ , дорівнює:

$$\int_S \vec{J}_{\text{мол}} \cdot d\vec{S} = \oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l}. \quad (4.7)$$

Із врахуванням (4.7), (4.5) можна переписати так:

$$\oint_{\Gamma} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (4.8)$$

Вираз в дужках формули (4.8)

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad (4.9)$$

і є шукана допоміжна величина, циркуляція якої визначається лише макроскопічними струмами і (4.8) переписеться так:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i. \quad (4.10)$$

Вектор \vec{H} називається *напруженістю магнітного поля*.

Отримана формула (4.10) виражає теорему про циркуляцію вектора \vec{H} (закон повного струму для магнітного поля в середовищі): *циркуляція вектора напруженості магнітного поля по деякому замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі макроскопічних струмів, що охоплюються цим контуром.*

Напруженість магнітного поля \vec{H} є аналогом електричного зміщення \vec{D} для електричного поля.

У вакуумі $\vec{j} = 0$, тому $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ і

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (4.11)$$

Як показують досліди, в несильних магнітних полях намагніченість \vec{J} прямо пропорцій-

на напруженості поля \vec{H} , що викликає намагнічення, тобто

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (4.12)$$

де χ – магнітна сприйнятливість речовини. Тоді (4.9) із врахуванням (4.12) переписеться так:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)}. \quad (4.13)$$

Безрозмірна величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (4.14)$$

називається *відносною магнітною проникністю речовини*.

На відміну від діелектричної сприйнятливості χ , яка може мати тільки позитивні значення (поляризованість \vec{P} в ізотропному діелектрику завжди направлена по полю \vec{E}), магнітна сприйнятливість χ буває як позитивна, так і негативна. Тому магнітна проникність μ може бути як більша одиниці, так і менша одиниці.

Із врахуванням (4.14) формула (4.13) приймає вигляд:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}. \quad (4.15)$$

Таким чином, напруженість магнітного поля \vec{H} є вектор, який має той же напрямок, що і вектор \vec{B} , але в $\mu\mu_0$ раз меншу за модулем величину (в анізотропних середовищах вектори \vec{H} і \vec{B} , взагалі кажучи, не співпадають за напрямком).

Класифікація магнетиків. Формула (4.12) визначає магнітну сприйнятливість χ одиниці об'єму речовини. Замість цієї сприйнятливості часто використовують сприйнятливість для одного кіломоля речовини, яку називають кіломолярною $\chi_{\text{км}}$ (для хімічно простих речовин кілоатомною $\chi_{\text{кат}}$). Очевидно,

що $\chi_{\text{км}}$ ($\chi_{\text{кат}}$) має розмірність $\text{м}^3/\text{кмоль}$, ($\text{м}^3/\text{кат}$).

В залежності від знаку і величини магнітної сприйнятливості всі магнетики поділяються на три групи:

1) Діамагнетики, у яких χ від'ємна і мала за абсолютною величиною ($\chi_{\text{км}} \sim -(10^{-8} \div 10^{-7}) \text{ м}^3/\text{кмоль}$). До таких речовини відносяться: вуглекислота, вода, срібло, вісмут, мідь, цинк, золото, аргон та інші. Діамагнетики послаблюють зовнішнє магнітне поле. Від'ємне значення χ в діамагнетиках означає, що в цих речовинах вектор намагнічення направлений протилежно зовнішньому (намагнічуючому) полю.

2) парамагнетики, це речовини у яких χ теж невелика, але позитивна величина ($\chi_{\text{км}} \sim 10^{-7} \div 10^{-6} \text{ м}^3/\text{кмоль}$).

Такими речовинами є: кисень, алюміній, літій, натрій, калій, магній, кальцій, титан, вольфрам, платина, уран, плутоній, хлористе залізо (FeCl_3) та інші.

3) феромагнетики це речовини, у яких χ додатня і досягає дуже великих значень ($\chi_{\text{км}} \sim 10^3 \text{ м}^3/\text{кмоль}$). Крім того, на відміну від діа- і парамагнетиків, для яких χ не залежить від H , сприйнятливість феромагнетиків є функція напруженості магнітного поля. Феромагнетиками є хімічні елементи Fe, Co, Ni (так звані 3d-метали) і рідкоземельні метали Gb, Tb, Dy, Ho, Er та інші. Феромагнетиками є теж багаточисельні металічні бінарні і більші складні (багатокомпонентні) сплави вище згаданих металів між собою та з іншими неферомагнітними системами, напри-

клад: Fe_3Al , Ni_3Mn , MnPt_3 , ZrZn_2 , ZnCMn_3 , AlCMn_3 та інші.

Феромагнетизм. Речовини, які здатні добре намагнічуватися, називаються феромагнетиками (від лат. ferrum – залізо). Їх намагніченість J велика і в 10^{10} число раз перевищує намагніченість діа- і парамагнетиків, які належать до категорії слабомагнітних речовин.

Магнітна проникність більшості феромагнетиків за звичайних температур вимірюється багатьма сотнями і тисячами одиниць, а в деяких спеціально приготовлених і оброблених феромагнетиків вона досягає мільйона.

Феромагнетики, крім здатності добре намагнічуватися, мають ряд властивостей, які істотно відрізняють їх від діа- і парамагнетиків.

Крива намагнічування.

Характерною особливістю ферромагнетиків є складна нелінійна залежність між індукцією B і напруженістю поля H . Ця залежність була встановлена на прикладі м'якого (відпаленого) заліза. Залежність індукції B від напруженості магнітного поля H у ферромагнетиках має вигляд, зображений на рис.4.4.

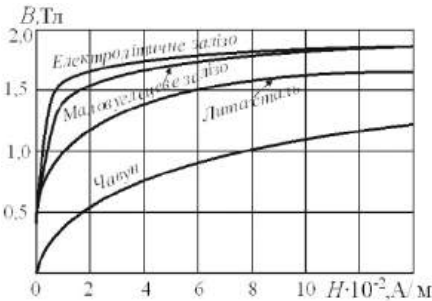


Рис.4.4.Залежність магнітної індукції від напруженості магнітного поля [6].

Індукція спочатку швидко збільшується, але в міру намагнічування магнетика її зростання сповільнюється. За значеннями індукції B і напруженості H поля

можна визначити намагнічення магнетика $J = B/\mu_0 - H$ (магнітний момент одиниці об'єму).

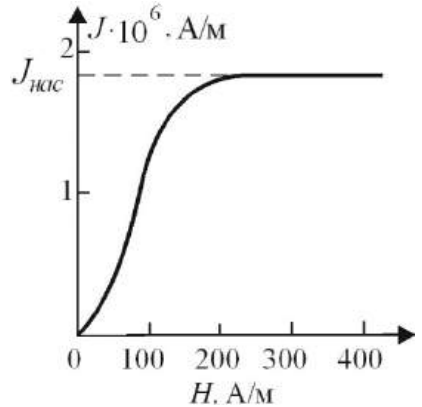


Рис.4.5.Крива намагнічення ферромагнетика [6].

Характер залежності J від H для ферромагнетиків зображено на рис.4.5. Намагнічення J , подібно до індукції, спочатку швидко зростає, але потім настає *магнітне насичення*, за якого намагнічення досягає деякого максимального значення $J_{нас}$ і практично перестає залежати від напруженості поля.

Внаслідок нелінійної залежності B від H магнітна проникність $\mu = B/(\mu_0 H)$ зале-

жить від напруженості магнітного поля. Крива залежності μ від H (рис.4.6) зростає із збільшенням поля від початкового значення μ_0 до деякої максимальної величини μ_m , але потім, після проходження через максимум, зменшується і асимптотично, прямує до значення дуже близького до одиниці.

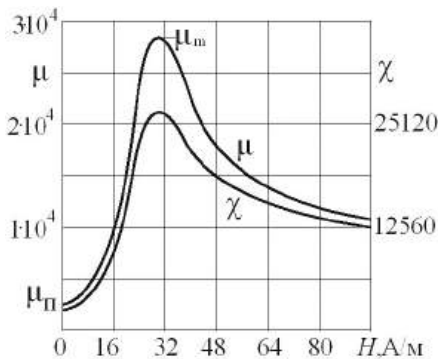


Рис.4.6.Залежність магнітної проникності μ і магнітної сприйнятливості χ від напруженості поля для заліза армко [6].

Магнітна сприйнятливість феромагнетика $\chi = J/H$ також не є сталою і залежить від напруженості поля. Цю залежність зображено на рис.4.6. Маг-

нітна прийнятливості χ , як і проникність μ , має максимум і при великих полях асимптотично прямує до значення, близького до нуля.

Особливості намагнічування феромагнетиків, які розглядаються, показують, що використання феромагнетиків для одержання потужних магнітних полів дуже ефективно в областях намагнічування, які далекі від насичення. А у випадку дуже потужних полів настає магнітне насичення і магнітна проникність значно спадає.

Тому феромагнетики застосовують для отримання полів, напруженість яких не перевищує $\sim 10^6$ А/м. А якщо необхідне ще потужніше поле, то застосовувати феромагнетики практично не ефективно. Так, наприклад, в дослідях поля з

напруженістю до $3 \cdot 10^7 \text{ А/м}$ були добуті тільки за допомогою котушок зі струмом без ферромагнетиків.

Анізотропія намагнічування. Усі ферромагнетики в магнітному розумінні є *анізотропними*. Однак якщо ферромагнетик має дрібнокристалічну структуру і окремі кристалики в ньому розміщені цілком безладно, то ця анізотропія не проявляється і його намагнічення не залежить від напрямку поля. А коли ферромагнетик є єдиним кристалом, то вигляд кривої намагнічення буде різний і залежатиме від напрямку намагнічуючого поля відносно осей кристала. На рис.4.7 зображено елементарну комірку кристала заліза (центрований куб) і показано позначені символами [100] (ребро куба), [110] (діаго-

наль грані) і [111] (просторова діагональ).

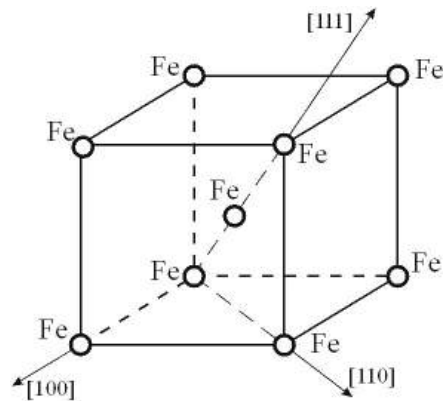


Рис.4.7.Елементарна кристалічна комірка заліза і її основні кристалографічні напрямки. [100] є напрямом легкого намагнічування, а [111] – напрямом важкого намагнічування [6]. кристалографічні напрями, які

Для кожного ферромагнетика існує напрям, в якому намагнічення (при даному полі) найбільше (*напрямо легкого намагнічування* [100]), і напрям, в якому намагнічення найменше (*напрямо важкого намагнічування* [111] (рис.4.7)).

Гістерезис. Припустимо, що ми намагнічуємо спочатку ненамагнічений ферромагнетик і,

помістивши його всередину намагнічуючої котушки, збільшимо магнітне поле всередині магнетика від нуля до деякого значення H_1 (рис.4.8). Значення індукції в магнетик у визначатиметься кривою індукції $01A$ і зобразиться відрізком ординати

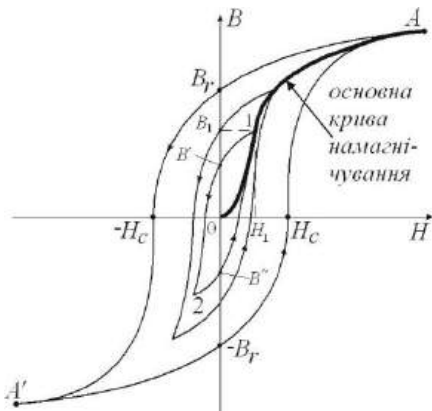


Рис.4.8.Магнітний гістерезис [1].

$0B_1$. Якщо тепер знову зменшувати магнітне поле, то зменшення індукції зображуватиметься вже не відрізком кривої індукції $1O$, а кривою $1B'$, і коли поле знову дорівнюватиме нулю, індукція не дорівнюватиме нулю,

а виражатиметься відрізком OB' . Феромагнетик у цьому стані є *постійним магнітом*. Далі, якщо змінити напрям струму в намагнічуючій котушці і перемагнічувати зразок у зворотному напрямі, то зміна індукції описуватиметься відрізком кривої $B'2$. При наступній зміні поля в зворотному напрямі індукція змінюватиметься згідно з кривою $2B''1$. При циклічному перемагнічуванні феромагнетика зміна індукції в ньому зображуватиметься петлеподібною замкненою кривою $1B'2B''1$.

Ми бачимо, що значення індукції у феромагнетик у визначається не тільки існуючим магнітним полем, але ще залежить від попередніх станів намагнічування, причому відбувається своєрідне *відставання* зміни індукції від зміни напруженості

поля. Це явище називається магнітним *гістерезисом*, а зазначена вище петлеподібна крива залежності B від H при циклічному перемагнічуванні називається *петлею гістерезису*. Магнітний гістерезис подібний до діелектричного гістерезису в сегнетоелектрика.

З кривих (рис.4.8) видно, що при усуненні намагнічуючого поля феромагнетик зберігає залишкове намагнічення, причому всередині магнетика існує деяка залишкова індукція. При збільшенні амплітуди намагнічуючого поля індукція прямує до граничного значення B_r при $H=0$ (рис.4.8). Щоб "знищити" це залишкове намагнічення, всередині феромагнетика слід створити певне поле, напрямлене протилежно початковому намагнічуючому полю, яке зображене відрізком OH_c . Це поле назива-

ють *затримуючою*, або *коерцитивною*, силою феромагнетика. Коерцитивна сила характеризує властивість феромагнетика зберігати намагніченість. Матеріали з великою коерцитивною напруженістю дають широку петлю гістерезису і називаються «твердими» магнітними матеріалами. З них виготовляють постійні магніти. «М'які» магнітні матеріали мають малу коерцитивну силу і дають вузьку петлю гістерезису. Ці матеріали використовують для виготовлення осердь трансформаторів.

З цим пов'язаний практичний спосіб, який використовують для *розмагнічування* феромагнетиків. Для цього феромагнетик поміщають всередину котушки, яка живиться змінним струмом, і величину струму поступово зменшують до нуля.

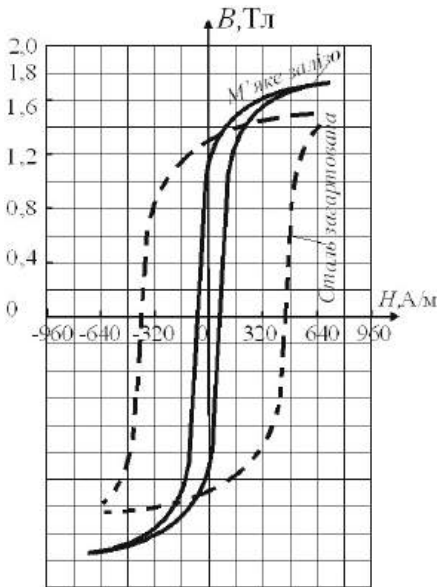


Рис.4.9.Криві гістерезису м'якого заліза і загартованої сталі [6].

При цьому феромагнетик піддається багаторазовим циклічним перемагнічуванням, що відповідає різним петлям гістерезису, які поступово зменшуючись, стягуються до точки 0 (рис.4 8), де намагнічування дорівнює нулю. Гістерезис залежить значною мірою від складу феромагнетика і від його обробки. Для чистого «м'якого» заліза, тобто відпаленого і потім повільно

охолодженого, гістерезис виражений дуже слабко і петля гістерезису дуже вузька. Але в загартованій сталі гістерезис значний (рис.4.9).

Температура Кюрі. Здатність пара- і феромагнетиків намагнічуватися різна за різних температур, тобто їх магнітна сприйнятливості залежить від температури. Вона зменшується із збільшенням температури.

Для багатьох *парамагнітних* речовин зміна χ з температурою описується законом, який встановив Кюрі. Магнітна сприйнятливості таких речовин монотонно змінюється із зміною температури. Такі речовини називаються *нормальними парамагнетиками*.

Залежність магнітної сприйнятливості від температури для феромагнетиків має скла-

дніший характер. При підвищенні температури здатність феромагнетиків намагнічуватися зменшується. При цьому зменшуються значення їх магнітної сприйнятливості і проникності при будь-якому значенні магнітного поля, ослаблюється гістерезис і зменшується намагнічення насичення $J_{\text{нас}}$. При деякій температурі T_K , яка називається *температурою Кюрі*, феромагнітні властивості зникають зовсім.

Таблиця 4.1

Речовина	$T_K, ^\circ\text{C}$
Гадоліній.....	17
Залізо.....	770
Кобальт.....	1150
Нікель.....	360
30%-ний пермалой (сплав 70% Fe, 30% Ni).....	70
78%-ний пермалой.....	550

Температура Кюрі різна для різних феромагнетиків; її значення для деяких речовин подані в таблиці 4.1. При температурах вищих температури

Кюрі, феромагнетик перетворюється на парамагнетик.

Залежність магнітної сприйнятливості χ від температури для таких парамагнетиків підлягає закону Кюрі - Вейсса, який має вигляд:

$$\chi = \frac{C}{T - T_K} \quad (4.16)$$

Тут C – стала, яка залежить від роду речовини, а T_K – температура Кюрі.

