

6. Вивчення інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля

Мета роботи

1. Вивчення явища інтерференції хвиль і визначення ширини інтерференційної смуги.

2. Вивчення двопроменевої інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля. Отримати інтерференційну картину за допомогою біпризми (експеримент).

3. Визначити характеристики світлофільтрів - довжини хвиль в максимумі пропускання та ширини смуги пропускання.

4. Провести дослідження впливу монохроматичності світла та розмірів джерела світла на інтерференційну картину.

5. Визначити невизначеність довжини хвилі пропускання для одного із світлофільтрів і записати кінцевий результат вимірювання.

6. Зробити висновки по роботі.

Теорія

Інтерференція хвиль

Інтерференція хвиль (від

латинського *inter* – взаємно, між собою і *ferio* – вдаряю, уражаю), *складання в просторі двох (або декількох) хвиль, при якому в різних його точках виникає підсилення або послаблення амплітуди результируючої хвилі.* Інтерференція характерна для хвиль любой природи; хвиль на поверхні рідини, пружних (наприклад, звукових), електромагнітних (наприклад, радіохвиль або світла).



Рис.6.1.

Інтерференційна картина – регулярне чергування облас-

тей підвищеної і пониженої інтенсивності хвиль. Як приклад наведена інтерференційна картина хвиль на поверхні води, які збуджуються у двох різних точках (рис.1). В основі явища інтерференції лежить принцип суперпозиції хвиль, справедливості якого підтверджується на дослідах. Суть його в наступному.

Якщо в середовищі розповсюджується одночасно декілька хвиль, то коливання частинок середовища є геометрична сума коливань, які здійснювали б частинки при розповсюдженні кожної хвилі окремо. Значить, хвилі просто накладаються одна на другу, не спотворюючи одна одну.

В місцях зустрічі хвиль коливання середовища, які викликані кожною з хвиль, складаються одне з одним. Результат

додавання (результуюча хвиля) залежить від співвідношення фаз, періодів, напрямів і амплітуд хвиль, що накладаються.

Розглянемо накладання двох косинусоїдальних сферичних хвиль, які збуджуються точковими джерелами S_1 і S_2 (рис.6.2).

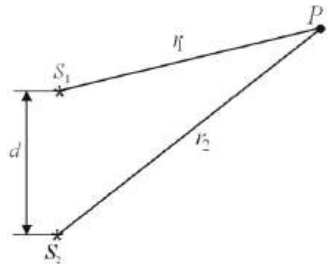


Рис.6.2.

Ці хвилі в точці накладання P викликають коливання частинок середовища. Ці коливання будуть описуватись рівняннями:

$$S_1 = \frac{A_1}{r_1} \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}) = \frac{A_1}{r_1} \cos \varphi_1,$$

$$S_2 = \frac{A_2}{r_2} \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}) =$$

$$= \frac{A_2}{r_2} \cos \varphi_2.$$

Результат додавання цих коливань залежить від спрямованості. Будемо вважати, що відстань між джерелами коливань S_1 і S_2 , $d \ll r_1$ і r_2 . Тоді можна вважати, що в точці P додаються коливання однаково спрямовані і, згідно формули (9.20) [1], амплітуда результуючого коливання (хвилі) в точці P дорівнює:

$$A_P^2 = \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2\frac{A_1}{r_1} \frac{A_2}{r_2} \cos \varphi, \quad (6.1)$$

де

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (\omega_1 - \omega_2)t + (k_2 r_2 - k_1 r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02} \quad (6.2)$$

різниця фаз хвиль в точці P .

Якщо частоти хвиль різні, тобто $\omega_1 \neq \omega_2$, $k_1 \neq k_2$ та ще й $\omega_1, \omega_2, k_1, k_2, \varphi_{01}, \varphi_{02}$ хаотично залежать від часу, то φ є функція часу і $\cos \varphi$ може змінюва-

тись хаотично від -1 до $+1$. Тоді середнє значення $\langle \cos \varphi \rangle = 0$ і середнє значення результуючої амплітуди хвилі в точці P буде

$$\langle A_P^2 \rangle = \left\langle \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 \right\rangle \quad (6.3)$$

Оскільки, квадрат амплітуди хвилі пропорційний її інтенсивності, то в цьому випадку в точці P будемо мати додавання інтенсивності двох хвиль. Такі хвилі називаються *некогерентними*.

Дамо визначення, що ж таке когерентність.

Когерентність (від латинського *cohaerens* – що знаходиться в зв'язку), узгоджене протікання з часом і в просторі декількох коливальних або хвильових процесів, яке проявляється при їхньому додаванні. Коливання (хвилі) називаються когерентними, якщо різниця фаз залишається сталою або закономі-

рно змінюється з часом і при додаванні коливань (хвиль) визначає амплітуду сумарного коливання.

Таким чином, хвилі, а значить і коливання в точці P будуть когерентними, якщо різниця фаз φ (формула 6.2) не буде залежати від часу. Це буде у випадку, якщо $\omega_1 = \omega_2$ (монохроматичні хвилі) і $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \text{const}$. За умови, що швидкості розповсюдження хвиль однакові ($v_1 = v_2$) $k_1 = k_2 = \frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\omega_2}{v_2} = k$. Хвильове число не залежатиме від часу, якщо частота ω і швидкість v не залежатимуть від часу. При цих умовах

$$\varphi = k(r_2 - r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02} \quad (6.4)$$

не буде залежати від часу і коливання в точці P , а значить і хвилі, які збудили ці коливання, будуть когерентними.

Тоді результат інтерференції двох хвиль, що визначається формулою (6.1), в різних точках залежить від величини $\Delta = r_2 - r_1$, яка називається геометричною різницею ходу хвиль.