Як видно з таблиці, температура Кюрі для деяких сплавів дуже низька, наприклад для 30–процентного пермалой — близько 70°C . Тому, коли пермалоеву пластинку піднести до полюсів постійного магніту за кімнатної температури, то вона притягується до магніту і втримує деякий вантаж. Але коли магніт з пластинкою помістити у

воду, нагріту до температури 80—90°C, то пластинка втрачає

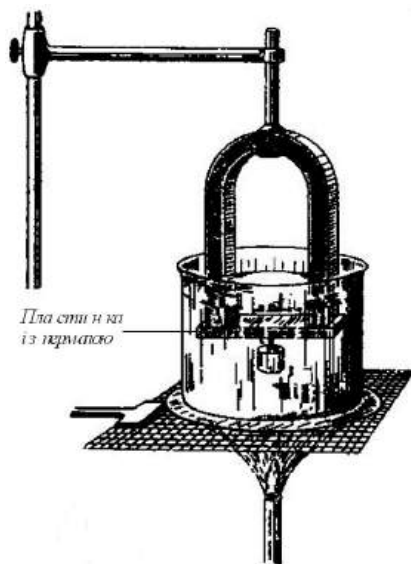


Рис.4.10. При намагнічуванні пермалоевої пластинки вище температури Кюрі вона перестає притягуватися до магніту [6].

ферромагнітні властивості, її намагнічення практично зникає і вона під дією вантажу відривається від магніту (рис.4.10).

Робота при намагнічування. Розрахунок дає, що робота dw , яка потрібна для збільшення індукції на малу вели-

чину dB в одиниці об'єму магнетика, дорівнює

$$dw = HdB. \quad (4.17)$$

Оскільки робота намагнічування залежить від процесів всередині магнетика, то вираз (4.17) буде справедливий, очевидно, для магнетика будь якої форми.

Розглянемо спочатку магнетик без гістерезису, для якого пряма і зворотна вітки кривої намагнічування збігаються (рис.4.11). Елементарна робота, яка потрібна для нескінченно малого збільшення намагнічення, на цьому графіку виражається згідно з (4.17) величиною площі 12341 . Повна робота, яка затрачається при збільшенні індукції від нуля до заданого значення B_1 , дорівнює площі $0AB_10$, обмеженої кривою намагнічення і віссю B (заштрихована площа).

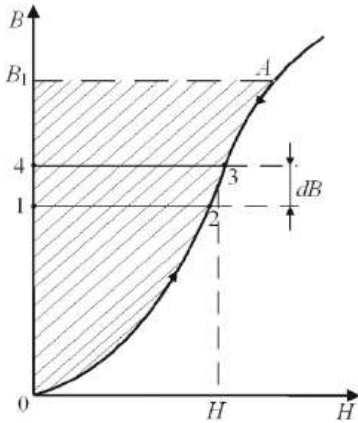


Рис.4.11.Робота намагнічування магнетика без гістерезису.

Ця робота виконується джерелом при намагнічуванні магнетика. При розмагнічуванні магнетика в коло джерела повертається енергія, яка запасена в магнітному полі. Вона, як і раніше, виражається величиною площі, обмеженої кривою намагнічення і віссю B . Якщо гістерезису немає, то обидві вітки кривої збігаються і при розмагнічуванні повертається та сама робота, яка була затрачена при намагнічуванні.

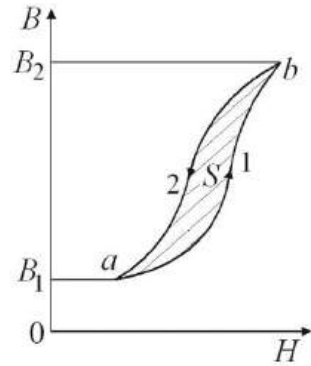


Рис.4.12.Робота при циклічному перемагнічуванні пропорційна площі петлі гістерезису.

Інакше буде для магнетика з гістерезисом. У цьому разі при збільшенні індукції від значення B_1 до деякого іншого значення B_2 (рис.4.12) потрібна буде робота, яка дорівнює площі, яка обмежена віткою кривої намагнічення 1, тобто площі $B_1a1bB_2B_1$, а при розмагнічуванні до вихідного стану робота, яка повертається, дорівнюватиме площі $B_2b2aB_1B_2$, яка має меншу величину. Тому при повному циклі перемагнічування в кожному

одиницю об'єму магнетика вводиться енергія, де S —площа

$$w = S, \quad (4.18)$$

петлі гістерезису, яка має розмірність одиниць роботи (енергії).

Ця енергія витрачається на виконання роботи проти коерцитивних сил у магнетику і в кінцевому підсумку перетворюється в тепло. Тому феромагнетики при циклічному перемагнічуванні нагріваються і тим більше, чим сильніше виражений гістерезис.

В існуванні тепла гістерезису можна впевнитися за допомогою простого досліду. Якщо всередину дротяної котушки, яка живиться технічним змінним струмом, опустити сталевий стержень, то він виконуватиме 50 циклів перемагнічування за секунду і вже через 1-2хв досліду значно нагріється.

Тепло гістерезису завжди враховують при розрахунку різних електричних пристроїв змінного струму, які містять феромагнетики, що зазнають періодичного перемагнічування. Такі, наприклад, залізні осердя трансформаторів і обертові залізні якорі динамо машини. Наявність гістерезису в них веде до некорисної витрати частини енергії на тепло гістерезису і зменшує коефіцієнт корисної дії установок. Тому для таких пристроїв і застосовують спеціальні сорти м'якого заліза (трансформаторне залізо), в яких гістерезис виражений слабко.

Магнітні матеріали.

Ферити. У сучасній електротехніці феромагнетики відіграють значну роль. Використовуючи феромагнетики, ми примушуємо елементарні струми брати участь в утворенні магнітного поля і, так би мовити, «безкоштовно»

збільшуємо магнітне поле в сотні і тисячі разів порівняно з полем одних намагнічуючих котушок. Залежно від призначення феромагнетиків до них ставлять

Таблиця 4.2. Деякі магнітні матеріали та їхні характеристики

Матеріали магнітні - м'які	Склад (%) остатке залізо і домішки	Відносна початкова провідність	Відносна максимум. провідність	Коерцитивна сила, А/м	Залишкова індукція, Тл
Залізо	3,3 Fe	600	10000	16	2,00
Залізо чисте	0,05 (дом)	10000	200000	4	2,15
Залізо технічне	0,20 (дом)	150	5000	80	2,15
Сталь м'яка	0,2 C	120	2000	140	2,12
Перманой	78,5 Ni	8000	100000	4	1,08
Нікель	99 Ni	110	600	56	0,61
Ферит	Ni-Zn	1000	2000	8	0,25

Матеріали магнітні - жорсткі	Склад (%) остатке залізо	Коерцитивна сила, А/м	Залишкова індукція, Тл
Сталь вуглецева	0,9C, 1Mn	4000	1,00
Сталь вольфрамлова	0,4C, 6W	5200	1,05
Сталь кобальтова	1,0C, 3Co, 4Cr, 0,4Mn	6400	1,00
Алніко	19Ni, 10Al, 18Co, 3Cu	52000	0,90
Платино - залізо	78Pt	120000	0,60
Платино - кобальт	77Pt, 23Co	320000	0,50
Магніко	13,5Ni, 9Al, 24Co, 3Cu	56000	1,30

різні вимоги. Так, наприклад, для застосування в трансформаторах найважливішими вимогами є висока магнітна проникність і слабкий гістерезис («маг-

нітно-м'які» матеріали), а для виготовлення постійних магнітів — залишкове намагнічення і велика коерцитивна сила. Як феромагнітні матеріали тепер широко застосовують залізо і його сплави з іншими елементами. Підбираючи склад сплавів і варіюючи їх обробку, можна дістати різні феромагнітні матеріали, які відрізняються надзвичайною різноманітністю магнітних властивостей. У таблиці 4.2 подано магнітні характеристики деяких речовин, які застосовуються в сучасній техніці.

Наведені дані показують, що у виготовленні магнітних матеріалів досягнуто значних успіхів. Деякі сплави (алніко, магніко) відзначаються дуже високими значеннями коерцитивної сили і залишкової індукції і тому дають змогу виготовляти

виняткові за якістю постійні магніти, які широко застосовують і тепер у магнітоелектричних вимірювальних приладах і інших пристроях, в яких потрібне потужне постійне магнітне поле.

Дуже цікаві магнітні властивості рідкоземельних елементів. Серед цієї групи елементів і їх хімічних сполук є діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики. З них найсильнішим феромагнетиком є гадоліній. Він намагнічується до насичення в порівняно слабких полях і його намагнічення насичення більше, ніж у чистого заліза.

Дослідження магнітних сплавів і хімічних сполук привели і до важливих, і до цікавих результатів, які відкривають нові технічні можливості застосування магнітних матеріалів. Так, наприклад, було виявлено, що

деякі сплави з неферомагнітних елементів при певному співвідношенні між компонентами мають великий феромагнетизм. Такими є сплави марганець-вісмут, марганець-сурма, хром-телур, тощо. Інше важливе досягнення полягає в добуванні і дослідженні *феритів*, які є феромагнітними хімічними сполуками типу $MeO \cdot Fe_2O_3$, де Me — один (або суміш) двовалентних катіонів Mn , Co , Ni , Cu , Mg , Zn , Cd , Fe^{+2} . На відміну від заліза та інших феромагнітних металів, ферити є магнітними напівпровідниками і мають великий питомий електричний опір порядку $1 \div 10^4$ Ом·м. Цим і зумовлена велике технічне значення феритів. Феромагнітні метали не можна використовувати в радіотехніці високих частот внаслідок їх великої електропровідності і вели-

ких втрат на вихрові струми, які виникають при цьому. Ферити цього недоліку не мають і дають змогу по-новому розв'язувати ряд завдань радіотехніки.

Пояснення феромагнетизму. Сучасна теорія феромагнетиків спиралася в своєму розвитку на такі основні дослідні дані. *По-перше*, ми бачили, що в деяких феромагнетиків можна змінювати намагнічування від початкового нульового значення до величезного значення насичення під дією мізерного намагнічуючого поля. Це є характерним для феромагнетиків і різко відрізняє їх від парамагнетиків. Зазначимо для порівняння, що нормальна парамагнітна сіль, наприклад FeSO_4 , при кімнатній температурі під дією поля в 10 А/м збільшує своє намагнічення приблизно на 10^{-9} Тл, тобто на

величину, у сотні мільйонів раз меншу, ніж деякі магнітно-м'які феромагнітні сплави.

Друга особливість стосується величини магнітного моменту атомів феромагнітних речовин. Прямі досліді показують, що магнітні моменти атомів феромагнітних речовин мають той самий порядок величини, що й атоми парамагнетиків, і вимірюються небагатьма магнетонами Бора. Звідси випливає, що феромагнетизм не можна пояснити за допомогою теорії, подібної до теорії парамагнетизму, і, що феромагнітні властивості не зумовлені наявністю магнітного моменту атома в цілому.

Третій важливий дослідний факт зв'язаний з величиною гіромагнітного відношення [1]. У феромагнетиках воно приблизно в два рази більше, ніж очіку-

ване теоретично значення для електронних орбіт, і відповідає відношенню власних магнітного і механічного моментів електрона (спінове гіромагнітне відношення [1]). Ця обставина вказує, що намагнічування феромагнетиків зумовлюється дуже значним орієнтуванням власних магнітних моментів електронів (електронних спінів), але не магнітних моментів атомів в цілому. За сучасними уявленнями, які надійно обґрунтовані

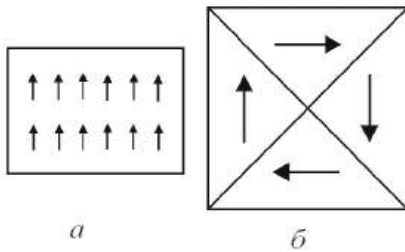


Рис.4.13.Схематичне зображення: а – розміщення електронних спінів при спонтанному намагнічуванні (низька температура); б – напрямки намагнічування в окремих доменах.

на досліді, суть феромагнетизму полягає в тому, що значне орієн-

тування елементарних магнітних моментів виникає у феромагнетиках незалежно від зовнішнього магнітного поля, бо феромагнетик намагнічений до насичення, яке відповідає даній температурі, уже без усякого поля (рис.4.13,а).

Наявність такого *самодовільного*, або *спонтанного*, намагнічування є найхарактернішою властивістю феромагнетиків. Спонтанне намагнічування виникає через те, що на елементарні магнітні моменти діють сили молекулярної взаємодії не магнітного походження. Ці уявлення були висловлені в працях П. Вейсса в 1907 р.

Дослід показує, що феромагнетики при відсутності зовнішнього поля можуть бути і не намагнічені. Для пояснення цієї позірної суперечності Вейсс

зробив другу основну гіпотезу, за якою феромагнетик розбивається на велику кількість малих (але макроскопічних) областей, або доменів («Домен» від латинського слова *dominicus* (господарський, панський). В середньовіччі «доменом» називали особисте володіння великого феодала. В фізиці слово «домен» використовується для позначення області, властивості якої різко відрізняються від властивостей оточуючого її матеріалу) [1]. Кожна з цих областей за температур, нижчих за температуру Кюрі, намагнічена значною мірою, але напрями намагнічування в окремих доменах різні, а саме такі, що повний магнітний момент феромагнетика дорівнює нулю (рис.4.13,б).

Питання про фізичну причину спонтанного намагні-

чування принципово розв'язали в 1928 р. Френкель, а потім Гайзенберг, які показали, що значне орієнтування електронних спінів спричинюється так званими силами обмінної взаємодії. Наявність цього нового класу сил, який не пояснюється в класичній фізиці, було з'ясовано тільки з розвитком квантової фізики атома. Існування доменів у феромагнетиках тепер доведено різними дослідями. Найпряміший метод полягає в добуванні так званих *порошкових фігур*. Якщо на добре відполіровану поверхню феромагнетика помістити шар рідини, в якій є завислі найдрібніші крупинки феромагнітного порошку (наприклад, Fe_2O_3), то ці крупинки осідатимуть переважно на ті місця, поблизу яких магнітне поле неоднорідне. Але саме поблизу меж

доменів і виникають неоднорідності поля і тому осілий порошок позначить межі областей спонтанного намагнічування.

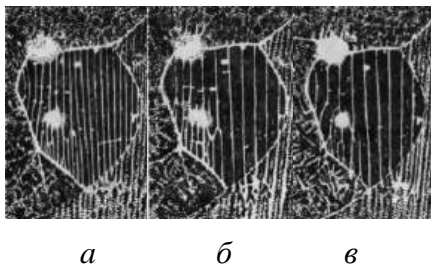


Рис.4.14. Домени в деформованому кремністому залізі: *а*—без поля; *б*—магнітне поле перпендикулярне до площини рисунка; *в*—магнітне поле тієї самої напруженості, але протилежного напрямку [6].

На рис.4.14 наведені фотографії порошкових фігур, які видно в мікроскоп при невеликому збільшенні. Особливо слід зазначити, що домени справді спостерігаються і за відсутності зовнішнього магнітного поля. Порошкові фігури були використані в численних дослідженнях феромагнетиків і дали змогу визначити розміри, форму і роз-

міщення доменів, а також зміни доменів у зовнішньому магнітному полі.

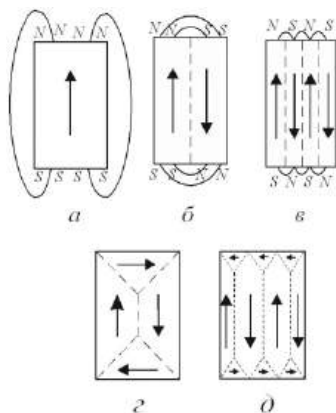


Рис.4.15. Пояснення виникнення доменів.

Розглянемо тепер докладніше, чому у феромагнетиках виникають численні домени. Для простоти вважатимемо, що феромагнетик дуже анізотропний і що його вісь легкого намагнічування перпендикулярна до поверхні зразка.

На рис.4.15(*а*) зображено феромагнетик, який складається з одного домена. У цьому випадку в зовнішньому просторі ви-

никає магнітне поле, яке містить у собі певну енергію. На рис.4.15(б) є два домени з протилежним напрямом намагнічування. Зовнішнє магнітне поле тут зменшується із збільшенням відстані швидше, ніж у випадку *a*, і енергія, яка є в полі, менша. У випадку рис.4.15(в) магнітне поле практично існує тільки в безпосередній близькості від поверхні магнетика і енергія поля ще швидше зменшується. На рис.4.15(г) зображено такий випадок, коли в зовнішньому просторі магнітного поля немає зовсім. Тут є «замикаючі» домени у формі тригранних призм, бічні поверхні яких скрізь утворюють кут 45° з вектором намагнічення. Внаслідок цього магнітний потік проходить виключно всередині феромагнетика, він замикається граничними доме-

нами, чим і зумовлена їх назва — «замикаючі домени». Стан *г* енергетично вигідніший, ніж попередні стани, і тому феромагнетик, який перебуває, наприклад, у стані *a*, прагнучим перейти в стан *г*. Нарешті, на рис.4.15(д) зображено цілу сукупність доменів разом з доменами, що їх замикають, у якій також немає зовнішнього потоку. Така форма доменів справді спостерігається на досліді. Отже, феромагнетик на домени розбивається тому, що при утворенні доменних структур енергія феромагнетика зменшується.

Вище ми розглядали феромагнетик за відсутності зовнішнього магнітного поля і враховували тільки його власну магнітну енергію. Якби були ще й інші джерела енергії, наприклад механічні напруги або зов-

нішне магнітне поле, то форма доменів визначалася б повною енергією системи. Тому за наявності механічних напруг і зовнішнього поля доменна структура змінюється. При виникненні спонтанного намагнічування (орієнтування електронних спінів) магнетик *деформується*. Якщо при температурі вищій, ніж температура Кюрі, вирізати з монокристала феромагнетика кулю, то при охолодженні нижче температури Кюрі куля перетвориться в еліпсоїд. Форма і розміри доменів змінюються і при перемагнічуванні. Тому феромагнетик в цілому не намагнічений і при намагнічуванні деформується.

Явище деформації при намагнічуванні відкрив у середині минулого століття Джоуль; воно називається *магніто-*

стрикцією. Деформації, які виникають при цьому, дуже малі: відносні видовження зразка $\Delta l/l$ в полях $\sim 10^5$ А/м звичайно мають порядок $10^{-5} \div 10^{-6}$. Магнітострикцію використовують, як і п'єзоелектричний ефект [1] для побудови потужних випромінювачів ультразвукових хвиль та інших цілей.

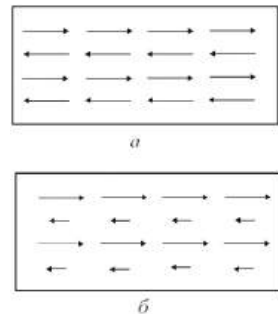


Рис.4.16. Характер намагнічування в антиферомагнетиках (а) і в феритах (б) (схематично).

Сили обмінної взаємодії спричиняють у феромагнетиках *паралельне* орієнтування електронних спінів. Однак обмінні сили залежать від структури тіла і тому характер орієнтування

спінів, який спричинюється ними, може бути різний. Відомо, що існують речовини, в яких також виникає значне орієнтування електронних спінів, але, на відміну від феромагнетиків, електронні спіни орієнтовані в них *попарно антипаралельно*. У найпростішому випадку електронні спіни утворюють ніби дві просторові підрешітки, вставлені одна в одну і намагнічені в протилежних напрямках (рис.4.16(a)).

Речовини, в яких намагнічення обох підрешіток однакове за величиною, називаються *антиферомагнетиками*. Їх існування теоретично завбачив Л. Д. Ландау в 1933р.

Антиферомагнетиками є деякі сполуки марганцю (MnO , MnS), хрому ($NiCr$, Cr_2O_3), ванадію (VO_2) тощо. Такі речовини

за низьких температурах мають дуже малу магнітну сприйнятливність. При підвищенні температури точна попарна антипаралельність електронних спінів порушується і магнітна сприйнятливність збільшується. При деякій температурі (*антиферомагнітна точка Кюрі*, або *точка Нееля*) області спонтанного орієнтування електронних спінів руйнуються і антиферомагнетик перетворюється в парамагнетик. При дальшому підвищенні температури магнітна сприйнятливність, як у всякого парамагнетика, зменшується, а отже, при антиферомагнітній температурі Кюрі магнітна сприйнятливність має максимум.

Якщо намагнічення обох підрешіток не однакове за величиною, то виникає некомпенсований антиферомагнетизм і ре-

човина може набути значного магнітного моменту. Такий характер намагнічування спостерігається у *феритах* (рис.4.16(б)).

Процеси намагнічування феромагнетика. Одним із основних завдань теорії феромагнетизму є пояснення технічної кривої намагнічування, тобто залежність намагнічення J від напруженості поля H , або індукції B всередині феромагнетика від H .

Розглянемо полікристалічний звичайний кусок заліза. Всередині нього є велика кількість маленьких кристаликів, кристалічні осі яких направлені в різні сторони. Ці кристалики – це не те ж саме, що домени.

Раніше ми вважали, що домени є частиною одного кристалу, а в куску заліза, як видно з рис.4.17, містяться багато різних

кристалів з різною орієнтацією намагнічення. В кожному із цих

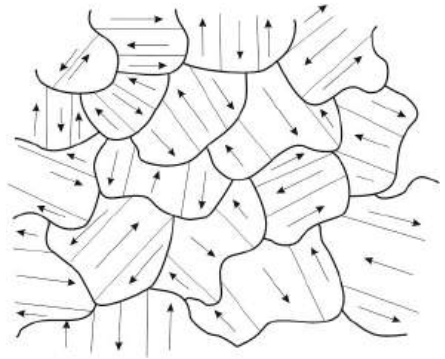


Рис.4.17. Мікроструктура не-намагніченого полікристалічного феромагнітного матеріалу. Кожний кристалик має напрямок легкого намагнічування і розбивається на домени, які звичайно спонтанно намагнічені в цьому напрямку [1].

кристалів, взагалі кажучи, міститься декілька доменів. Коли до куска полікристалічного матеріалу прикласти слабе магнітне поле, доменні бар'єри в кристаликах починають зміщуватись і домени, напрямком намагніченості яких співпадає з напрямком легкого намагнічування, ростуть все більше і більше. До тих пір поки поле залишаєть-

ся дуже малим, цей ріст оборотний; якщо поле виключити, намагніченість знову повернеться до нуля. Ця ділянка кривої намагнічування позначена на рис.18 буквою *a*.

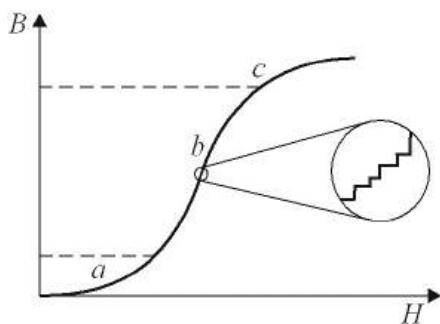


Рис.4.18.Крива намагнічування полікристалічного заліза [1].

Для більших полів в області, яка на рис.4.18 позначена буквою *b*, все стає більш складним. В кожному маленькому кристалику матеріалу є напруги і дислокації (порушення кристалічної ґратки), домішки і дефекти. І при всіх полях, за винятком дуже слабких, стінки доменів при

своєму русі наштовхуються на них.

Між доменною стінкою і дислокацією (або домішкою) виникає взаємодія. В результаті, коли стінка наштовхується на перешкоду, вона ніби приклеюється і тримається так, поки поле не досягне певної величини. Коли поле дещо зросте, стінка раптово зривається. Таким чином, рух доменної стінки є не плавним, як в ідеальному кристалі; вона рухається скачкоподібно, зупиняючись на мить. Якщо розглянути криву намагнічування в мікроскопічному масштабі, то побачили б щось подібне як на вставці рис.4.18. Найважливіше в тому, що ці скачки намагнічування викликають втрату енергії. Перш за все, коли стінка домена проскакує на кінець перешкоду, вона дуже швидко руха-

ється до наступної. Швидкий рух спричиняє за собою і швидку зміну магнітного поля, що в свою чергу створює в кристалі вихрові струми (див. наступний розділ). Останні витрачають енергію на нагрівання металу.

Інший ефект в тому, що, коли домен раптово змінюється, частина кристалів із-за магнітострикції змінює свої розміри. Кожний раптовий зсув доменної стінки створює невелику звукову хвилю, яка теж виносить енергію. Через ці ефекти ця частина кривої намагнічування є необоротною, має місце втрата енергії. Це і є причиною гістерезисного ефекту, або рух скачками вперед – одне, а рух назад – вже інше, і при русі в обидва кінці втрачається енергія.

Зрештою, при достатньо сильних полях, коли всі доменні

стінки зсунуті і намагніченість кожного кристаліка направлена по найближчій до поля осі легкого намагнічування, залишаються ще деякі кристаліки, у яких вісь легкого намагнічування далека від напрямку зовнішнього магнітного поля. Щоб повернути ці магнітні моменти необхідне ще додаткове поле. Таким чином, в сильних полях саме в області, яка позначена на рис.4.18 буквою *c*, намагніченість зростає повільно, але гладко.

Намагнічування не відразу досягає свого насичення, оскільки в цій останній частині кривої відбувається доорієнтація атомних магнітників в сильному полі. Тепер зрозуміло, чому крива намагнічення полікристалічного матеріалу має вигляд, показаний на рис.4.18.

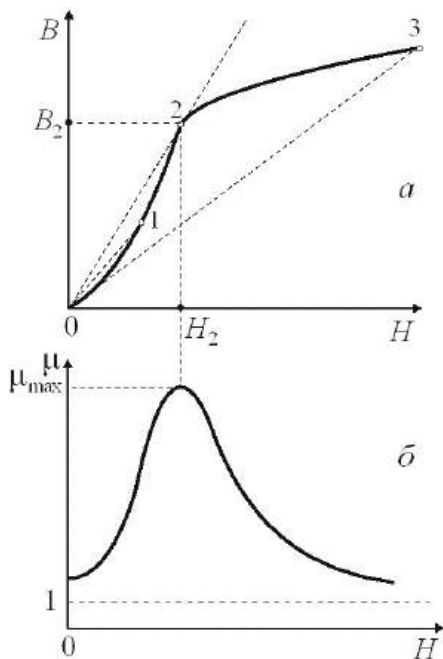


Рис.4.19: *a* - основна крива намагнічування; *б* - графік залежності μ від H .

Такий характер залежності $B(H)$ дає можливість пояснити залежність $\mu(H)$, який, приведений на рис.4.19. Для цього на рис.4.19,*a* зображено ще раз основна крива намагнічення. Проведемо з початку координат пряму лінію, яка проходить через довільну точку кривої $B(H)$. Тангенс кута нахилу цієї прямої

пропорційний відношенню B/H тобто магнітній проникності (див. формулу (4.15)) для відповідного значення напруженості поля. При збільшеності H від нуля кут нахилу (μ значить і μ) спочатку зростає. В точці 2 він досягає максимуму (пряма 0-2 є дотичною до кривої $B(H)$), а потім зменшується. На рис.4.19(*б*) приведений графік залежності μ від H . Із рисунка видно, що максимальне значення проникності досягається дещо раніше, ніж насичення. При необмеженому зростанні H проникність асимптотично наближається до одиниці. Із формул (4.9) і (4.15) легко отримати вираз для μ , а саме:

$$\mu = 1 + J/H. \quad (4.19)$$

Оскільки намагнічування J не може перевищувати $J_{\text{нас}}$ (рис.4.5), то при $H \rightarrow \infty, \mu \rightarrow 1$.

Експериментальні методи отримання основної кривої намагнічування $B(H)$ і петлі гістерезису феромагнетиків

1.Класичний метод

Опис установки та методика вимірювань

В установці використовується балістичний метод О. Г. Столетова для визначення магнітної індукції. В основі методу лежить формула, що кількість електрики, яка протікає по контуру, опір якого R , при зміні магнітного потоку через контур на величину $\Delta \Phi$,

$$Q = -\frac{\Delta \Phi}{R} = -S \frac{\Delta B}{R}.$$

Ідея методу полягає у вимірюванні кількості електрики Q , яка протікає витками дроту, опір яких R , що намотаний на досліджуваний зразок, з площею поперечного перерізу S , під час зміни в ньому магнітної індукції

на величину ΔB внаслідок намагнічування (розмагнічування).

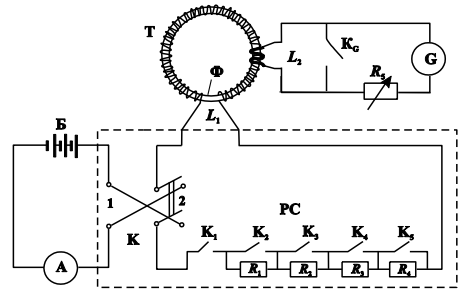


Рис.4.20. Електрична схема установки. (Б – джерело живлення (батарея акумуляторів); А – амперметр; РС – регулятор струму ($K_1 - K_5$ – ключі, $R_1 - R_4$ – опори); Т – тороїд (Φ – зразок феромагнетика (чисте залізо), який досліджується, L_1 і L_2 – обмотка намагнічування і вимірювальна обмотка, відповідно); K_G – ключ гальванометра; G – гальванометр, R_5 – змінний опір.) [7]

На рис.4.20 представлена електрична схема установки, що дозволяє одночасно визначати напруженість магнітного поля H і магнітну індукцію B у досліджуваному зразку феромагнетика, а на рис.4.22 прилади і приладдя.

Перед початком роботи досліджуваний зразок необхідно розмагнітити. Для цього обмот-

ку L_1 підключають до джерела регульованого змінного струму (рис.4.21 і 4.22), встановлюють силу струму 5А і зменшують її до нуля. Цю процедуру виконують декілька раз.

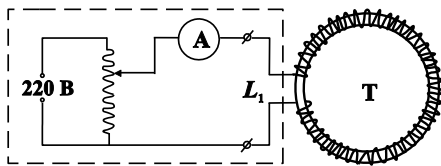


Рис.4.21. 1.Установка для розмагнічування феромагнетика змінним струмом.

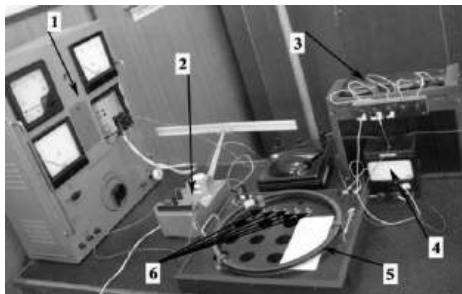


Рис.4.22. Фотографія робочого місця. 1.Установка для розмагнічування феромагнетика змінним струмом; 2.Гальванометр; 3.Батарея акумуляторів; 4.Амперметр; 5.Тороїд; 6.Ключі $K_1 \div K_5$.

Дослідження намагнічування феромагнетика здійснюється таким чином. Ставимо пе-

ремикач К (рис.4.20) у положення 1. Перемикачем K_1 замикаємо електричне коло, після чого виникає струм в обмотці L_1 , який досягає значення I_1 . Внаслідок цього виникає магнітне поле, напруженість якого обчислюємо за формулою:

$$H_1 = nI_1 \quad (4.20)$$

де $n = N_1/l$ – густина намотки котушки L_1 , N_1 – її загальна кількість, l – її довжина.

Під впливом цього магнітного поля зразок буде намагнічуватись, а індукція в ньому досягне значення B_1 . Для розрахунку B виведемо формулу. Зміна струму у намагнічуючій обмотці L_1 на $\Delta I = I_1 - 0$ призведе до зміни H на величину $\Delta H = H_1 - 0$, а відтак і індукції на величину $\Delta B = B_1 - 0$. При зміні індукції у досліджуваному зразку відбувається зміна магнітного потоку

через переріз осердя на величину

$$\Delta\Phi = S \cdot \Delta B, \quad (4.21)$$

де S – площа поперечного перерізу залізного осердя (феромагнетика). Через те, що діаметр тороїда значно більший його перерізу, можна вважати, що магнітне поле повністю зосередиться всередині осердя і зміна магнітного потоку призведе до виникнення в обмотці L_2 (рис.4.20) електрорушійної сили індукції \mathcal{E}_i , яка перемістить у колі цієї обмотки кількість електрики ΔQ . При проходженні цього заряду через гальванометр світловий покажчик відхилиться на певне число поділок Δm . ΔQ можна знайти за формулою

$$\Delta Q = C_Q \cdot \Delta m, \quad (4.22)$$

де C_Q – балістична стала гальванометра.

З другого боку ΔQ можна зв'язати з індукцією ΔB таким чином:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= I \cdot \Delta t = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \cdot \Delta t = \\ &= \frac{N_2 \Delta\Phi}{R \cdot \Delta t} \Delta t = \frac{N_2}{R} \Delta\Phi = \\ &= \frac{N_2}{R} S \cdot \Delta B, \quad (4.23) \end{aligned}$$

де R – опір кола гальванометра, N_2 – кількість витків котушки L_2 .

Із формули (4.22) та (4.23) отримаємо, що

$$\Delta B = \frac{C_Q R}{S N_2} \Delta m. \quad (4.24)$$

Тоді

$$\begin{aligned} B &= \sum_{i=1}^k \Delta B_i = \\ &= \frac{C_Q R}{S N_2} \sum_{i=1}^k \Delta m_i = A m, \quad (4.25) \end{aligned}$$

де $A = \frac{C_Q R}{S N_2}$ – стала величина, а дані, що входять у її вираз, можна знайти на робочому місці, Δm_i – відхилення покажчика гальванометра при зміні струму в обмотці L_1 за допомогою ключа

чів K_2-K_5 , $m = \sum_{i=1}^k \Delta m_i$ – алгебраїчна сума відхилень покажчика гальванометра.

Знак напруженості H намагнічуючого поля визначається напрямком сили струму I (додатнім можна вважати напрямок струму, який забезпечує положення ключа K при початковому включенні, а коли ми його перемикаємо – знак струму змінюється на від’ємний). Знак магнітної індукції B визначається по знаку відхилення покажчика гальванометра, причому, перше і решта відхилень у цьому напрямку треба вважати додатними, відхилення у протилежний бік – від’ємними.

Вимірювання, отримані спочатку при намагнічуванні в полі доведеному до найбільшої напруженості H_{max} , дають можливість побудувати основну

криву магнітної індукції, аналогічну кривій OA на рис.4.19,а. Щоб одержати петлю гістерезиса, треба (по черзі розмикаючи ключі K_5-K_1) зменшити H від H_{max} до нуля, перевести перемикач K у положення 2 і таким чином змінити напрямок струму (а значить і напрямок H) в обмотці намагнічування на зворотній, довести H до H_{max} (замикаючи ключі K_5-K_1), знову зменшити H до нуля і, нарешті, вдруге змінити напрям поля на початковий (перемикач K перевести в положення 1), збільшити H до H_{max} . Одночасно для кожного значення струму I в обмотці намагнічування L_1 зняти відповідні відхилення покажчика гальванометра Δm_i . П’ять ключів K_5-K_1 і перемикач K , які є в схемі (рис.4.20) дають можливість зробити 25 вимірювань I та Δm_i

за допомогою вимірювальних приладів, а потім за формулою (4.20) та (4.25) розрахувати 25 пар значень H та B . і занести в табл.4.3. Координати $(B;H)$ усіх точок треба нанести на графік і провести усереднену плавну лінію. Перетин ліній з віссю B дає значення залишкової намагніченості B_r , перетин з віссю H – значення коерцитивної сили H_c . Для побудови графіка залежності $\mu = \mu(H)$ треба взяти координати $(B;H)$ 5-ти точок із табл.4.3 які належать основній кривій намагнічування OA (рис.4.8). За цими даними і за формулою (4.15) розрахувати відповідно значення магнітної проникності. Із графіка $\mu(H)$ знайти найбільше значення μ_{\max} .