В точках, для яких $\cos \varphi = +1$, буде максимум інтерференції. Амплітуда результуючого коливання в таких точках буде згідно (6.1)

$$A_P = \frac{A_1}{r_1} + \frac{A_2}{r_2}. \quad (6.5)$$

Умова максимуму згідно (6.4) може бути записана так:

$$k(r_2 - r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02} = \pm 2m\pi, \quad (6.6)$$

де $m=0,1,2,3,\dots$

В точках, для яких $\cos \varphi = -1$, буде мінімум інтерференції: амплітуда результуючого коливання в таких точках згідно (6.1) буде:

$$A_P = \left| \frac{A_1}{r_1} - \frac{A_2}{r_2} \right|. \quad (6.7)$$

Умову мінімуму отримаємо із (6.4):

$$\begin{aligned} k(r_2 - r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02} = \\ = \pm(2m+1)\pi, \end{aligned} \quad (6.8)$$

де $m=0,1,2,3,\dots$.

Дуже часто реалізується випадок коли $\varphi_{01} - \varphi_{02} = 0$. Тоді умова (6.8) набирає такого вигляду із врахуванням, що $k = 2\pi/\lambda$, де λ – довжина хвилі в даному середовищі:

$$\Delta = r_2 - r_1 = \pm 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (6.9)$$

Умови мінімуму (6.8) тоді набуде вигляду:

$$\Delta = (r_2 - r_1) = \pm(2m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \quad (6.10)$$

При інтерференції хвиль їхня інтенсивність (енергія) механічно не підсумовується. Інтерференція хвиль призводить до перерозподілу інтенсивності (енергії) коливань між сусідніми областями середовища.

На рис.6.1 показані дві хвилі, які інтерферують; гребені хвиль – світлі лінії, западини – темні місця.

У місцях перетину двох гребенів або двох западин розміщені максимумами коливань (світлі плями), в місцях перетину гребенів і западин розміщені мінімуми (темні місця).

Основні відомості про хвилі оптичного діапазону. Інтенсивність електромагнітних хвиль. Світло, у вузькому розумінні – те ж, що і видиме випромінювання, тобто електромагнітні хвилі в інтервалі частот, які сприймаються людським оком ($7,5 \cdot 10^{14} \div 4,0 \cdot 10^{14}$ Гц), що відповідає довжинам хвиль у вакуумі від $\sim 0,4$ до $\sim 0,75$ мкм. Світло високої інтенсивності око сприймає в дещо більш широкому діапазоні. Світлові хвилі різ-

них частот сприймаються людиною як різні кольори.

Світло в *широкому розумінні* — синонім оптичного випромінювання, що включає, крім видимого випромінювання, ультрафіолетову (УФ) та інфрачервону (ІЧ) області спектру.

Світло — це складне явище: в одних випадках воно поводить себе як електромагнітна хвиля, в інших — як потік особливих частинок (фотонів). В даному розділі розглядається хвильова оптика, тобто коло явищ, в основі яких лежить хвильова природа світла.

В електромагнітній хвилі коливаються вектори \vec{E} і \vec{H} . Як показують дослідження фізіологічну, фотохімічну, фотоелектричну та інші дії світла обумовлені коливаннями електричного вектора \vec{E} . У відповідності до

цього будемо в подальшому говорити про світловий вектор, розуміючи під ним вектор напруженості електричного поля \vec{E} . Про магнітний вектор світлової хвилі ми згадувати майже не будемо. Модуль амплітуди світлового вектора будемо позначати, як правило, буквою E_m . Відповідно зміни з часом і в просторі проєкції світлового вектора на напрямок, вздовж якого він коливається, описується рівнянням:

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kr + \alpha). \quad (6.11)$$

Тут $k = 2\pi/\lambda$ — *хвильове* число, r — відстань, яка відраховується вздовж напрямку розповсюдження світлової хвилі. Для плоскої хвилі, яка розповсюджується в середовищі, яке не поглинає світло, $E_m = \text{const}$, для сферичної хвилі E_m зменшується

ся з відстанню пропорційно $1/r$.

Згідно теорії Максвелла відношення швидкості світлової хвилі у вакуумі до фазової швидкості v в деякому середовищі називається абсолютним показником заломлення цього середовища. Таким чином

$$n = \frac{c}{v}. \quad (6.12)$$

Відомо, що $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, де ϵ — відносна діелектрична проникність, а μ — відносна магнітна проникність. Для більшості прозорих речовин μ практично не відрізняється від одиниці. Тому можна вважати, що

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (6.13)$$

Формула (6.13) зв'язує оптичні властивості речовин з його електричними властивостями. На перший погляд може здатись, що ця формула непра-

вильна. Наприклад, для води $\epsilon = 81$, а $n = 1,33$. Однак треба мати на увазі, що значення $\epsilon = 81$ отримано із електростатичних вимірювань. У швидкозмінних електричних полях значення ϵ отримується іншим, причому воно залежить від частоти коливань поля. Цим пояснюється *дисперсія* світла, тобто залежність показника заломлення (або швидкості світла) від частоти (або довжини хвилі). Підстановка у формулу (6.13) значення ϵ , яке отримане для відповідної частоти, дає правильне значення n .

Значення показника заломлення характеризує *оптичну густину* середовища. Середовище з більшим n називається оптично більш густим, ніж середовище з меншим n . Відповідно середовище з меншим n назива-

ється оптично менш густим, ніж середовище з більшим n .