Порядок виконання

1. Розмагнітити осердя тороїда на установці (рис.4.21, 4.22).

2. Вивчити електричну схему (рис.4.20). *Увага! В початковому положенні всі ключі повинні бути розімкнені.*

3. Зняти залежність $\Delta t(I)$. *Увага! Якщо в процесі вимірювань допущена помилка або не спрацював регулятор струму РС і т.п., тоді дослід потрібно припинити, осердя знову розмагнітити і почати вимірювання заново.*

4. Перевірити правильність виконання експерименту: сума перших п'яти відхилень показника гальванометра повинна приблизно дорівнювати алгебраїчній сумі усіх 25 вимірювань.

5. Розрахувати значення H та B за формулами (4.20) та

(4.25) відповідно для всіх вимірювань.

6. Побудувати графік залежності $B(H)$. Визначити з графіка значення B_r та H_c .

7. Розрахувати 5 значень μ за формулою (4.15) (дані для цього взяти з основної кривої намагнічування).

8. Провести аналіз одержаних результатів і зробити висновки про характер залежності $B(H)$ і $\mu(H)$.

2. Метод дослідження петлі гістерезису у змінному магнітному полі і розрахунок кривої намагнічування феромагнетика

Опис експериментальної установки [8]

Для одержання петлі гістерезисна у змінному магнітному полі використано установку, принципова схема якої зображена на рис.4.23 [7], а світлина робочої установки на рис.4.25.

Досліджуваним феромагнетиком є осердя трансформатора T . Первинна обмотка трансформатора живиться від джерела змінного струму і має N_1 витків. Джерелом струму є УИП-2 (вихід "0-15 В"), але може бути використане і будь-яке інше джерело живлення. Первинна обмотка трансформатора служить для створення змінного магнітного поля H , що намагнічує осердя трансформатора [14].

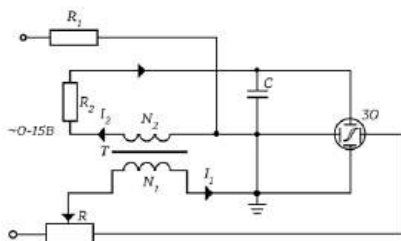


Рис.4.23.

Величина H пов'язана зі спадом напруги U_x на резисторі R_1 у колі первинної обмотки наступним співвідношенням:

$$H = \frac{N_1}{l_1} I_1 = \frac{U_x}{R_1} n_1 = \frac{n_1}{R_1} U_x = k_1 U_x, \quad (4.26)$$

де l_1 – довжина первинної обмотки; I_1 – сила намагнічуючого струму; n_1 – число витків намагнічуючої обмотки на одиницю довжини; $k_1 = \frac{n_1}{R_1}$ – коефіцієнт пропорційності.

Напруга з резистора R_1 подається на вхід горизонтального підсилювача електронного осцилографа. Таким чином, на вхід X осцилографа подається напруга, пропорційна напруженості магнітного поля H .

Магнітний потік, створений струмом у первинній обмотці, пронизує витки вторинної обмотки і індукує в ній е.р.с., величина якої за законом електромагнітної індукції дорівнює:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt},$$

де $\Psi = BN_2S$ – повний магнітний потік, що пронизує вторинну обмотку, S – її площа поперечного перерізу, N_2 – її кількість витків. Таким чином, отримаємо, що

$$|\mathcal{E}_i| = N_2 S \frac{dB}{dt},$$

або

$$\frac{dB}{dt} = \frac{|\mathcal{E}_i|}{N_2 S}. \quad (4.27)$$

Для визначення індукції магнітного поля B з виразу (4.27) його слід інтегрувати по часу, при цьому індукція B пропорційна е.р.с. \mathcal{E}_i у вторинній обмотці:

$$B = \frac{1}{N_2 S} \int |\mathcal{E}_i| dt. \quad (4.28)$$

Для виконання операції інтегрування сигналу в електричних колах використовують так званий інтегруючий ланцюжок, що складається з опору та конденсатора (RC -ланцюжок, яким у схемі на рис.4.23 є R_2C).

При протіканні змінного струму в електричному колі напруга на ділянці, що складається з послідовно з'єднаних котушки індуктивності, конденсатора та резистора визначається виразом:

$$U_2 = I_2 R_z = I_2 \sqrt{R_2^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \mathcal{E}_i, \quad (4.29)$$

де R_z – повний опір, I_2 і R_2 – струм і активний опір кола вторинної обмотки. Вважаючи, що опір вторинної обмотки трансформатора (внутрішній опір) є малим, можна прийняти напругу U_2 в колі вторинної обмотки такою, що дорівнює е.р.с. \mathcal{E}_i .

У формулі (4.29) враховано, що число витків вторинної обмотки N_2 невелике, тому можна знехтувати е.р.с. самоіндукції у цій обмотці. Активний опір R_2 і ємність C підбирають таки-

ми, щоб індуктивний ωL і ємнісний $\frac{1}{\omega C}$ опори були малими порівняно з активним опором R_2 . Тоді можна вважати, що $I_2 R_2 = \mathcal{E}_i$.

Тоді вираз (4.28) перепишеться так:

$$B = \frac{R_2}{N_2 S} \int |I_2| dt. \quad (4.30)$$

Так як $\int |I_2| dt = q$ – це величина заряду на обкладках конденсатора C ($q = C U_2$), то із (4.30) отримаємо співвідношення між $U_2 = U_y$ і B :

$$B = \frac{R_2 C}{N_2 S} U_y = k_2 U_y, \quad (4.31)$$

де коефіцієнт пропорційності

$$k_2 = \frac{R_2 C}{N_2 S}. \quad (4.32)$$

Таким чином, напруга на конденсаторі C , яка подається на вхід Y осцилографа, є пропорційною індукції магнітного поля B у феромагнітному осерді.

Якщо подавати на горизонтально відхиляючі пластини напругу U_x , а на вертикально відхиляючі – U_y , то відбувається додавання двох взаємно перпендикулярних коливань електронного променя відносно положення рівноваги – центра екрана осцилографа.

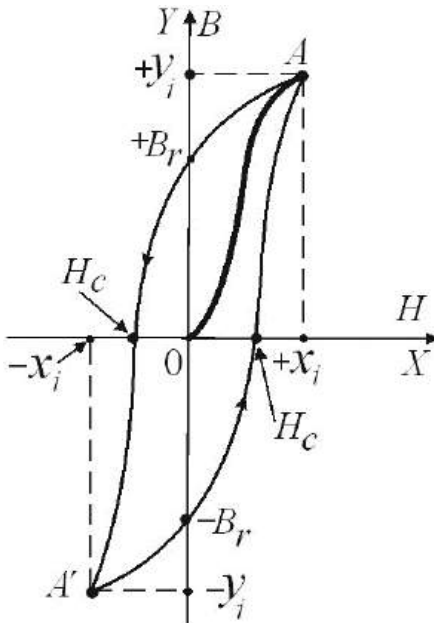


Рис.4.24.

У результаті за повний період коливань промінь створить на екрані осцилографа в деякому масштабі петлю гістерезису, як це й впливає із співвідношень (4.26) і (4.31). Отримана петля може бути основою для вивчення магнітних характеристик феромагнетика.

Змінюючи величину напруги, яка подається в коло первинної котушки можна отримати цілий набір петель гістерезису, точки A і A' (рис.4.24) яких будуть описувати симетричні відносно початку координат основні криві намагнічування. Будемо для кожної заданої напруги визначати координати точок $A(+x_i; +y_i)$ і $A'(-x_i; -y_i)$, як показано на рис.4.24. Для обчислення B і H напруги U_x та U_y можна подати через величини, що визначаються експериментально, – чутливість C_x горизонтального і

вертикального осцилографа. Змінюючи величину напруги, яка подається в коло первинної котушки можна отримати цілий набір петель гістерезису, точки A і A' (рис.4.24) яких будуть описувати симетричні відносно початку координат основні криві намагнічування. Будемо для кожної заданої напруги визначати координати точок $A(+x_i; +y_i)$ і $A'(-x_i; -y_i)$, як показано на рис.4.24. Для обчислення B і H напруги U_x та U_y можна подати через величини, що визначаються експериментально, – чутливість C_x горизонтального і

C_y вертикального каналів осцилографа:

$$U_x = xC_x \text{ і } U_y = yC_y, \quad (4.33)$$

де x і y – кількість поділок сітки екрана осцилографа, які визначають координати точок A і A' . З урахуванням співвідношення (4.33) співвідношення (4.26) і (4.31) матимуть такий робочий вигляд:

$$H = k_1 C_x \cdot x = \alpha \cdot x$$
$$(\alpha = k_1 C_x); \quad (4.34)$$

$$B = k_2 C_y \cdot y = \beta \cdot y$$
$$(\beta = k_2 C_y). \quad (4.35)$$

Лабораторна робота

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути осцилограф і блок живлення в мережу та дати їм прогрітися 5-7 хв.

2. Ручку потенціометра R встановити в крайню ліву позицію, що відповідає відсутності

струму у намагнічуючій обмотці трансформатора.

3. Ручками керування променем осцилографа встановити в центр екрана світлову пляму. Ручки «ПІДСИЛЕННЯ X » і «ПІДСИЛЕННЯ Y » повинні бути виведені в крайні ліві позиції (підсилення дорівнює нулю).

4. За допомогою потенціометра R встановити в намагнічуючій обмотці струм, потрібний для насичення феромагнетика. У цьому ж режимі, за допомогою ручки «ПІДСИЛЕННЯ», домогтися того, щоб петля гістерезису мала правильну форму й займала всю площу екрана. (Ці операції виконуються під керівництвом викладача або лаборанта).

5. Повернути ручку потенціометра R у крайню ліву позицію.



Рис.4.25. Лабораторна установка.

6. Потенціометром R поступово збільшувати амплітуду струму в колі намагнічування і при кожному значенні цього струму фіксувати координати x_i та y_i крайніх точок (A і A' на рис.4.24) для кожної кривої гістерезису. Вимірювання виконати для десяти значень струму, доводячи криву гістерезису до граничної. Силу намагнічуючого струму бажано збільшувати так, щоб напруженість зростала на однакову величину. Результати записати в табл.4.4.

7. Перерисувати граничну петлю гістерезису з екрана осцилографа на міліметровку. Відкласти на осях величину ціни поділки сітки екрана осцилографа.

Рекомендуємо, скористатися фотоапаратом мобільного телефону і весь набір петель гістерезису на екрані осцилографа сфотографувати. Ці фотографії в подальшому використати для обробки результатів експерименту.

На рис.4.26 приведені осцилограми петель гістерезису для різних струмів в котушці намагнічування.

8. Після закінчення роботи, не змінюючи позиції ручки "ПІДСИЛЕННЯ" осцилографа, під керівництвом викладача або лаборанта виконати калібрування

каналів X та Y для визначення чутливостей C_x та C_y .

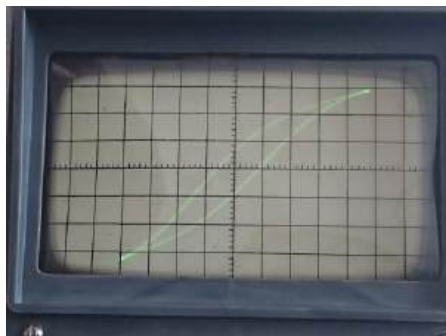
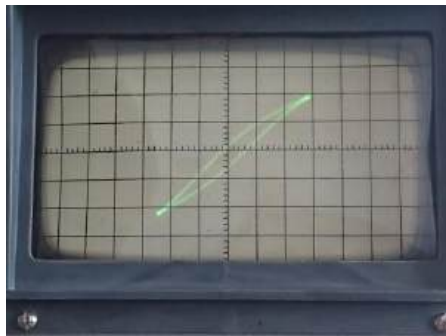


Рис.4.26.

Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного значення намагнічуючого струму обчислити середні значення координат

x_i та y_i :

$$\langle x_i \rangle = \frac{|+x_i| + |-x_i|}{2};$$

$$\langle y_i \rangle = \frac{|+y_i| + |-y_i|}{2};$$

2. За значеннями величин n_1, R_1, C_1, n_2, S , а також C_x і C_y обчислити коефіцієнти k_1, k_2, α, β .

3. За формулами (4.34), (4.35) обчислити H_i та B_i для всіх дослідів і результати занести до табл.4.4.

4. За формулою $B = \mu_0 H$ і одержаними значеннями, H_i і B_i розрахувати відносну магнітну проникність μ_i для всіх дослідів. Дані розрахунків записати у табл.4.4.

5. На одному графіку побудувати основну криву намаг-

нічування $B(H)$ і залежність магнітної проникності від напруженості поля $\mu(H)$. З графіка $\mu(H)$ визначити максимальне значення магнітної проникності μ_{\max} , використовуючи формулу (4.15). Координати точки 2 на рис.4.19,*a*, а саме H_2 і B_2 , відповідають тим значенням напруженості і індукції магнітного поля, при яких відносна магнітна проникність буде мати максимальне значення. За формулою

$$\mu_{\max} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_2}{H_2}$$

розрахувати це значення проникності.

6. З побудованої основної кривої намагнічування визначити графічним методом (див.рис.4.19,*a*) *порядок* величини початкової відносної магнітної проникності $\mu_{\text{почат}}$. Для цього необхідно визначити на-

хил прямої лінії 03 на рис.4.19,*a*, як $\Delta B/\Delta H$. І із врахуванням формули (4.15) за формулою:

$$\mu_{\text{почат}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

розрахувати початкову відносну магнітну сприйнятливість. Урахувати це значення $\mu_{\text{почат}}$ і побудувати графік залежності $\mu(H)$.

7. Скориставшись перекресленою на міліметрівці петлею гістерезису для режиму насичення (табл.4.4, десята колонка), а ще краще фотографією цієї петлі гістерезису, знайти середнє значення координат точок H_c та B_r у поділках сітки осцилографа:

$$\langle x_c \rangle = \frac{|+x_c| + |-x_c|}{2};$$

$$\langle y_c \rangle = \frac{|+y_c| + |-y_c|}{2};$$

$$\langle x_r \rangle = \frac{|+x_r| + |-x_r|}{2};$$

$$\langle y_r \rangle = \frac{|+y_r| + |-y_r|}{2};$$

Дані занести до табл.4.5.

8. За формулами (4.34) і (4.35) визначити коерцитивну силу H_c і залишкову індукцію речовини феромагнетика (осердя) B_r . Результати обчислень занести до табл.4.5 і 4.6.

9. Отримані експериментально або обчислені за формулами значення μ_{\max} , $\mu_{\text{почат}}$, H_c , B_r занести до табл.4.6 і порівняти з довідниковими даними [1], або (див.табл.4.2, стор.100).

Контрольні питання

1. Які ви знаєте джерела магнітного поля? Як проявляється наявність у просторі магнітного поля? Якими параметрами характеризують магнітне поле?

2. Які речовини називаються магнетиками?

3. За допомогою яких фізичних величин проводять класифікацію магнетиків?

4. Які існують види магнетиків? Які властивості діа- та парамагнетиків?

5. Які речовини є феромагнетиками?

6. Які існують характеристики магнітного поля в речовині?

7. Що таке процес намагнічування магнетика? Який фізичний зміст вектора намагнічування?

8. Що таке магнітне насичення?

9. Які способи розмагнічування ви знаєте?

10. Який існує зв'язок між вектором напруженості H і вектором індукції B магнітного поля в феромагнетиках?

11.Схематично зобразити залежність індукції магнітного поля від напруженості магнітного поля у феромагнетиках. Пояснити цю залежність.

12. Записати співвідношення між складовими векторів B і H на межі двох магнетиків.

13. Який фізичний зміст магнітної проникності феромагнетика? Як залежить магнітна проникність від напруженості магнітного поля і як пояснюється ця залежність?

14. У чому суть явища магнітного гістерезису?

15. Що таке коерцитивна сила?

16. Як одержати петлю гістерезису?

17. В чому полягає балістичний метод вимірювання магнітної індукції?

18. Розкажіть порядок виконання роботи та обробки результатів вимірювань

19. Яка природа феромагнетизму? Що таке домени? Як вони реагують на магнітне поле?

20. Що таке точка Кюрі для феромагнетика?

21. У чому полягає явище електромагнітної індукції? Як формулюється закон Фарадея для електромагнітної індукції?

22. Що таке чутливість осцилографа за напругою?

23. Який вигляд має принципова схема експериментальної установки для вивчення магнітного гістерезису і який принцип її роботи?

24. Чому значення магнітної проникності для різних феромагнетиків не приводяться в довідникових таблицях?

25. Дати визначення коерцитивної сили та залишкової намагніченості для феромагнетика.

26. Які феромагнетики мають назву магніто-м'яких та магніто-жорстких?

27. Де в техніці зв'язку застосовують феромагнетики?