Довжини хвиль видимого світла $\lambda_0 = 0,40 \div 0,76$ мкм відносяться до світлових хвиль у вакуумі. В речовині довжини світлових хвиль будуть іншими. У випадку коливань з частотою ν довжина хвилі у вакуумі буде $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$. В середовищі, в якому фазова швидкість світлової хвилі $v = \frac{c}{n}$, довжина хвилі буде $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \lambda_0/n$. Таким чином, довжина світлової хвилі в середовищі з показником заломлення n зв'язана з довжиною хвилі у вакуумі співвідношенням

$$\lambda = \lambda_0/n. \quad (6.14)$$

Поширення електромагнітних хвиль пов'язане з перенесенням енергії. Об'ємна густина енергії обох полів однакова

$$\begin{aligned} w &= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \\ &= \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} E H = \frac{1}{v} E H \end{aligned}$$

Якщо помножити густину енергії w на швидкість світла в середовищі, то отримаємо модуль густини потоку енергії [1], який чисельно дорівнює енергії, яку переносить хвиля за одиницю часу через одиницю площі поверхні, що розміщена перпендикулярно до напрямку поширення хвилі:

$$P = wv = EH.$$

Оскільки вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні і утворюють з напрямком поширення хвилі правогвинтову систему, то напрямок вектора $\vec{E} \times \vec{H}$ збігаються з напрямком переносу енергії, а модуль цього вектора дорівнює EH . Отже, вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі, який називаються

вектором Пойнтинга [5] дорівнює:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Потік Φ електромагнітної енергії через деяку поверхню S можна знайти за допомогою інтегрування:

$$\Phi = \int_s \vec{\Pi} d\vec{S}.$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі I дорівнює модулю середнього значення вектора Пойнтинга за проміжок часу, який дорівнює періоду T повного коливання:

$$I = |\langle \vec{\Pi} \rangle| = |\langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle| = \frac{1}{T} \left| \int_0^T \vec{E} \times \vec{H} dt \right| = \langle w \rangle v$$

Інтенсивність світла I згідно формули (11.35) [1] в данній точці простору буде:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n E_m^2, \quad (6.15)$$

тобто інтенсивність світла пропорційна показнику заломлення середовища і квадрату амплітуди світлової хвилі.

Зауважимо, що при проходженні світла в однорідному середовищі можна вважати, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі

$$I \sim E_m^2. \quad (6.16)$$

Однак у випадку проходження світла через границю розділу середовищ вираз для інтенсивності, який не враховує множник n , приводить до незбереження світлового потоку.

Лінії, вздовж яких розповсюджується світлова енергія, називаються променями. Усереднений вектор Пойнтинга $\langle \vec{\Pi} \rangle$ направлений в кожній точці по дотичній до променя. В ізотропних середовищах (властивості в усіх напрямках однакові) напря-

мок $\langle \vec{P} \rangle$ співпадає з нормаллю до хвильової поверхні, тобто з напрямом хвильового вектора \vec{k} . Значить промені перпендикулярні до хвильових поверхонь. В анізотропних середовищах (властивості в різних напрямках є різними) нормаль до хвильової поверхні в загальному випадку не співпадає з напрямком вектора Пойтинга, тобто промені не перпендикулярні хвильовим поверхням.

Інтерференція світла.

Хвильові властивості світла найбільш виразно проявляють себе в інтерференції. Ці явища характерні для хвиль будь-якої природи і порівняно просто спостерігаються в досліді для хвиль на поверхні води (рис.6.1) або для звукових хвиль. Спостерігати ж інтерференцію світлових

хвиль можна тільки при певних умовах.

Під інтерференцією світла, як правило, розуміють широкі коло явищ, в яких при накладанні пучків світла результуюча інтенсивність не дорівнює сумі інтенсивностей окремих пучків: в одних місцях вона більша, в інших менша, тобто виникають світлі і темні ділянки – інтерференційні смуги, які чергуються.

Для спостереження інтерференції мають виконуватися кілька умов. Перш за все хвилі повинні бути монохроматичними ($\omega_1 = \omega_2$). Світло, яке випромінюється звичайними (не лазерними) джерелами, не буває строго монохроматичним. Тому для спостереження інтерференції світло від одного джерела необхідно розділити на два пуч-

ки, а потім накласти їх один на одного. Існуючі експериментальні методи отримання когерентних пучків із одного світлового пучка можна поділити на два класи. В методі ділення хвильового фронту пучок пропускається, наприклад, через два близько розташованих отвори в непрозорому екрані. Такий метод годиться тільки при досить малих розмірах джерела. В іншому методі пучок ділиться однією або декількома поверхнями, які частково відбивають і пропускають світло. Цей метод поділу амплітуди може застосовуватись і для протяжних джерел. Він забезпечує більшу інтенсивність і лежить в основі дії різних інтерферометрів. В залежності від числа пучків, які інтерферують, розрізняють двопроменеві і багатопроменеві інтерферометри, які

мають важливе практичне застосування в техніці, метрології і спектроскопії.

Розглянемо інтерференцію монохроматичного світла. Світлові коливання в деякій точці, через яку проходить строго монохроматична хвиля, повинні відбуватись нескінченно довго і мати незмінну частоту і амплітуду. Звичайне світло, яке випромінюється будь-яким реальним джерелом, не має цієї властивості. Тим не менше монохроматична ідеалізація є достатньою для розв'язання багатьох задач. Зокрема при вивченні явищ інтерференції вона годиться для визначення положення максимумів і мінімумів інтерференційної картини.

Нехай розділення на дві когерентні хвилі відбувається в точці O (рис.6.3). До точки P , в

якій спостерігається інтерференційна

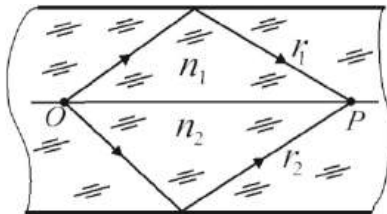


Рис.6.3.