Таблиця 4.3

№	Δt , мм	I , А	m , мм	H , А/м	B , Тл	μ , відн. ОДИН
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						
9.						
10.						
11.						
12.						
13.						
14.						
15.						
16.						
17.						
18.						
19.						
20.						
21.						
22.						
23.						
24.						
25.						

Таблиця 4.4

Координати точок А і А' експеримент пелень гістерезису	Дані вимірювання									У режимі насичення
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$ +x_i $										
$ -x_i $										
$\langle x_i \rangle$										
H_i										
$ +y_i $										
$ -y_i $										
$\langle y_i \rangle$										
B_i										
μ_i										

Таблиця 4.5

$ +x_c $	$ -x_c $	$\langle x_c \rangle$	$H_c, \text{А/м}$	$ +y_r $	$ -y_r $	$\langle y_r \rangle$	$B, \text{Тл}$

Таблиця 4.6

Фізичні величини	$H_c, \text{А/м}$	$B_r, \text{Тл}$	μ_{max}	$\mu_{\text{почат.}}$
Дані експериментальні				
Дані довідникові				

5. Дослідження електричних згасаючих і вимушених коливань

Мета роботи

1. Дослідження згасаючих коливань. Визначення характеристик коливального контуру (логарифмічний декремент, добротність) та їх залежність від параметрів контуру.

2. Визначити активний опір котушки та її індуктивність, оцінити їх невизначеності. Визначити власну частоту контуру і коефіцієнт згасання.

3. Переконатись у справедливості наближених формул для розрахунку логарифмічного декременту згасання і добротності коливальної системи для двох значень ємності в даній роботі.

4. Отримати вимушені коливання у коливальному контурі. Дослідити залежність напруги на конденсаторі та струму у коливальному контурі від частоти.

5. Дослідити залежність частоти, при якій напруга на конденсаторі досягає максимальних значень, від активного опору.

6. Визначити добротність коливального контуру за резо-

нансними кривими для випадку слабого згасання.

7. Дослідити залежність характеристик коливань від параметрів коливального контуру.

8. Зробити висновки по роботі.

Теорія

1. Згасаючі коливання

Електричні коливання відіграють дуже важливу роль у техніці, зокрема у техніці зв'язку.

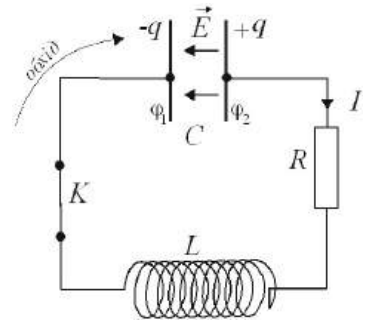


Рис.5.1.

Електричні коливання виникають у коливальному контурі, який складається з конденсатора C , котушки L і активного опору R (рис.5.1). Якщо зарядити конденсатор C і замкнути

ключ K , то конденсатор почне розряджатися. У колі потече струм, який плавно буде зростати через появу е.р.с. самоіндукції. При цьому енергія поля конденсатора переходить в енергію магнітного поля котушки.

Зростання струму до деякого максимального значення відбувається за $1/4$ періоду коливання. За наступну $1/4$ частину періоду відбувається поступове (через виникнення струмів самоіндукції) спадання струму, яке закінчується перезарядкою конденсатора. Протягом другої половини періоду процес відбувається у зворотному напрямку. Таким чином, у колі відбувається періодичне перетворення енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля струму котушки. Повна енергія ідеалізованого контуру ($R =$

0) дорівнює сумі електричної і магнітної енергії і вона зберігається з часом.

Однак у реальному контурі енергія зменшується у зв'язку з тим, що існує активний опір R , у якому виділяється тепло, і амплітуда коливань буде зменшуватись. Тобто, електромагнітні коливання у реальному коливальному контурі завжди є згасаючими.

Будемо вважати, що електричні процеси в контурі **квазі-стаціонарні**. Це означає, що миттєве значення величини струму $I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ — одне й те саме в будь-якому місці контуру і що до миттєвих значень електричних величин можна застосовувати правила Кірхгофа. Нехай заряд конденсатора q_0 , а струм в колі $I = \dot{q}$. Тоді, згідно другого

правила Кірхгофа, можна записати, що

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_s, \quad (5.1)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = -(\varphi_2 - \varphi_1) =$

$$= -U_c = -\frac{q}{C} \text{ — напруга на}$$

конденсаторі,

$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d\dot{q}}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2} =$
 $= -L\ddot{q}$ — е.р.с. самоіндукції, яка виникає в котушці, індуктивність якої L .

Диференційне рівняння згасаючих коливань отримаємо із (5.1), розділивши його на L :

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

Ввівши позначення

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad (5.2)$$

який носить назву *коефіцієнта згасання*, отримаємо рівняння

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2q = 0, \quad (5.3)$$

де $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ частота власних коливань контуру.

Ми отримали лінійне диференційне рівняння другого порядку із звичайними похідними і з сталими коефіцієнтами. Таке саме рівняння можна отримати для напруги U і для величини струму I . Зауважимо, що коливання, які описуються лінійними диференційними рівняннями, називаються лінійними коливаннями, а відповідні коливальні системи — лінійними системами.

$$\text{Розв'язок рівняння (5.3)}$$

будемо шукати у вигляді

$$q = u(t)e^{-\beta t} \quad (5.4)$$

Підставимо (5.4) в (5.3), врахувавши, що

$$\dot{q} = (\dot{u} - \beta u) e^{-\beta t} \quad \text{і}$$

$$\ddot{q} = (\ddot{u} - 2\beta\dot{u} + \beta^2u) e^{-\beta t}.$$

Тоді отримаємо для змінної $u(t)$ рівняння:

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \beta^2)u = 0. \quad (5.5)$$

Розв'язок цього рівняння має різний вигляд залежно від співвідношення між коефіцієнтами.

1). Допустимо спочатку, що

$$\omega_0^2 > \beta^2, \quad (5.6)$$

і тоді позначимо

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (5.7)$$

При такій умові рівняння (5.5) переписеться так:

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0.$$

Це диференціальне рівняння гармонічних коливань, розв'язок якого має вигляд

$$u = q_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

де q_0 і φ – сталі, які визначаються з початкових умов. Отже, розв'язком рівняння (5.3) буде

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (5.8)$$

де $q_0 e^{-\beta t}$ – «амплітуда» згасаючих коливань, q_0 – початкова амплітуда (максимальний заряд конденсатора).

Відповідно напруга на конденсаторі, буде:

$$U = \frac{q}{C} = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (5.9)$$

Амплітуда згасаючих коливань зменшується з плином часу, і тим швидше, чим більший коефіцієнт β .

Величина, що визначається формулою (5.7) називається *власною циклічною частотою згасаючих коливань*. Графік залежності заряду q і напруги U на конденсаторі від часу наведений на рис.5.2 і 5.3.

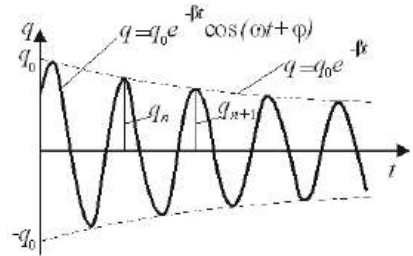


Рис.5.2.

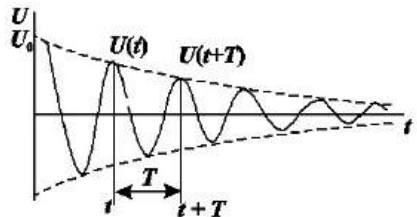


Рис.5.3.

Щоб знайти силу струму в контурі, продиференціюємо (5.8) по часу:

$$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q} = q_0 e^{-\beta t} \cdot (-\beta \cos(\omega t + \varphi) - \omega \sin(\omega t + \varphi)). \quad (5.10)$$

Помножимо і розділимо цей вираз на $\sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \sqrt{\omega_0^2} = \omega_0$.

Тоді

$$I = \omega_0 q_0 e^{-\beta t} \left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \cos(\omega t + \varphi) - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \sin(\omega t + \varphi) \right).$$

Якщо ввести кут ψ , який визначається умовами:

$$\cos \psi = -\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = -\frac{\beta}{\omega_0},$$

$$\sin \psi = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{\omega}{\omega_0},$$

то можна написати, що

$$I = \omega_0 q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi + \psi). \quad (5.11)$$

Так як $\cos \psi < 0$, а $\sin \psi > 0$, то значення ψ знаходиться в межах від $\frac{\pi}{2}$ до π ($\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$). Таким чином, при наявності в контурі

активного опору сила струму випереджає по фазі напругу (заряд) на конденсаторі більше, ніж на $\frac{\pi}{2}$ (при $R = 0$ випередження складає $\frac{\pi}{2}$).

Дослідимо докладніше розв'язок (5.8) і знайдемо наперед ті моменти часу, в які заряд q досягає максимумів і мінімумів. Для цього за правилом знаходження екстремумів прирівняємо (5.10) до нуля. Це дає:

$$\operatorname{tg}(\omega t + \varphi) = -\frac{\beta}{\omega}.$$

Нехай $t = t_1$ є який-небудь розв'язок цього рівняння. Тоді його розв'язками також будуть:

$$t_1 \pm nT, \text{ де } n = 1; 2; \dots;$$

$$t_1 \pm \frac{3}{2}T, t_1 \pm \frac{T}{2}, \dots$$

де

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (5.12)$$

При цьому легко впевнитись, що коли при $t = t_1$ маємо максимум q , то всі значення t , що стоять у першому рядку, відповідають також максимуму ($\frac{d^2q}{dt^2} < 0$), а всі значення другого рядка – мінімуму q . Отже, хоч згасаючі коливання не є періодичним процесом у строгому розумінні цього слова, однак цей процес має певну **повторюваність** у тому розумінні, що максимальні і мінімальні значення заряду (а також струму і напруги) досягаються через однакові проміжки часу T . Цей проміжок часу T (формула (5.12)) ми і називаємо **періодом** згасаючих коливань.

Нехай q_n і q_{n+1} – максимальні значення заряду конденсатора (рис.5.2) в двох послідовних максимумах з номерами n і $(n+1)$ в моменти часу t_n і t_{n+1} ,

причому $t_{n+1} = t_n + T$. Згідно з (5.8) і (5.12), отримаємо:

$$q_n = q_0 e^{-\beta t_n} \cos(\omega t_n + \varphi),$$

$$q_{n+1} = q_0 e^{-\beta(t_n+T)} \cos\left[\omega\left(t_n + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \varphi\right] =$$

$$= q_0 e^{-\beta(t_n+T)} \cos(\omega t_n + \varphi).$$

Поділивши почленно обидві ці рівності, знаходимо:

$$D = \frac{q_n}{q_{n+1}} = e^{\beta T}. \quad (5.13)$$

Ми бачимо, що відношення двох послідовних максимальних значень заряду не залежить від номера максимумів, або, інакше кажучи, ці максимальні значення зменшуються в геометричній прогресії. Відношення (5.13) називається **декрементом згасання**, а його натуральний логарифм

$$\lambda = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} = \ln D = \beta T \quad (5.14)$$

логарифмічним декрементом згасання.

Логарифмічний декремент згасання λ можна визначи-

ти й інакше. Позначимо через τ час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в $e = 2,71828 \dots$ раз. Тоді згідно (5.8)

$$\frac{q_0 e^{-\beta(t+\tau)}}{q_0 e^{-\beta t}} = e^{-\beta\tau} = \frac{1}{e},$$

а отже,

$$\beta\tau = 1.$$

Поділивши почленно (5.14) на останнє співвідношення, отримаємо:

$$\frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} = \lambda. \quad (5.15)$$

Тут $N_e = \frac{\tau}{T}$ – число повних коливань за час τ , який називається **часом релаксації (час згасання)**. Отже, логарифмічний декремент є величина обернена до числа коливань, що здійснює система за час τ .

Для характеристики згасання коливальних контурів часом користуються, особливо в радіотехніці, ще іншою величи-

ною, яка називається **добротністю контура** і позначають буквою Q . З логарифмічним декрементом вона зв'язана співвідношенням:

$$Q = \pi/\lambda. \quad (5.16)$$

Через те, що $\lambda = 1/N_e$, то

$$Q = \pi N_e. \quad (5.17)$$

Добротність контуру є помножене на π число повних коливань, за час релаксації. Отже, добротність контура тим вища, чим менше згасання коливань у ньому.

Формула (5.7) показує, що частота згасаючих електричних коливань ω залежить від коефіцієнта згасання β і не дорівнює власній частоті коливань ω_0 того самого контура при опорі $R = 0$ ($\beta = 0$). Із збільшенням опору контура частота ω зменшується, а період коливань T збільшується.

Покажемо, що при слабкому згасанні (коли $\beta^2 \ll \omega_0^2$) добротність коливальної системи з точністю до множника 2π дорівнює відношенню енергії, яка запасена в системі в даний момент, до зменшення цієї енергії за один період коливань. Згідно (5.8), амплітуда заряду конденсатора зменшується за законом $e^{-\beta t}$. Енергія, яка запасється в конденсаторі, пропорційна квадрату амплітуди заряду; значить енергія конденсатора W зменшується за законом $e^{-2\beta t}$. Відносне зменшення енергії за період коливань дорівнює:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta W}{W} &= \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \\ &= \frac{1 - e^{-2\beta T}}{1} = 1 - e^{-2\lambda}. \end{aligned}$$

При слабкому згасанні (тобто при умові, що $\lambda \ll 1$) можна за фор-

мулами приблизного підрахунку вважати, що $e^{-2\lambda} \approx 1 - 2\lambda$. Тоді

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - (1 - 2\lambda) = 2\lambda.$$

Скориставшись формулою (5.16) отримаємо, що

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (5.18)$$

Для слабого згасання для добротності можна отримати ще і таку формулу:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} \cong \frac{\pi \omega_0}{2\pi\beta} = \\ &= \frac{2L}{2\sqrt{LC}R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (5.19) \end{aligned}$$

2). Розглянемо випадок, коли $\omega_0^2 = \beta^2$. Це буде мати місце, коли опір коливального контуру

$$R = 2\sqrt{L/C} = R_{\text{кр}}, \quad (5.20)$$

де $R_{\text{кр}}$ називається критичним опором. Тоді (5.5) прийме вигляд: $\ddot{u} = 0$. Розв'язком цього рівняння є: $u = a + bt$. Це означає, що розв'язок (5.4) буде мати вид:

$$q = (a + bt)e^{-\beta t}, \quad (5.21)$$

де a і b визначаються із початкових умов, наприклад: $t = 0, q = 0, I = I_0$. Тоді $a = 0, a b = I_0$ і

$$q = I_0 t \cdot e^{-\beta t}.$$

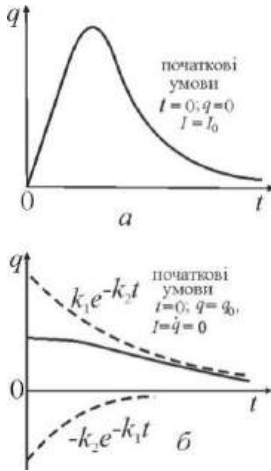


Рис.5.4. Аперіодичний процес при $\omega_0^2 = \beta^2$ (а) та аперіодичний розряд конденсатора при $\omega_0^2 < \beta^2$ (б).

Цей розв'язок описує так званий аперіодичний процес, графік якого показаний на рис.5.4,а.

Коливальна система, що виведена із положення рівноваги, повертається (експоненційно) в рівноважний стан. Такий

процес використовується в балістичних гальванометрах, приладах для вимірювання кількості заряду, який протік через поперечний переріз провідника в електричному колі.

3). Припустимо тепер, що опір контура великий наскільки, що

$$\omega_0^2 < \beta^2.$$

У цьому випадку частота ω , яка виражається формулою (5.7), буде уявною. Це означає, що розв'язок (5.8) вже не існує, а отже, електричних коливань у контурі не буде. В цьому випадку розв'язок основного рівняння (5.3) має вигляд:

$$q = A_1 e^{-k_1 t} + A_2 e^{-k_2 t}, \quad (5.22)$$

де

$$k_1 = \beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2},$$

$$k_2 = \beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2},$$

а A_1 і A_2 – довільні сталі. Підставляючи (5.22) у (5.3), можна впевнитись, що рівняння при цьому задовільняється тотожно, а отже, (5.22) є справді шуканим розв'язком. Через те, що $\omega_0^2 < \beta^2$, то k_1 і k_2 обидва дійсні і додатні.

Значення сталих A_1 і A_2 визначаються з початкових умов задачі. Якщо такими є умови:

$t = 0: q = q_0, I = \dot{q} = 0$, то

$$q|_{t=0} = A_1 + A_2 = q_0,$$

$$\dot{q}|_{t=0} = -A_1 k_1 - A_2 k_2 = 0.$$

Це дає, що

$$A_1 = -q_0 \frac{k_2}{k_1 - k_2},$$

$$A_2 = q_0 \frac{k_1}{k_1 - k_2}.$$

Після чого розв'язок (5.22) набуває вигляду:

$$q = \frac{q_0}{k_1 - k_2} (k_1 e^{-k_2 t} - k_2 e^{-k_1 t}).$$

На рис.5.4,б зображено графічно обидва доданки цієї

формули (пунктир) і їх сума (суцільна крива), яка відображає так званий аперіодичний розряд конденсатора.

Якщо опір контура дуже великий, так що $\beta^2 \gg \omega_0^2$, то $k_1 \gg k_2$, і в останньому виразі можна знехтувати другим доданком порівняно з першим, а в знаменнику – k_2 порівняно з k_1 . Тоді

$$q = q_0 e^{-k_2 t}.$$

Цей випадок відповідає розряду конденсатора.