картина, одна хвиля в середовищі з показником n_1 , проходить шлях r_1 , а друга – в середовищі з показником заломлення n_2 – шлях r_2 . Перша хвиля викличе в точці P коливання

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{m1} \cos(\omega t - k_1 r_1 + \varphi_{01}), \quad (6.17)$$

а друга

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{m2} \cos(\omega t - k_2 r_2 + \varphi_{02}), \quad (6.18)$$

де

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega/v_1 = \omega n_1/c = 2\pi n_1/\lambda_0 \\ k_2 &= \omega/v_2 = \omega n_2/c = 2\pi n_2/\lambda_0 \end{aligned} \quad (6.19)$$

хвильові числа першої і другої хвилі, c – швидкість світла у вакуумі, $\lambda_0 = c/v$ – довжина хвилі у вакуумі, φ_{01} і φ_{02} – початкові фази.

Згідно принципу суперпозиції, напруженість результуючого поля в точці P дорівнює їх векторній сумі:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (6.20)$$

В результаті додавання двох гармонічних коливань однакової частоти отримується коливання тієї ж частоти, а незмінна з часом його амплітуда залежить від співвідношення фаз коливань, які додаються [1], і тому в різних точках спостереження амплітуда має, взагалі кажучи, різні значення.

Зважаючи на дуже велику частоту оптичних коливань ($\nu \sim 10^{14}$ Гц) напруженість \vec{E}_P неможливо виміряти безпосере-

дньо. Всі приймачі випромінювання вимірюють енергетичні величини (інтенсивність світла або освітленість поверхні) усереднені за проміжок часу, який набагато більший за період оптичних коливань. Тому величини, які експериментально вимірюють, пропорційні середньому значенню квадрату напруженості електричного поля $I_p \sim \langle E_p^2 \rangle$ за час, який визначається інерційністю приймача випромінювання:

$$\begin{aligned} \langle E_p^2 \rangle &= \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \\ &= \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Вираз для результуючої інтенсивності крім суми інтенсивностей $I_1 \sim \langle E_1^2 \rangle$ і $I_2 \sim \langle E_2^2 \rangle$ кожної із хвиль містить ще один доданок, який пропорційний $2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$, що носить назву інтерференційного члена. В тих випадках, коли він дорівнює нулю,

результуюча інтенсивність $I_p = I_1 + I_2$ і інтерференція відсутня.

Скалярний добуток $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$ дорівнює нулю, коли $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$, тобто хвилі, що додаються, поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках (поляризація електромагнітних хвиль розглядається в подальшому). Відсутність інтерференції променів, які поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках, була виявлена Френелем і Араго в 1816р. і інтерпретована в 1817р. Юнгом як доказ поперечності світлових хвиль. Електромагнітна теорія світла це підтвердила.

Будемо вважати, що вектори \vec{E}_1 і \vec{E}_2 в точці спостереження P здійснюють коливання вздовж однієї прямої. Тоді інте-

рференційний член можна записати так:

$$2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = 2\langle E_1 E_2 \rangle.$$

Додавання однаково спрямованих з однаковими частотами коливань розглянуто у [1]. Згідно формули (9.20) [1] амплітуда результуючого коливання E_{mP} в точці P із врахуванням (6.17) і (6.18) буде:

$$E_{mP}^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos(k_2r_2 - k_1r_1 + \varphi_{01} - \varphi_{02}). \quad (6.22)$$

Цей же результат можна отримати із співвідношення (6.21), якщо врахувати, що

$$\langle E_P^2 \rangle = \frac{1}{2}E_{mP}^2; \quad \langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{2}E_{m1}^2;$$

$$\langle E_2^2 \rangle = \frac{1}{2}E_{m2}^2;$$

$$\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle = \frac{1}{2}E_{m1}E_{m2} \cdot$$

$$\cdot \cos(k_2r_2 - k_1r_1 + \varphi_{01} - \varphi_{02}).$$

Враховуючи, що інтенсивності хвиль пропорційні квад-

ратам їхніх амплітуд, для інтенсивності результуючого коливання в точці P отримаємо:

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\varphi, \quad (6.23)$$

де

$$\varphi = k_2r_2 - k_1r_1 + \varphi_{01} - \varphi_{02} \quad (6.24)$$

різниця фаз двох когерентних хвиль від одного джерела. Із урахуванням (6.19) запишемо (6.24) у наступному вигляді:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(r_2n_2 - r_1n_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02}. \quad (6.25)$$

Добуток геометричної довжини шляху світлової хвилі на показник заломлення цього середовища називається *оптичною довжиною шляху*, а різниця оптичних довжин шляхів, що пройшли хвилі, $\Delta = r_2n_2 - r_1n_1$ — *оптичною різницею ходу*.

У випадку когерентних хвиль $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \text{const}$, тому

для зручності будемо вважати, що $\varphi_{01} = \varphi_{02}$. В результаті (6.23) перепишеться так:

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \quad (6.26)$$

Якщо оптична різниця ходу дорівнює парному числу півхвиль у вакуумі:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda_0}{2}. \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (6.27)$$

то $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2m\pi$, і коливання, що збуджуються в точці P обома хвилями, відбуваються в однакових фазах. Число m називається порядком інтерференції. Тоді $\cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 1$ і результуюча інтенсивність — максимальна:

$$\begin{aligned} I_{Pmax} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (E_{m1} \neq E_{m2}); \\ I_{Pmax} &= 4I_1 \quad (E_{m1} = E_{m2}). \end{aligned} \quad (6.28)$$

Таким чином, максимум інтенсивності при накладанні двох когерентних хвиль буде у

точках, для яких виконується умова (6.27), тобто на оптичній різниці ходу укладається парне число півхвиль ($\lambda_0/2$). Сукупність таких точок утворює інтерференційні лінії (смуги), порядок яких визначається числом m .