З вище зазначеного видно, що для можливості електричних коливань необхідно, щоб виконувалась умова $\omega_0^2 > \beta^2$. Підставляючи замість β і його значення (5.2) і $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ знаходимо умову можливості коливань у вигляді:

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2},$$

або

$$R < 2\sqrt{L/C} = R_{кр}. \quad (5.23)$$

Формула (5.23) визначає критичний опір, при якому коливальний процес переходить в аперіодичний.

2. Вимушені електричні коливання. Резонанс

У техніці дуже часто потрібні незгасаючі коливання. Так, наприклад, вони використовуються у коливальних контурах генераторів, радіопередавачів. Оскільки будь-які коливання згасають з часом, то незгасаючими коливаннями можуть бути тільки вимушені коливання, що відбуваються під дією додаткової періодичної зовнішньої сили, яка поповнює втрату енергії у коливальному контурі.

Щоб викликати вимушені коливання, необхідно, щоб на коливальну систему впливала

зовнішня періодично змінна дія. У випадку електричних коливань це можна здійснити, якщо в електричне коло (рис.5.1) включити послідовно з елементами

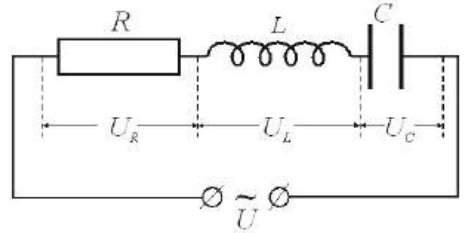


Рис.5.5.

контур змінну е.р.с. або, розірвавши контур, подати на контакти, які утворились, періодичну напругу (рис.5.5):

$$U = U_m \cos \omega t, \quad (5.24)$$

де U_m – амплітуда, а ω – частота вимушуючої сили. Цю напругу необхідно додати до е.р.с. самоіндукції в рівнянні (5.1). В результаті формула (5.1) приймає вид:

$$IR = -\frac{q}{c} - L \frac{di}{dt} + U_m \cos \omega t. \quad (5.25)$$

Після перетворення отримаємо рівняння:

$$\ddot{q} + 2p\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t, \quad (5.26)$$

де $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ і $\beta = \frac{R}{2L}$. Рівняння (5.26) називається диференціальним неоднорідним другого порядку рівнянням вимушених коливань. Загальним розв'язком рівняння (5.26) є сума загального розв'язку лінійного однорідного рівняння (5.3), тобто розв'язок (5.8), і частинного розв'язку рівняння (5.26). Розв'язок (5.8) відіграє помітну роль лише на початковій стадії виникнення вимушених коливань. З часом внаслідок експоненційного множника $e^{-\beta t}$ роль доданка (5.8) зменшується, амплітуда вимушених коливань зростає, доки не досягне певного значення.

Серед частинних розв'язків рівняння (5.26) є такий, який змінюється з часом синусоїдально з частотою ω зовнішньої вимушуючої сили (5.24). Будемо шукати його в комплексній формі. Це можна робити, так як всі математичні операції, з якими прийдеться мати справу, є лінійні і дійсні. Замінімо праву частину рівняння (5.26) на комплексну величину $U_m e^{i\omega t}$, тобто напишемо, що

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m e^{i\omega t}}{L}. \quad (5.27)$$

Будемо шукати частинний розв'язок рівняння (5.27) у комплексному вигляді. Знайшовши його, відкинемо його уявну частину і отримаємо розв'язок рівняння (5.26). Частинний розв'язок рівняння (5.27) шукаємо у вигляді

$$q = q_1(\omega) e^{i\omega t}. \quad (5.28)$$

Його похідні будуть:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = i\omega q_1 e^{i\omega t} = i\omega q,$$

$$\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2} = i^2 \omega^2 q_1 e^{i\omega t} = -\omega^2 q.$$

Підставимо (5.28) в (5.27) і отримаємо

$$q_1 = \frac{U_m/L}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\beta\omega}. \quad (5.29)$$

Тоді частинний розв'язок (5.28) запишеться так:

$$q = \frac{U_m/L}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\beta\omega} e^{i\omega t}. \quad (5.30)$$

Розв'язок (5.30) тільки символічно представляє вимушене коливання. В ньому повинна бути залишена тільки **дійсна частина**. Для знаходження останньої введемо позначення

$$\omega_0^2 - \omega^2 + i2\beta\omega = \rho e^{i\psi}, \quad (5.31)$$

де ρ і ψ — величини дійсні і визначаються згідно теорії комплексних чисел за формулами:

$$\rho = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}, \quad (5.32)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{R}{\omega C - \omega L}. \quad (5.33)$$

Таким чином, розв'язок (5.30) може бути записаний, як

$$q = q_m e^{i(\omega t - \psi)}, \quad (5.34)$$

де

$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (5.35)$$

є амплітуда вимушених коливань. Виділивши у (5.34) дійсну частину, отримаємо частинний розв'язок рівняння (5.26) у вигляді

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (5.36)$$

який для часу $t \gg \tau = 1/\beta$ стане загальним розв'язком рівняння (5.26), оскільки вільні коливання, що описуються рівнянням (5.8), практично зовсім згаснуть.

Таким чином, вимушені коливання будуть гармонійними з частотою ω вимушуючої сили (5.24). Амплітуда q_m цих коливань залежить від ω і визначається формулою (5.35). Коливання (5.36) відстають по фазі

від прикладеної напруги (5.24) на величину ψ , яка визначається формулою (5.33) і теж залежить від ω .

Дослідимо отриманий результат. Продиференціюємо розв'язок (5.36) по t і знайдемо силу струму в контурі для коливань, які встановились:

$$I = \dot{q} = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos(\omega t - \psi + \pi/2),$$

де $I_m = \omega q_m$. Запишемо цей вираз у вигляді

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (5.37)$$

де $\varphi = \psi - \pi/2$, є зсув по фазі між струмом і прикладеною напругою (5.24). У відповідності з (5.33)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \operatorname{tg} \left(\psi - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} = \\ &= \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Із цієї формули витікає, що струм відстає за фазою від напруги (5.24) ($\varphi > 0$) в тому ви-

падку, коли $\omega L > 1/(\omega C)$, і випереджає напругу (2.1) ($\varphi < 0$) при умові, що $\omega L < 1/(\omega C)$. Згідно (5.35)

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (5.39)$$

Порівнюючи (5.39) із законом Ома $I = \frac{U}{R}$, бачимо, що знаменник у (5.39)

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

визначає опір всього кола. R —називається активним опором, ωL і $1/(\omega C)$ —реактивними опорами (розглядаються в подальшому).

Представимо співвідношення (5.25) у вигляді

$$IR + \frac{q}{C} + L \frac{dl}{dt} = U_m \cos \omega t. \quad (5.40)$$

Добуток IR дорівнює напрузі U_R на активному опорі, q/C є напруга на конденсаторі U_C , вираз $L(dl/dt)$ визначає напругу на

індуктивності U_L з урахуванням цього можна записати

$$U_R + U_C + U_L = U_m \cos \omega t. \quad (5.41)$$

Таким чином, сума напруг (це векторна сума коливань) на окремих елементах контуру дорівнює в кожний момент часу напрузі, яка прикладена зовні (рис. 5.24).

Згідно (5.37)

$$U_R = RI_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (5.42)$$

Розділивши вираз (5.36) на ємність, отримаємо напругу на конденсаторі:

$$U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{cm} \cos(\omega t - \varphi - \pi/2). \quad (5.43)$$

Тут $U_{cm} = q_m/C = I_m/(\omega C)$, де враховано, що $I_m = \omega q_m$.

Помноживши похідну по часу від функції (5.37) на L , отримаємо напругу на індуктивності

$$U_L = L(dI/dt) = -\omega LI_m \sin(\omega t - \varphi) = U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \pi/2). \quad (5.44)$$

Тут

$$U_{Lm} = \omega LI_m. \quad (5.45)$$

Співставлення формул (5.37), (5.42), (5.43), (5.44) показує, що напруга на ємності відстає по фазі від сили струму на $\pi/2$, а напруга на індуктивності випереджає струм на $\pi/2$. Напруга на активному опорі змінюється у фазі зі струмом. Згідно з геометричним представленням гармонічних коливань фазові співвідношення можна наглядно представити за допомогою векторної діаграми. Візьмемо пряму, від якої відраховується початкова фаза, за вісь струмів. Тоді вийде діаграма, яку наведено на рис.5.6.

Згідно (5.40), три функції U_R , U_C і U_L в сумі повинні дорівнювати прикладеній напрузі U .

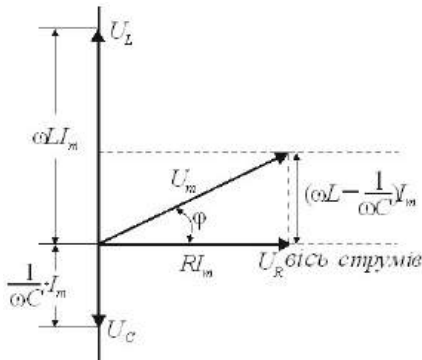


Рис.5.6.

У відповідності з цим, напруга U зображується на діаграмі вектором, який дорівнює сумі векторів U_R , U_C і U_L . Зауважимо, що із прямокутного трикутника, який утворений на діаграмі векторами U_m , U_R і різницею $U_L - U_C$, легко отримати формулу (5.39).

Резонанс (французьке resonance, від латинського resono – звучу у відповідь, відзиваюсь) відносно великий селективний (вибірковий) відклик коливальної системи на періодичну дію з частотою, близькою до частоти її власних коливань.

При резонансі відбувається різке зростання амплітуди вимушених коливань. Резонанс як механічне і акустичне явище вперше описав італійський учений Г.Галілей, а в електромагнітних системах – на прикладі коливального контуру – англійський учений Дж.Максвелл (1868р.).

Розрізняють резонанс напруг в послідовному контурі (рис.5.5), при якому $U_L = U_C$ і струм досягає максимального значення, та резонанс струму в паралельному контурі, в якому конденсатор і котушка індуктивності з'єднані паралельно.

В подальшому розглянемо послідовний контур на рис.5.5. Резонансну частоту для заряду q і напруги на конденсаторі U_C знайдемо з умови мінімуму підкореневого виразу у формулі (5.35). Тобто похідна по

ω від цього виразу повинна дорівнювати нулю:

$$\frac{d}{d\omega} ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2) = 0.$$

Звідки знаходимо, що

$$\begin{aligned} \omega_{q_{рез}} = \omega_{U_{рез}} &= \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Резонансні криві для U_C зображені на рис.5.7 (резонансні криві для q мають такий же вид).

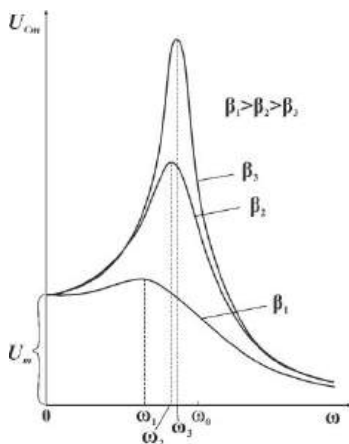


Рис.5.7.

При $\omega \rightarrow 0$ резонансні криві сходяться в одній точці з ординатою $U_{Cm} = U_m$. Це означає,

що конденсатор підключений до джерела постійної напруги U_m .

Максимум при резонансі тим вищий і гостріший, чим менший коефіцієнт згасання $\beta = R/(2L)$, тобто чим менший активний опір і більша індуктивність контуру.

Резонансні криві для сили струму зображено на рис.5.8, для різних коефіцієнтів згасання. Із формули (5.39) видно, що амплітуда сили струму має максимальне значення

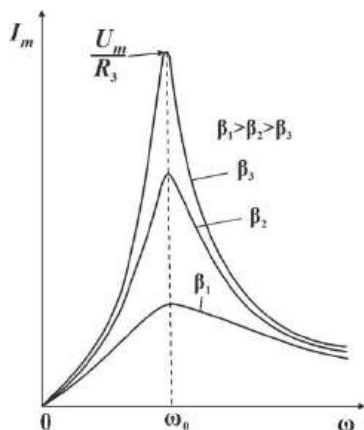


Рис.5.8.

при $\omega L - 1/(\omega C) = 0$. Отже, резонансна частота для сили струму співпадає із власною частотою контуру ω_0 :

$$\omega_{I_{\text{рез}}} = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (5.47)$$

При $\omega \rightarrow 0$, $I_m = 0$, так як при постійній напрузі постійний струм в колі з конденсатором протікати не може. Згідно (5.39) при $\omega \rightarrow \omega_0$ $I_{m \text{ рез}} = U_m/R$.

Резонансне значення напруги на конденсаторі знайдемо з формули (5.35), поділивши її на ємність C і підставивши замість частоти ω її резонансне значення з формули (5.46). Тоді отримаємо, що

$$U_{cm \text{ рез}} = \frac{U_m \omega_0^2}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (5.48)$$

Особливий інтерес представляє випадок слабого згасання (коли $\beta^2 \ll \omega_0^2$). Тоді

$$\frac{U_{cm \text{ рез}}}{U_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} =$$

$$= \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q. \quad (5.49)$$

При цьому враховано, що для випадку слабого згасання добротність визначається формулою (5.19).

Таким чином, добротність контуру (для слабого згасання) показує, в скільки разів напруга на конденсаторі може перевищувати прикладену напругу.[10].

Добротність контуру означає також гостроту резонансних кривих. На рис.5.9 показана одна із нормуючих резонансних кривих для сили струму в контурі. По вертикальній осі відкладено не значення I_m (формула (5.39)), що відповідає даній частоті, а відношення $I_m/I_{m \text{ рез}}$.

Взагалі кажучи, чим більша добротність контуру Q , тим вузьчий

і вищий максимум на кривій залежності амплітуди струму від частоти вимушуючої сили.

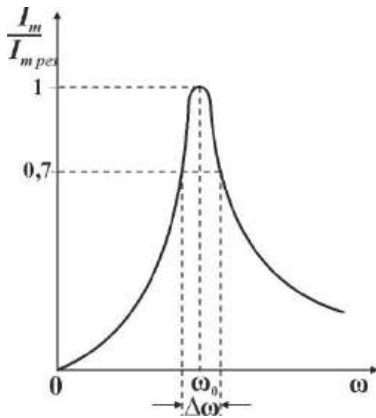


Рис.5.9.

Щоб з'ясувати це питання з більшою точністю, розглянемо частоти, які близькі до ω_0 , наприклад, $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega/2$. Потім вирахуємо величину $\omega L - 1/(\omega C)$, яка входить в знаменник рівняння (5.39), з точністю до першої степені відношення $\Delta\omega/(2\omega_0)$. Тоді отримаємо:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C \left(1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right)} =$$

$$= \omega_0 L \left(1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0} - \frac{1}{1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}}\right) = \pm \omega_0 L \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}.$$

При цьому враховано, що

$$\omega_0 L = \frac{1}{(\omega_0 C)} \text{ і}$$

$$\frac{1}{1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}} = \left(1 \pm \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right)^{-1} \approx$$

$$\approx 1 \mp \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}.$$

Розглянемо ширину $\Delta\omega$

кривої $\frac{I_m}{I_{m \text{ рез}}}(\omega)$ на рис.5.9, яку взято на висоті 0,7 (відношення амплітуд струмів, яке дорівнює 0,7, відповідає відношенню потужностей, яке дорівнює $0,7^2 \approx 0,5$, оскільки потужність пропорційна I^2). Тоді

$$\left(\frac{I_m}{I_{m \text{ рез}}}\right)^2 = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega_0 L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_0 L \Delta\omega}{R \omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{2}.$$

Звідки отримаємо, що $Q \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1$,
отже

$$Q = \omega_0 / \Delta\omega. \quad (5.50)$$

Точки на осі ω , яким відповідають значення $\omega_0 \pm \Delta\omega/2$, називають точками "половинної енергії". За ширину резонансної кривої часто приймають відстань $\Delta\omega$ між точками половинної енергії. Радіоприймач налаштовують на певну станцію і розрізняють її від інших за допомогою резонансного контуру з добротністю Q , яка дорівнює декільком сотням. Незавжди виготовити мікрохвильовий резонансний контур з добротністю Q порядку 10^4 або навіть 10^5 .

Звернемося тепер до різниці фаз φ між струмом (5.37) і прикладеною напругою (5.24). З (5.38) видно, що при дуже малих частотах, коли $\omega L \ll 1/(\omega C)$, $\text{tg}\varphi$ дуже великий і від'ємний, а

отже, $\varphi \cong -\pi/2$. У цьому разі струм випереджає напругу і коло має ємнісний характер. При збільшенні частоти ω реактивний опір $(\omega L - 1/(\omega C))$, залишаючись від'ємним, зменшується за абсолютним значенням і різниця фаз φ зменшується. Коли $\omega = \omega_0$ формула (5.38) дає $\text{tg}\varphi = 0$, а отже $\varphi = 0$. При подальшому збільшенні ω реактивний опір $(\omega L - 1/(\omega C)) > 0$ і збільшується із зростанням ω . Тому $0 < \text{tg}\varphi < +\infty$ і $0 < \varphi < +\pi/2$. Отже, при $\omega > \omega_0$ струм відстає від напруги і коло набуває індуктивного характеру, причому кут φ при збільшенні частоти ω асимптотично прямує до граничного значення $+\pi/2$.