Якщо оптична різниця ходу:

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (6.29)$$

то $\varphi = (2m + 1)\pi$ і коливання, що збуджуються в точці P обома хвилями, знаходяться у протифазі. Це означає, що $\cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = -1$ і результуюча інтенсивність в цій точці згідно (6.26) буде мінімальна:

$$\begin{aligned} I_{Pmin} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (E_{m1} \neq E_{m2}); \\ I_{Pmin} &= 0 \quad (E_{m1} = E_{m2}). \end{aligned} \quad (6.30)$$

Мінімум інтенсивності отримаємо в точках, для яких оптична різниця ходу променів

вміщує непарне число півхвиль ($\lambda_0/2$). Таким чином (6.27) — умова інтерференційного максимуму, а (6.29) — умова інтерференційного мінімуму.

Розрахунок інтерференційної картини від двох когерентних джерел. Розглянемо випадок інтерференції хвиль від двох однакових синфазних ($\varphi_{01} = \varphi_{02}$) монохроматичних точкових джерел S_1 і S_2 (рис.6.4), які знаходяться на відстані d одне від одного в середовищі з показником заломлення $n=1$. Якщо відстань l до екрана, де спостерігаються інтерференційні смуги, набагато більша

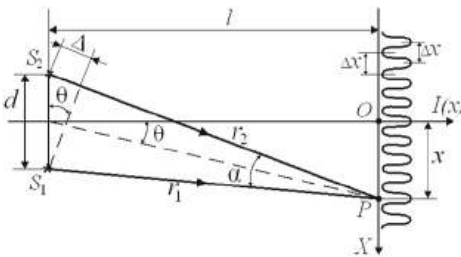


Рис.6.4.

відстані між джерелами ($l \gg d$), то коливання в точці P , що збуджуються хвилями від S_1 і S_2 мають однаковий напрямок. Вважаємо, що однакові амплітуди хвиль ($I_1 = I_2 = I_0$). Інтенсивність результуючого коливання в точці P згідно (6.26) буде:

$$I_P = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\right) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda_0} \Delta\right), \quad (6.31)$$

де I_0 — інтенсивність коливань від одного джерела, $\Delta = (r_2 - r_1)$ — різниця ходу хвиль, що інтерферують. Освітленість екрана в мінімумах дорівнює нулю, а в максимумах — $4I_0$. Положення максимумів визначається умовою (6.27).

В тому випадку, якщо хвилі від джерел розповсюджуються не у вакуумі, а в середовищі з показником заломлення n , формула (6.31) залишається

справедливою, але в ній під Δ необхідно розуміти не геометричну, а оптичну різницю ходу хвиль, що інтерферують:

$$\Delta = n(r_2 - r_1).$$

Щоб знайти залежність освітленості екрана від координати x (рис.6.4), необхідно різницю ходу Δ виразити через координату x точки спостереження P . Для зручності введемо кут θ , що утворюється напрямком на точку P з перпендикуляром до лінії, яка з'єднує джерела (тобто з оптичною віссю схеми, яка розглядається). Для практично важливого випадку малих значень θ ($\theta \ll 1$), для різниці ходу можна записати $\Delta \approx d \sin\theta \approx d \cdot \theta$. Так як $\text{tg}\theta \approx \theta \approx x/l$, то $\Delta \approx xd/l$. Підставляючи цей вираз для Δ в (6.31), отримаємо

$$I_P(x) = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi dx}{\lambda_0 l}). \quad (6.32)$$

В точці, для якої $x = 0$, розташований максимум, який відповідає нульовій різниці ходу. Для цього максимуму порядок інтерференції $m = 0$. Це центр інтерференційної картини. Відстань між *сусідніми максимумами* або *мінімумами* (просторовий період інтерференційної картини) визначається із умови:

$$\frac{2\pi d \cdot \Delta x}{\lambda_0 l} = 2\pi.$$

Звідки

$$\Delta x = \frac{\lambda_0 l}{d} \quad (6.33)$$

Формула (6.33) визначає *ширину інтерференційної смуги*.

Якщо ввести кут сходження променів $\alpha \approx d/l$, тобто кут, під яким видні джерела S_1 і S_2 із точки спостереження, то

вираз для Δx можна записати так:

$$\Delta x = \lambda_0 / \alpha. \quad (6.34)$$

Ця формула використовується для випадку інтерференції плоских хвиль (паралельних променів), які розповсюджуються під кутом α . Дійсно, для великих відстаней від джерел, сферичні хвилі на невеликих ділянках наближено можна вважати як плоскі, кут між напрямками яких при $\theta \ll 1$ приблизно дорівнює d/l .

Відзначимо, що середнє значення освітленості по екрану в інтерференційній картині, згідно формули (6.32) буде:

$$\langle I(x) \rangle = \langle 2I_0 \rangle + \langle 2I_0 \cos \frac{2\pi dx}{\lambda_0 l} \rangle = 2I_0,$$

що дорівнює подвоєній освітленості від одного джерела. Це значить, що при інтерференції відбувається тільки перерозпо-

діл енергії в просторі, а повний потік енергії залишається незмінним.

До цього часу розглядалися тільки точки екрану, які лежать в площині рис.6.4. В просторі поверхнями максимальної і мінімальної інтенсивності є гіперболоїди обертання з фокусами в точках S_1 і S_2 , так як відповідають множині точок, для яких різниця відстаней від двох заданих точок S_1 і S_2 має одне і теж значення, тобто $r_2 - r_1 = \text{const}$. Для максимальної інтенсивності $r_2 - r_1 = 2m \frac{\lambda_0}{2}$, для мінімальної - $r_2 - r_1 = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$. Переріз таких гіперболічних поверхонь наведено на рис.6.5, де суцільними лініями показано розміщення максимумів інтенсивності, штрихованими - мінімуми інтенсивності.

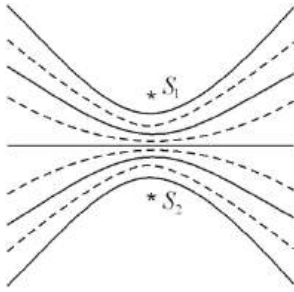


Рис.6.5.

Контрастність інтерференційної картини характеризують за допомогою параметра

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (6.35)$$

де I_{max} і I_{min} — інтенсивність світлих і темних смуг. Параметр V вперше ввів Майкельсон і його називають *функцією відності* (або просто *відністю*). Якщо інтенсивність темної смуги дорівнює нулю ($I_{min} = 0$), то $V = 1$, тобто когерентність променів максимальна. Для рівномірно освітленого екрана ($I_{max} = I_{min}$) і відність $V = 0$ (промені не когерентні).

Інтерференція квазімонохроматичного світла. Часова когерентність. У всіх описаних вище інтерференційних дослідах при їхній інтерпретації вважалось, що джерело випромінює монохроматичне світло (світло однієї частоти ν ($\Delta\nu = 0$), або однієї довжини хвилі λ ($\Delta\lambda = 0$)). Природно, що результати отримані для монохроматичного світла, мають обмежене застосування. В цьому параграфі ми з'ясуємо, до яких змін в інтерференційних явищах призводить врахування спектрального складу ($\Delta\lambda \neq 0$) реальних джерел світла.

Розглянемо найпростіший випадок, коли джерело випромінює дві дуже вузькі, близькі одна до одної спектральні лінії з частотами ω_1 і ω_2 . Якби випромінювання на кожній із частот

представляло собою нескінченну синусоїдальну хвилю, то результуюче випромінювання було б хвилею середньої частоти з амплітудою, що періодично змінювалась би. Але в дійсності випромінювання кожної із спектральних компонентів є хаотична послідовність більш — менш довгих хвильових цугів. Як правило, за час спостереження проходить багато цугів, коливання в яких ніяк не зв'язані за фазою. Тому можна вважати, що замість одного є два розташованих в одному місці джерела і незалежно одне від одного випромінюють хвилі з частотами ω_1 і ω_2 . При виконанні інтерференційних дослідів з такими джерелами кожна із хвиль створює свою інтерференційну картину і ці картини просто накладаються одна на одну.

Якщо частоти ω_1 і ω_2 (λ_1 і λ_2) мало відрізняються (таке світло називають квазімонохроматичним, тобто майже монохроматичним), то інтерференційні смуги в кожній картині мають майже однакову ширину (формула (6.33)). В тих випадках, де світлі смуги однієї картини накладаються на світлі смуги іншої, чіткість смуг в сумарній картині найбільша. Навпаки, там, де світлі смуги однієї картини співпадають з темними смугами іншої картини, чіткість смуг зменшується майже до повного їх зникнення. Дослідимо це питання кількісно. Інтенсивність результуючого коливання в точці P (рис.6.3) екрану визначається формулою (6.23), де різниця фаз двох коливань формула (6.2)) буде:

$$\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + (k_2 r_2 - k_1 r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02}, \quad (6.36)$$

або

$$\varphi = \Delta\omega t + \varphi_p, \quad (6.37)$$

де $\varphi_p = (k_2 r_2 - k_1 r_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02}$ — різниця фаз двох коливань в точці P , що визначається формулою (6.24). Якщо інтенсивності хвиль з частотами ω_1 і ω_2 однакові ($I_1 = I_2 = I_0$), то формула (6.23) перепишеться так:

$$I_P = 2I_0(1 + \cos(\Delta\omega t + \varphi_p)),$$

або

$$I_P = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\varphi_p}{2}\right). \quad (6.38)$$

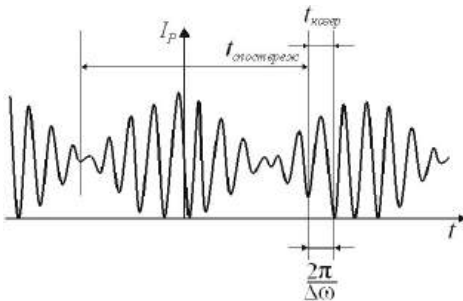


Рис.6.6.

Приблизний вид залежності інтенсивності світла в точці P від часу показаний на

рис.6.6 згідно формули (6.38). Якщо час спостереження в точці значний, то ні максимуму, ні мінімуму не зафіксуємо.

Для часу $t_{\text{спостереж}} > t_{\text{когерент}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ в точці P будуть пульсації інтенсивності. Якщо час спостереження дорівнює $t_{\text{когерент}} = 2\pi/\Delta\omega$, то в точці P буде або максимум, або мінімум інтерференційної картини. Час $t_{\text{когерент}}$ називається *часом когерентності*. Це такий проміжок часу, протягом якого випадкова зміна фази хвилі досягає значення π . Тоді

$$\frac{\Delta\omega}{2}(t + t_{\text{когерент}}) + \frac{\varphi_p}{2} - \left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\varphi_p}{2}\right) = \pi.$$

Звідси знаходимо, що

$$t_{\text{когерент}} = 2\pi/\Delta\omega = 1/\Delta\nu. \quad (6.39)$$

Якщо врахувати, що $\nu = c/\lambda$, то $|\Delta\nu| = c\Delta\lambda/\lambda^2$ і

$$t_{\text{когер}} = \lambda^2 / (c\Delta\lambda). \quad (6.40)$$

Відстань $l_{\text{когер}} = ct_{\text{когер}}$, на яку розповсюджується хвиля за час $t_{\text{когер}}$ називається *довжиною когерентності* (або довжиною цуга). Довжина когерентності є та відстань, на якій випадкова зміна фази хвилі досягає значення приблизно π . Для отримання інтерференційної картини методом поділу природної хвилі на дві частини необхідно, щоб оптична різниця ходу Δ була менша, ніж довжина когерентності $l_{\text{когер}}$. Ця вимога обмежує число видимих інтерференційних смуг, що спостерігаються за схемою, яка показана на рис.6.6. Із збільшенням номера смуги m різниця ходу зростає, внаслідок чого чіткість смуг (їх видність) стає меншою і меншою.