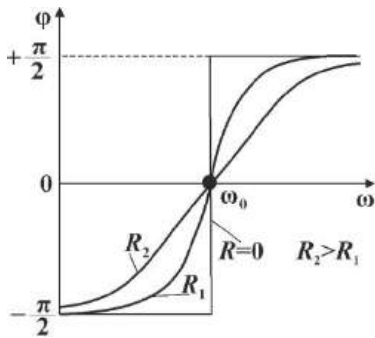


Рис.5.10.

Залежність різниці фаз φ від частоти коливань зображено графічно на рис.5.10. Так само як і I_m φ залежить ще й від активного опору контура R . Чим менше R , тим швидше змінюється φ біля $\omega = \omega_0$ і в граничному випадку при $R=0$ зміна фази набуває стрибкоподібного характеру (рис.5.10).

В переважній більшості практичних випадків $\beta^2 \ll \omega_0^2$. Вище ми припускали, що змінюється частота прикладеної напруги ω , а параметри контуру залишаються незмінними. Однак зрозуміло, що для одержання

резонансу можна робити й інакше: змінювати в контурі індуктивність або ємність (тобто змінювати ω_0), залишаючи частоту ω сталою.

Параметричний резонанс

При вивченні електричного резонансу (напруги і струмів) ми розглядали дію періодичної е.р.с. генератора змінної напруги (5.24) на коливальний контур. Проте виявляється, що аналогічні явища спостерігаються і при зовнішньому впливі інших типів, причому коливання, які виникають, як і при дії е.р.с., істотно залежать від частоти дій на контур. Тому поняття резонансу можна узагальнити і поширити на більшу кількість явищ. Припустимо, що дія зовнішніх факторів змінює один з параметрів коливальної системи, і розглянемо спочатку простий меха-

нічний приклад. Нехай є маятник, довжину якого можна змінювати (рис.5.11), підтягуючи

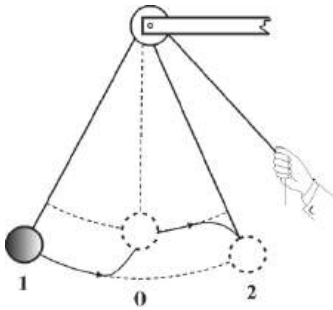


Рис.5.11. Параметричний резонанс у механіці.

кінець нитки, перекинутої через блок, або, навпаки, опускаючи його. Періодично змінюватимемо довжину маятника, підтягуючи нитку (зменшуючи довжину) кожного разу, коли маятник перебуватиме поблизу положення рівноваги (0), і відпускати нитку (збільшувати довжину) при крайніх положеннях маятника (1 і 2), тобто з частотою, яка дорівнює подвоєній частоті власних коливань маятника. Ми знайдемо, що маятник почне

здійснювати коливання із зростаючою амплітудою, яка збільшуватиметься доти, поки нитка не зіскоче з блока. Це спостерігатиметься і тоді, коли частота зміни довжини не дорівнює подвоєній власній частоті, але близька до неї.

Отже, в цьому досліді ми маємо наростаючі коливання, як і у випадку резонансу під дією періодичної зовнішньої сили, однак вони виникають внаслідок періодичної зміни одного з параметрів системи (довжини). Тому описане явище дістало назву *параметричного резонансу*.

Причину зростання коливань можна пояснити, виходячи з енергетичних міркувань. Коли ми вкорочуємо нитку в положенні 0 (рис.5.11), то зовнішня сила (сила руки) виконує роботу

не тільки проти сили тяжіння, а й проти відцентрової сили, бо, проходячи через положення рівноваги 0, маятник має найбільшу швидкість. При видовженні нитки роботу виконує маятник. Проте ця робота виконується тільки за рахунок сили тяжіння, бо в положеннях 1 і 2 відцентрова сила дорівнює нулю (швидкість дорівнює нулю) і тому вона менша від роботи при вкороченні нитки. Отже, у коливальну систему (маятник) безперервно вводиться енергія за рахунок роботи зовнішньої сили, що й веде до зростання коливань. Такі явища параметричного резонансу спостерігаються і в електричних коливальних контурах, якщо параметри контуру (ємність чи індуктивність) змінюються періодично. Розглянемо, наприклад,

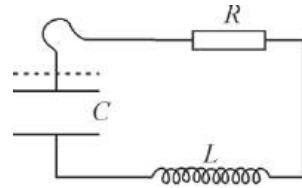


Рис.5.12.Коливальний контур із ємністю, яка змінюється.

коливальний контур (рис.5.12), що має конденсатор з рухомою пластиною, яку можна періодично наближати до другої пластини або віддаляти від неї. Далі, припустимо, що в контурі внаслідок яких-небудь випадкових причин виникли коливання і що в момент часу, коли заряд конденсатора дорівнює нулю, ми зближуємо пластини. Це явище не супроводжується ніякою роботою, бо заряд конденсатора дорівнює нулю, а значить, і сила притягання між пластинами також дорівнює нулю. Через час, який дорівнює чверті періоду власних коливань $T/4$, заряд конденсатора буде найбільшим.

Якщо в цей час розсунути пластини, то зовнішні сили виконують роботу, яка витрачається на перемагання взаємного притягання пластин. При цьому ємність конденсатора зменшиться, а напруга між його обкладками збільшиться, сприяючи коливанням у контурі. Якщо потім знову через час $T/4$ зблизити пластини, то енергія контура не зміниться, бо заряд конденсатора в цей момент знову дорівнює нулю. При подальшому розсуванні пластин у контур знову буде введена певна енергія і т.п. Тому, змінюючи значною мірою ємність конденсатора з частотою, яка дорівнює подвоєній частоті власних коливань (чи близька до неї), ми дістанемо в контурі електричні коливання із зростаючою амплітудою, яка

збільшуватиметься доти, поки не буде пробитий конденсатор.

Зауважимо, що початкові малі коливання і в механічних, і в електричних системах завжди виникають під дією випадкових зовнішніх факторів, чи флуктуацій. Тому при досить значній періодичній зміні параметрів системи спостерігається *самозбудження* коливань. Правильне співвідношення між фазою коливань і фазою зміни параметра здійснюється при цьому автоматично, бо підсилюються тільки ті з коливань, які мають потрібну початкову фазу.

Описаний дослід з електричним параметричним резонансом вперше здійснили Л.І. Мандельштам і М.Д. Папалексі в 1933 р. Збудована ними ємнісна «параметрична машина» мала обертовий конденсатор, який

складався з двох систем пластин, що мали радіальні вирізи. Одна з систем була нерухома, а друга оберталася за допомогою електродвигуна. Така машина розвивала напруги до багатьох тисяч вольт.

Явище параметричного резонансу можна використати для технічного добування змінних струмів.

Змінний струм. Описані вимушені коливання, які встановились в контурі, можна розглядати, як протікання в колі, яке має ємність, індуктивність і активний опір, змінного струму (5.39), обумовленого змінною напругою (5.24). [11].

Сила струму визначається за формулами (5.37), (5.38) і (5.39). У випадку, коли $\varphi < 0$, струм фактично випереджає напругу.

Вираз

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (5.51)$$

який є знаменником у формулі (5.39), називається *повним електричним опором* або *імпедансом*.

Якщо коло складається тільки з активного опору R , то рівняння закону Ома має вид

$$IR = U_m \cos \omega t.$$

Звідси виходить, що струм в цьому випадку змінюється у фазі з напругою, а амплітуда сили струму дорівнює

$$I_m = U_m/R.$$

Порівняння цього виразу з (5.39) показує, що заміна конденсатора провідною ділянкою кола означає перехід не до $C = 0$, а до $C = \infty$.

Всяке реальне коло має кінцеві R, L і C . В окремих випадках деякі із цих параметрів

бувають такі, що їхнім впливом на струм можна знехтувати. Допустимо, що R кола дорівнює нулю, а C – дорівнює нескінченності. Тоді із формули (5.38) і (5.39) отримаємо, що

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L},$$

а $\operatorname{tg}\varphi = \infty$ (відповідно $\varphi = \pi/2$).

Величину

$$X_L = \omega L \quad (5.52)$$

називають *реактивним індуктивним опором* або просто *індуктивним опором*. Якщо L виразити в генрі, а ω – в рад/с, то X_L буде виражено в Омах. Із (5.52) видно, що індуктивний опір зростає із збільшенням частоти ω . Постійному струму ($\omega = 0$) індуктивність не чинить опору. Напруга на індуктивності випереджає струм на $\pi/2$ (рис.5.6).

Тепер допустимо, що $R = 0$ і $L = 0$. Тоді згідно формул (5.38) і (5.39)

$$I_m = \frac{U_m}{1/(\omega C)}, \quad (5.53)$$

$\operatorname{tg}\varphi = -\infty$ (тобто $\varphi = -\pi/2$).

Величину

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (5.54)$$

називають *реактивним ємнісним опором*. Якщо C виразити у фарадах, а ω – в рад/с, то X_C буде виражено в Омах. Із (5.54) видно, що ємнісний опір зменшується із ростом частоти ω . Для постійного струму ($\omega = 0, X_C = \infty$) – постійний струм через конденсатор протікати не може. Так як $\varphi = -\pi/2$, то струм, який протікає через конденсатор, випереджає напругу на $\pi/2$. Відповідно напруга на конденсаторі відстає від струму на $\pi/2$ (рис.5.6).

Нарешті допустимо, що $R = 0$. В цьому випадку формула (5.39) приймає вид:

$$I_m = \frac{U_m}{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}. \quad (5.55)$$

Величина

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \quad (5.56)$$

називається *реактивним опором* або *реактансом*.

Формули (5.37) і (5.38)

можна представити у вигляді

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}; I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_m}{Z}. \quad (5.57)$$

Знайдемо потужність, яка виділяється в колі змінного струму. Миттєве значення потужності дорівнює добутку миттєвих значенню напруги і сили струму:

$$\begin{aligned} P(t) &= U(t) \cdot I(t) = \\ &= U_m I_m \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (5.58)$$

Скориставшись формулою

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) +$$

$$+ \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta),$$

вираз (5.58) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi + \\ &+ \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (5.59)$$

Практичний інтерес має середнє за часом значення $P(t)$, яке позначимо просто P . Так як середнє значення $\cos(2\omega t - \varphi)$ дорівнює нулю, то

$$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi. \quad (5.60)$$

Із (5.59) видно, що миттєва потужність коливається біля середнього значення з частотою, яка у два рази перевищує частоту струму (рис.5.13). Так як $\cos \varphi = (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2}$, то, використавши формулу (5.38), отримаємо:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{R}{Z}. \quad (5.61)$$

Підставивши це значення $\cos \varphi$ у формулу (5.60) і врахувавши (5.57), отримаємо

$$P = \frac{RI_m^2}{2}. \quad (5.62)$$

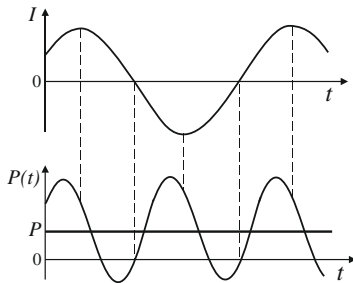


Рис.5.13.

Таку ж потужність розвиває постійний струм, сила якого дорівнює

$$I = I_m / \sqrt{2}. \quad (5.63)$$

Величина (5.63) називається *діючим (або ефективним) значенням сили струму*. Аналогічно величина

$$U = U_m / \sqrt{2} \quad (5.64)$$

називається *діючим значенням напруги*.

Формула (5.60) через діючі значення сили струму і напруги має вид

$$P = IU \cos \varphi. \quad (5.65)$$

Множник $\cos \varphi$, який входить у формулу (5.65) називають *коефіцієнтом потужності*. В техніці стараються зробити $\cos \varphi$ як можна більшим. При малому $\cos \varphi$ для виділення в колі необхідної потужності необхідно пропускати струм великої сили, що призводить до зростання втрат у підвідних провідниках.

Автоколивання

Автоколивання — це незгасаючі коливання, які підтримуються зовнішніми джерелами енергії в нелінійних коливальних системах, де є розсіювання енергії, вид і властивості яких визначаються самою системою.

Автоколивання принципово відрізняються від інших коливальних процесів в коливальних системах, де є розсіювання енергії тим, що для їхньої підтримки, не потрібно періодичної дії ззовні. Коливання струни скрипки при рівномірному русі смичка, струму в радіотехнічному генераторі, повітря в органній трубі, маятника в годиннику, спів соловейка – приклади автоколивань. В найпростіших автоколивальних системах можна виділити коливальну систему із згасанням (коливальний контур), підсилювач коливань, нелінійний обмежувач і ланку *оберненого зв'язку*.

Одну з найпростіших класичних схем лампового генератора незгасаючих коливань подано на рис.5.14. Коливальний контур, що має ємність C і інду-

ктивність L , увімкнений в коло сітки електронної лампи. В колі анода, крім батареї живлення, є ще котушка L' , розміщена в безпосередній близькості до котушки L , так, що між обома котушками існує індуктивний зв'язок.

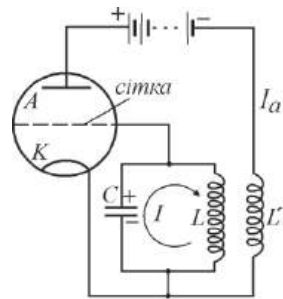


Рис.5.14. Класичний ламповий генератор з коливальним контуром у колі сітки.

Принцип дії генератора є такий. Коли в коливальному контурі виникають коливання (при вмиканні батареї або під впливом яких-небудь випадкових причин), то між обкладками конденсатора виникає змінна напруга. Така сама напруга виникає між сіткою і катодом K , бо вони приєднані до обкладок

конденсатора. Внаслідок цього в колі анода виникає змінний струм I_a . Але котушки L' і L індуктивно зв'язані між собою і тому змінний струм I_a спричинює в котушці L змінну е.р.с. взаємної індукції

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI_a}{dt}, \quad (5.66)$$

де L_{12} — коефіцієнт взаємної індукції. Ця е.р.с., залежно від спеціального взаємного напрямку намотки витків котушок L' і L , може або перешкоджати коливанням струму в контурі, або сприяти їм.

Очевидно, що, перемикаючи при потребі кінці котушки L , можна завжди домогтися, щоб е.р.с. \mathcal{E} , яка виникає, мала такий самий знак, як і струм I в контурі. Тоді робота цієї е.р.с. буде додатною і коливальний контур одержуватиме енергію за

рахунок джерела струму, так що згасання контуру зменшиться. Якщо зв'язок між котушками досить сильний, енергія, яку отримує контур, може бути більша за ту, яка витрачається в контурі. У цьому випадку амплітуда коливань зростатиме доти, поки одержувана енергія не дорівнюватиме втратам, після чого встановляться незгасаючі коливання.

Подивимося тепер, яку кількісну умову повинні задовольняти параметри лампового генератора (опір контуру R коефіцієнт взаємоіндукції L_{12} і т.д.), щоб автоколивання були можливі.

Знову повернемося до схеми на рис.5.14. Коливальний контур цього генератора можна подати еквівалентною схемою рис.5.15, в якій позитивний

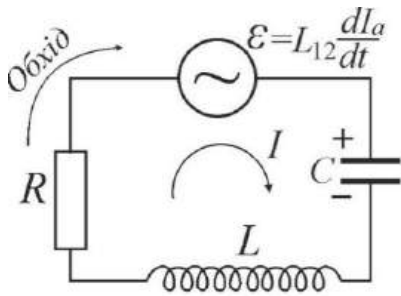


Рис.5.15. Еквівалентна схема генератора, зображеного на рис.5.14.

зворотний зв'язок здійснюється деяким генератором (подібно до вимушуючої сили (5.24) в рівнянні (5.25)) із величиною змінної е.р.с. (5.66).

Застосовуючи до цього контуру друге правило Кірхгофа, отримаємо:

$$IR + U_C = -L \frac{dI}{dt} + L_{12} \frac{dI_a}{dt}.$$

Враховуючи, що $U_C = q/C$ і $I = \frac{dq}{dt} > 0$ (зарядка конденсатора), це рівняння перепишемо так:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} - \frac{L_{12}}{L} \cdot \frac{dI_a}{dt} = 0. \quad (5.67)$$

У цих рівняннях анодний струм I_a є функція сіткової напруги u_c (що виражається сітковою характеристикою лампи $I_a(u_c)$), яка в свою чергу залежить від заряду конденсатора. Але сіткова характеристика лампи нелінійна. Тому і написане рівняння є нелінійним рівнянням, а отже, автоколивання є *нелінійними коливаннями*. Однак, щоб розв'язати поставлене питання, задачу можна спростити. Припустимо, що ми маємо *малі* коливання і що робочу точку вибрано в середній частині сіткової характеристики. Тоді малий відрізок характеристики можна вважати відрізком прямої лінії і рівняння коливань буде *лінійним*. Крім того, для простоти вважатимемо, що проникність сітки лампи дуже мала, так, що I_a практично залежить тільки від

потенціалу сітки u_c (але не від потенціалу анода U_a). Тоді потенціал сітки визначається напругою на конденсаторі U_c і

$$I_a = a + SU_c = a + \frac{S}{C}q,$$

де S – так звана крутість сіткової характеристики лампи, a – постійна. Тому

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{S}{C} \frac{dq}{dt}.$$

Підставивши цей вираз у рівняння коливань (5.67), отримаємо:

$$\ddot{q} + \left(\frac{R}{L} - \frac{SL_{12}}{LC}\right)\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (5.68)$$

Це рівняння того самого виду, що й (5.3), і його розв'язком є (5.8):

$$q = q_0 e^{-\beta' t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (5.69)$$

Але в цьому випадку коефіцієнт згасання β' дорівнює

$$\beta' = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} - \frac{SL_{12}}{LC} \right). \quad (5.70)$$

Він менший за коефіцієнт $\beta = R/(2L)$ при відсутності зворотного зв'язку і тому можна сказати, що дія зворотного зв'язку еквівалентна введенню в контур від'ємного опору.

З (5.70) видно, що при певних умовах коефіцієнт згасання β' може дорівнювати нулю або навіть бути від'ємним, що відповідає виникненню автоколивань. Це буде тоді, коли

$$SL_{12}/C > R. \quad (5.71)$$

Записана умова є умовою самозбудження лампового генератора.

Якщо виконується умова (5.71), то $\beta' < 0$ і розв'язок (5.69) відображає *наростаючі* коливання, амплітуда яких збільшується з часом до нескінченності. Причина цього дивного результату полягає в тому, що ми нелінійне рівняння коливань (5.67) замінили наближеним лі-

неаризованим рівнянням (5.68), яке справджується тільки для малих коливань (початкової стадії процесу), але не відповідає всім властивостям генератора. Насправді ж після самозбудження амплітуда наростаючих коливань прагнучиме до деякої *скінченної* границі, що визначається властивостями генератора і не залежить від початкових умов.

3. Лабораторна робота

Спостереження згасаючих коливань у коливальному контурі та дослідження характеристик згасання

Опис установки і методика вимірювань

Для вивчення згасаючих коливань використовують електричну схему з генератором імпульсів (рис.5.16) і лабораторну установку на рис.5.17. Кожен імпульс генератора збуджує в коливальному контурі коливан-

ня, які є згасаючими. Ці коливання йдуть одне за одним і на екрані осцилографа можна одержати стійку картину згасаючих коливань [16].

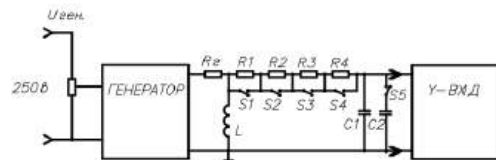


Рис.5.16.

Вмикаючи в коливальний контур різні активні опори можна вивчити їх вплив на характер згасання коливань.

Вимірювальна установка складається з наступних основних вузлів: генератора імпульсів, коливального контура і осцилографа (рис.5.16 і 5.17). Генератор імпульсів формує імпульси напруги, що надходять на конденсатор C контура.

При розряді конденсатора в контурі виникають вільні загасаючі коливання. Реєструється

цей коливальний процес за допомогою осцилографа: на його



Рис.5.17.

екрані одержимо картину згасаючих коливань, показану на рис.5.18. Тривалість імпульсів τ генератора багато менше періоду T_T їхнього повторення так, що в інтервалі ($T_T - \tau$) між імпульсами коливання в контурі встигають згасати до надходження на конденсатор наступного імпульсу.

Порядок виконання роботи

1. З'єднати вхід осцилографа з виходом макета. Переконатися, що ручка напруги живлення генератора знаходиться в крайньому лівому положенні.

2. Увімкнути осцилограф і лабораторний макет у мережу і дати прогрітися $5 \div 10$ хв.

3. Ручкою потенціометра R_0 на макеті збільшити напругу живлення генератора імпульсів та домогтися появи сигналу на екрані осцилографа. Підібрати підсилення каналу "Y" осцилографа таким чином, щоб амплітуда вертикального зміщення променя була дещо меншою від висоти екрана.

4. Підібрати частоту розгортки осцилографа такою, щоб зображення згасаючих коливань зайняло більшу частину екрана (рис.5.18).

5. Регулюючи частоту генератора домогтися, щоб коливання встигали достатньо загасати до приходу наступного імпульсу в коливальний контур.

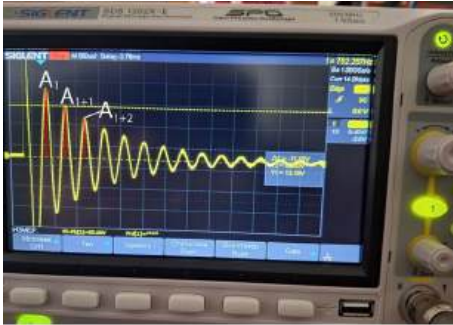


Рис.5.18. Згасаючі коливання на екрані осцилографа.

6. Увімкнути перемикачами S1-S4 один з опорів R_1-R_4 і визначити величину якогось-небудь максимуму A_1 й одного з наступних максимумів, наприклад, A_{1+1} , A_{1+2} . Результати записати у таблицю 5.1. Досліди повторити для 3 – 6 значень опорів R_1-R_6 .

7. Перемикачем S5 змінити ємність контуру і повтори-

ти вимірювання п.6. Дані вимірювань занести в табл.5.2. Таблиця 5.2 по формі така ж, як і таблиця 5.1.

Примітка. Номінали опорів, ємностей та індуктивності вказані на робочому місці установки.

Обробка результатів вимірювань згасаючих коливань

1. За даними вимірів, приведених в таблицях обчислити значення логарифмічного декремента згасання для різних опорів (див. рис.5.18) за формулою:

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{A_1}{A_{1+n}} \right), \quad (5.72)$$

де n – номер наступного максимуму (брати попарно амплітуди 1 і 2 та 1 і 3) і результати занести в табл.5.1 і 5.2.

2. За даними таблиць побудувати графіки залежності λ

від опору R для двох значень ємності в контурі.

3. За побудованими графіками залежності $\lambda = f(R)$ визначити активний опір котушки R_L , як точку перетину прямої з віссю R . Оцінити невизначеність опору котушки за формулою (2.3.3) із [4].

$$U_B = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot u_B^2(x_i)}. \quad (5.73)$$

Зауважимо, що логарифмічний декремент можна виразити через параметри контуру, для випадку слабого згасання (формули (5.16), (5.19))

$$\lambda = \pi R_{\Pi} \sqrt{C/L}, \quad (5.74)$$

де $R_{\Pi} = R + R_L$ – опір всього коливального контуру, R – задані нами опори схеми, R_L – активний опір котушки. Тому формулу (5.74) можна переписати так:

$$\lambda = \pi(R + R_L)\sqrt{C/L},$$

або

$$\lambda = aR + b, \quad (5.75)$$

де $a = \pi\sqrt{C/L}$, $b = \pi R_L\sqrt{C/L}$.

Ми побудували графік $\lambda = f(R)$ без врахування опору котушки. Тому графік має зсув на величину, яка залежить від опору котушки R_L . Тому, опір котушки визначаємо як

$$R_L = b/a.$$

4. Визначити індуктивність котушки по параметру a із (5.75):

$$L = C \frac{\pi^2}{a^2} \quad (5.76)$$

для кожного конденсатора та оцінити її невизначеність по формулі (5.73), (див. додатки 11, 12).

5. Визначити власні частоти двох контурів та коефіцієнт згасання:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{a}{\pi C} \quad (5.77)$$

$$\beta = \frac{R}{2L} = \frac{Ra^2}{2C\pi^2} \quad (5.78)$$

6. Визначити критичний опір для кожного значення ємності як:

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C} = \frac{2\pi}{a} \quad (5.79)$$

Записати всі отримані величини до таблиці 5.3.

7. Обчислити добротність контуру для різних значень опору R за формулою $Q = \pi/\lambda$. Побудувати графіки залежності добротності контуру Q від оберненого опору $1/R$ для двох значень ємності в контурі.

8. Прологарифмуємо формулу (5.19):

$$\ln(Q) = -\ln(R_{\text{п}}) + \ln\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\right),$$

де $R_{\text{п}} = R + R_L$ - опір всього кола, тому необхідно враховувати опір котушки. Розрахувати величини $\ln(Q)$ і $\ln(R + R_L)$ для кожного значення R .

9. Побудувати графік залежності $\ln Q = f(-\ln(R + R_L))$ для двох ємностей. Це пряма лінія виду $y = ax + b$, де a повинна дорівнювати 1. На листку паперу зошита в клітинку вибрати масштаб відповідних координатних осей так, щоб графік містив точку $(0,0)$ і відмітити експериментальні точки. За допомогою лінійки провести пряму лінію між точками так, щоб кількість точок по обидві сторони прямої лінії була по можливості однаковою.

10. Визначити нахил цієї прямої, як відношення:

$$\frac{\Delta \ln(Q)}{\Delta \ln(R + R_L)} = n,$$

де $|n|$ теоретично повинно дорівнювати одиниці.

11. Опрацювати результати за допомогою методу найменших квадратів, який приве-

дений в таблиці Excel. (див. додаток 12, табл.12.1)

12. Переконатись в тому, що при дослідженні згасаючих коливань в нашій лабораторній роботі має місце випадок слабого згасання.

13. Написати висновок по роботі.

Контрольні запитання до вивчення згасаючих коливань

1. Які коливання називаються гармонічними?

2. Дати визначення амплітуди, фази, періоду, лінійної та циклічної частоти гармонічного коливання.

3. Коливання яких величин відбуваються в електричному коливальному контурі?

4. Написати диференціальне рівняння згасаючих коливань та його розв'язок.

5. Пояснити, чому вільні коливання в контурі загасають. Пояснити, як відбувається втра-

та енергії в контурі, яка була йому надана?

6. Пояснити, чому частота згасаючих коливань відрізняється від частоти гармонічних коливань.

7. Зобразити графік згасаючого коливання.

8. Що таке коефіцієнт згасання? Від яких параметрів контуру він залежить?

9. Дати визначення логарифмічного декременту згасання?

10. Дати визначення часу релаксації (часу згасання) згасаючих коливань. Від яких параметрів контуру залежить час релаксації?

11. Дати визначення добротності коливального контуру.

12. Записати формулу, яка зв'язує коефіцієнт згасання та логарифмічний декремент.

13. Який є зв'язок між логарифмічним декрементом згасання і кількістю коливань,

які здійснює коливальна система за час релаксації?

14. При яких умовах згасаючі коливання переходять в аперіодичний процес?

15. Знайти зв'язок між добротністю та критичним опором контуру при слабкому згасанні.

16. Зобразити та пояснити схему для дослідження згасаючих коливань.

4. Лабораторна робота

Дослідження вимушених коливань та визначення характеристик коливального контуру із резонансних кривих

Опис установки й методу вимірювання

Для вивчення вимушених коливань у контурі використовується установка, зображена на рис.5.19, а електрична схема приведена на рис.5.20.

За допомогою цієї установки можна вивчити залежність напруги на конденсаторі C (пе-

ремикач $K1$ у положенні 1) або на опорах R_1-R_3 (перемикач $K1$ у положенні 2) від частоти ω зовнішнього генератора.



Рис.5.19.

Вимірювання напруги діючої здійснюється за допомогою цифрового вольтметра V (рис.5.19). Активний опір контуру можна змінювати за допомогою резисторів R_1-R_3 та перемикачів $K2 - K4$.

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути звуковий генератор в мережу. Встановити

на виході генератора напругу 10 В.



Рис.5.20.

2. Установити перемикач К1 в положення 1, К2 у положення 1, К3 у положення 2 і К4 у положення 2 (це відповідає шунтуванню опорів R_2 , R_3) При цьому в контур буде увімкнений опір R_1). Змінюючи частоту ге-

нератора $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, знайти резонансну частоту ν_p , при якій напруга на конденсаторі буде максимальною $U_{Cm} = U_{Cm \text{ рез}}$. Значення ν_p та U_{Cm} занести до табл.5.4.

3. Зменшуючи й збільшуючи частоту генератора в обидва боки від резонансної частоти (узяти 8-10 значень), виміряти амплітуди напруги U_{Cm} . Значення ν і U_{Cm} занести до табл. 5.4.

4. Перевести перемикач К1 у положення 2. (При цьому вольтметр V буде показувати напругу на опорі контура). Змінюючи частоту генератора, знайти резонансну частоту $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ при якій напруга на резисторі R_1 буде максимальною. Виміряти амплітуду напруги $U_{max}^{R_1}$ на резисторі R_1 при резонансній

частоті ν_0 . Значення R_1 , ν_0 та $U_{R_1}^{max}$ занести до табл.5.5.

5. Зменшуючи і збільшуючи частоту генератора в обидва боки від резонансної частоти (взяти 8-10 значень частоти), обчислити амплітуди напруги $U_m^{R_1}$. Значення ν та $U_m^{R_1}$ занести до табл.5.5. Для кожного значення $U_m^{R_1}$ знайти амплітуду струму $I_m = U_m^{R_1}/R_1$ і занести результат у табл. 5.5.

6. Виміри п.п. 2 – 5 повторити при опорі контуру R_2 та R_3 . Вибір опорів здійснити за допомогою перемикачів К2 – К4.

7. **УВАГА.** Для економії часу раціональніше зафіксувати певну частоту і проводити виміри з різними опорами контуру. Потім змінити значення частоти і знову провести виміри для різних опорів. Такі виміри провести для дев'яти значень частоти по чотири значення по обидва боки від резонансної частоти.

Обробка результатів вимірювань

1. За даними табл.5.4 побудувати резонансні криві $U_m^R = f(\nu)$ для різних значень R .

2. Визначити добротність контуру за формулою (5.49) для різних значень R . За отриманими даними побудувати графік $Q = f(1/R)$, відкладаючи по осі ординат добротність Q , а по осі абсцис – обернений опір контуру $1/R$.

3. За даними табл.5.5 побудувати резонансні криві $I_m = f(\nu)$ для різних значень R .

4. Із графіків п.3 визначити значення ширини $\Delta\nu$ резонансних кривих струму та обчислити добротність контуру Q для різних значень R за формулою (5.50). Отримані значення Q нанести на графік п.2 і порівняти результати, отримані в п.2 і п.3.

5. Визначити коефіцієнти згасання β з формули (5.46)

$$\beta = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{U_{\text{рез}}}^2)/2},$$

де ω_0 визначаємо з таблиці 5.5 як резонансну частоту, яка є однаковою для всіх опорів, а $\omega_{U_{\text{рез}}}$ – з таблиці 5.4 як частоти з найбільшою амплітудою коливань напруги на конденсаторі, які залежать від опору.

5. Визначити логарифмічний декремент згасання λ та побудувати графік залежності λ від опору.

6. Результати розрахунків занести до таблиці 5.6 (див. додатки 13, 14).

7. Написати висновки по роботі.

Контрольні питання

1. Які коливання називають вимушеними?

2. Записати диференційне рівняння вимушених коливань у послідовному контурі. Який вигляд має загальний розв'язок цього рівняння?

3. Що таке стаціонарні вимушені коливання та який вигляд має їх рівняння?

4. За яким законом змінюється заряд та напруга на обкладинках конденсатора при вимушених коливаннях?

5. За яким законом змінюється струм в коливальному контурі при вимушених коливаннях?

6. Дати визначення явища резонансу.

7. Записати формули для амплітудної характеристики напруги на конденсаторі контуру та резонансної частоти напруги.

8. Записати формули для амплітудної характеристики струму в контурі та резонансної частоти струму.

9. В чому різниця між резонансом напруги на конден-

саторі і резонансом струму при вимушених коливаннях у послідовному контурі.

10. Який вигляд мають резонансні криві напруги на конденсаторі та струму в контурі при різних значеннях опору R ?

11. Дати визначення добротності коливального контуру. Який його фізичний зміст?

12. Як можна визначити добротність коливального контуру за параметрами резонансної кривої напруги на конденсаторі у випадку слабого згасання?

13. Як можна визначити добротність за параметрами резонансної кривої струму в контурі?

14. Що таке ширина резонансної кривої? Чому для визначення ширини резонансної кривої потрібно для нормуючих резонансних кривих I_m/I_m рез для сили струму в контурі вибрати частоти, для яких це відношення дорівнює $1/\sqrt{2} \cong 0,7$.

15. Який вигляд має векторна діаграма напруг при вимушених коливаннях у послідовному контурі?

16. Яке практичне застосування мають вимушені коливання?

17. Як використовуються вимушені коливання в класичному ламповому генераторі?

Таблиця 5.1 (для C_1)

№	R_m , Ом	A_1	A_2	A_3	λ_1	λ_3	$\langle \lambda \rangle$	$Q_{\text{експ}}$	$\ln(Q_{\text{експ}})$	$R=R_m+R_L$	$-\ln R$
1											
2											
3											
4											
5											
6											

Таблиця 5.2 (для C_2)

№	R_m , Ом	A_1	A_2	A_3	λ_1	λ_3	$\langle \lambda \rangle$	$Q_{\text{експ}}$	$\ln(Q_{\text{експ}})$	$R=R_m+R_L$	$-\ln R$
1											
2											
3											
4											
5											
6											

Таблиця 5.3

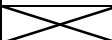
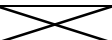
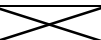
№	C	R_L	σ_{rL}	L	σ_L	$R_{\text{кр}}$	ω_0	β_{max}	
1									
2									
середні:									
Відповідь:		$R_L = \langle R_L \rangle \pm U(R_L) =$				$L = \langle L \rangle \pm U(L) =$			
		=				=			

Таблица 5.4

R_1	$\nu, \Gamma \Pi$								
	U_{cm}								
R_2	$\nu, \Gamma \Pi$								
	U_{cm}								
R_3	$\nu, \Gamma \Pi$								
	U_{cm}								

Таблица 5.5

№	$\nu, \Gamma \Pi$	R_1		R_2		R_3	
		$U_m^{R_1}, \text{ В}$	I_m	$U_m^{R_2}, \text{ В}$	I_m	$U_m^{R_3}, \text{ В}$	I_m
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							

Таблица 5.6

R	$1/R$	Q_U	Q_I	β	λ_U	λ_I