Довжині когерентності відповідає максимально можливий порядок інтерференції:

$$m_{\text{max}}\lambda \approx l_{\text{когер}} = \lambda^2 / \Delta\lambda.$$

Звідки

$$m_{\text{max}} \leq \lambda / \Delta\lambda. \quad (6.41)$$

Для білого світла (сонце, лампа розжарювання, дуга з вугільними електродами) ефективним діапазоном довжин хвиль для візуального спостереження є приблизно довжини хвиль від 0,4 до 0,7 мкм, тобто $\Delta\lambda \sim \lambda$. В цьому випадку $m_{\text{max}} \sim 1$ і інтерференційні смуги, здавалось би, спостерігатись не повинні. Дійсно, приймач випромінювання, який має однакову чутливість на різних ділянках спектру, наприклад термоелемент, покаже при переміщенні в полі зору поперек смуг майже рівномірний розподіл освітленості. Але око є селективний приймач із сильно

змінною чутливістю в залежності від довжини хвилі, що дає деяким хвилям перевагу перед іншими. Візуальне спостереження смуг в білому світлі полегшується, дякуючи здатності нашого зору розрізняти кольори, а не тільки інтенсивність світла. Тому в білому світлі око розрізняє біля десятка забарвлень інтерференційних смуг. Коли різниця ходу дорівнює нулю для деяких місць, куди обидві інтерферуючі хвилі приходять в однаковій фазі, умова максимуму виконується для всіх довжин хвиль. В цьому місці виникає ахроматична (тобто незабарвлена) світла смуга. По обидва боки від неї знаходяться забарвлені максимуми і мінімуми, а за ними поле зору здається оку рівномірно освітленим білим світлом. Таке походження чудових інтерфере-

ційних кольорів в тонких плівках мастила або бензину на поверхні води. Легко оцінити максимальну товщину плівки, при якій можливе візуальне спостереження інтерференції в білому світлі. Приймаючи $m_{max} \approx 10$ для максимальної можливої різниці ходу отримуємо $\Delta_{max} \sim 10\langle\lambda\rangle$, (де $\langle\lambda\rangle = 0,5$ мкм). При цьому товщина плівки вдвічі менша (промінь два рази проходить плівку): $h_{max} \sim 5\langle\lambda\rangle \sim 2,5$ мкм.

Роль кінцевих розмірів джерела світла на інтерференційну картину. Просторова когерентність. При аналізі інтерференційних дослідів первинне джерело хвиль вважалось точковим. Однак всі реальні джерела світла мають кінцеві розміри. Збільшення розмірів джерела, як і розширення спектру світла, яке

випромінюється, приводить до погіршення контрастності (видності) інтерференційних смуг і навіть до їх повного зникнення. Щоб в'яснити роль розмірів джерела будемо вважати тут випромінювання монохроматичним ($\Delta\lambda = 0$).

Протяжне джерело, яке світитиметься, складається із великого числа точкових взаємно некогерентних елементів. Тому інтенсивність в будь-якому місці дорівнює сумі інтенсивностей в інтерференційних картинах, що створюються окремими точковими елементами джерела.

В інтерференційних дослідах за методом поділу хвильового фронту [1] смуги на екрані перпендикулярні площині, в якій знаходяться первинне точкове джерело S і вторинні джерела S_1 і S_2 . Використання замість S

лінійного джерела (достатньо вузької щілини, яка витягнута перпендикулярно до цієї площини рис.6.4), збільшує інтенсивність S_1 і S_2 і не приводить до погіршення чіткості інтерференційних смуг. Однак збільшення ширини щілини приводить до того, що смуги стають менш чіткими або пропадають зовсім.

Якщо розміри джерела (тобто ширина щілини S) набагато менша довжини світлової хвилі, то інтерференційна картина буде різкою, оскільки різниця ходу променів, що інтерферують, від будь-якої точки джерела (по його ширині) до деякої точки спостереження P буде практично одна і та ж. Але, як правило, розміри джерела (ширина щілини) значно більша довжини хвилі, тому однакові інтерференційні картини від різ-

них його елементів зсунуті одна відносно одної. В результаті накладання цих картин інтерференційні смуги стають більш менш розмитими. Їх можна спостерігати тільки при використанні певних умов, які накладаються на геометрію експерименту. Ці умови розглянемо далі.

Розглянемо протяжне джерело світла, розміри якого

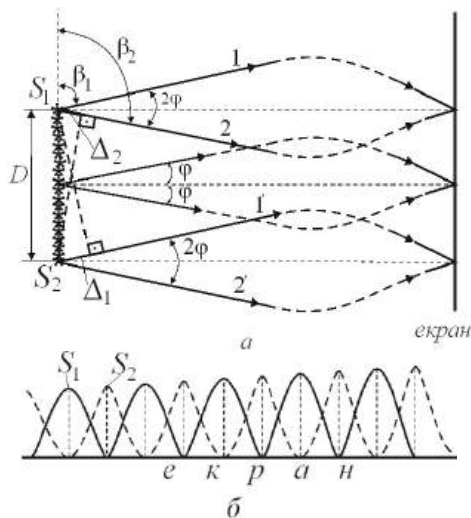


Рис.6.7.

D (це ширина щілини, яка освітлюється), - це відстань S_1S_2

(рис.6.7,а). Щілина розміщена перпендикулярно площині рисунка. Кожна точка (щілина) такого джерела (широку щілину розбиваємо на ряд паралельних вузьких щілин, які є джерелами світла) є точковим джерелом світла.

Розглянемо дві такі крайні точки S_1 і S_2 (рис.6.7,а), які є некогерентними світними точками. В інтерференційних дослідах світло від кожного джерела попадає в деяку точку спостереження на екрані двома різними шляхами (див. рис.6.3). Розглянемо випадок, коли промені, що інтерферують, виходять із кожної точки джерела симетрично відносно нормалі до лінії S_1S_2 . Нехай промінь, який іде від S_1 по одному із цих шляхів, утворює кут β_1 (промінь 1) із лінією S_1S_2 , а іншим шляхом –

кут β_2 (промінь 2). Для джерела S_2 відповідні промені 1' і 2'. Зсув двох інтерференційних картин на екрані, що створюються джерелами S_1 і S_2 визначається сумою різниць ходу Δ_1 променів 1 і 1' і Δ_2 променів 2 і 2'.

$$\Delta_1 = D \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) = D \cos \beta_1,$$

$$\Delta_2 = D \sin\left(\beta_2 - \frac{\pi}{2}\right) = -D \cos \beta_2.$$

Тоді

$$\Delta_1 + \Delta_2 = D(\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

Для симетричного випадку (рис.6.7,а) кут $\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi$, кут $\beta_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi$. Тоді $\Delta_1 + \Delta_2 = 2D \sin \varphi$. Якщо $\Delta_1 + \Delta_2 = 0$, то максимуми однієї картини співпадають з максимумами іншої. При $\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{\lambda}{2}$ світлі смуги інтерференційної картини від джерела S_1 суміщаються із темними смугами інтерференційної картини від джерела S_2

(рис.6.7,б). Тому умовою отримання хорошої інтерференційної картини від протяжного джерела можна прийняти нерівність

$$\Delta_1 + \Delta_2 = 2D \sin \varphi \leq \frac{\lambda}{2}. \quad (6.42)$$

Для випадку малого кута $\sin \varphi \approx \varphi$ і (6.42) можна переписати так:

$$D \leq \lambda / (2 \cdot 2\varphi), \quad (6.43)$$

де 2φ – кут між інтерферуючими променями, що виходять із джерела, називається **апертурою інтерференції**.

При великих апертурах спостерігати інтерференцію можна тільки від джерел, розміри яких менші довжини світлової хвилі. Якщо $\varphi \cong \pi/2$, тобто промені, що інтерферують, виходять із джерела майже в протилежних напрямках, то із (6.43) отримуємо, що його протяжність D повинна бути менша $\lambda/4$. Для спостереження інтерференції з

використанням джерела, розміри якого набагато більші довжини хвилі світла, геометрія експерименту повинна бути такою, щоб промені, які інтерферують, виходили із джерела під малим кутом один до одного.

В досліді з біпризмою Френеля (рис.6.8.) апертура інтерференції також практично однакова по всьому полю і дорівнює:

$$2\varphi = \frac{\alpha(n-1)b}{r+b} \approx 2\alpha(n-1)$$

(останнє справедливе при $r \ll b$). Підставляючи 2φ у (6.43), знаходимо, що $D \leq \lambda/(4\alpha(n-1))$. Наприклад, для $\lambda = 0,6\text{мкм}$, $\alpha = 30'$, $n = 1,5$ розмір джерела S (ширина щілини) повинен бути $D \leq 0,034\text{мм}$.

Інтерференційні схеми.

Біпризма Френеля. Описана вище інтерференційна картина

(рис.6.3) утворюється при інтерференції двох ідеальних монохроматичних хвиль однієї частоти. Але дослід показує, що отримати такі строго когерентні хвилі і спостерігати інтерференцію світла від двох незалежних реальних джерел (за винятком лазерів) неможливо. Це зумовлено наявністю у реальних джерел лінійних розмірів і самим механізмом випромінювання тілами світла. Відомо, що тіла випромінюють світло не у вигляді неперервної хвилі, а як послідовність коротких імпульсів або обірваних «шматків» хвиль, які називають цугами. Ці цуги ніяк не пов'язані між собою і мають випадкові початкові фази. Тому початкова фаза в реальному світловому пучку дуже швидко й безладно змінюється. Так само змінюється і різ-

ниця фаз у пучках від незалежних джерел, тобто вони є некогерентними. Тому у формулі (6.23) $\cos \varphi = 0$ і інтерференція відсутня. Але нестабільність початкових фаз можна подолати і спостерігати інтерференцію світла, скориставшись одним точковим монохроматичним джерелом (вузькою щілиною). Якщо поділити його випромінювання на два пучки й спрямувати їх так, щоби промені проходили до точок спостереження різні шляхи, то початкові фази в обох променях кожної миті будуть однаковими, і різниця фаз (формула (6.2)) не буде залежати від часу. Тому поділені промені будуть когерентними і можна буде спостерігати інтерференцію. На практиці для отримання когерентних променів використовують

різні способи поділу пучків, або інтерференційні схеми.

Френель у 1816 році одним із перших здійснив інтерференційний дослід. Як джерело використовувалась вузька щілина S , що опромінюється монохроматичним світлом із довжиною хвилі λ і розташована на деякій відстані r від біпризми паралельно до ребра, як показано на рис.6.8.[9]. Дві когерентні світлові хвилі отримувались в результаті розділення початкової світлової хвилі на дві використовуючи біпризму з кутом при вершині α , який дуже малий (біпризма Френеля). Біпризма Френеля має вигляд двох однакових призм із показником заломлення n і дуже малим заломлюючим кутом α , які з'єднані малими основами (рис.6.8). Мо-

жна вважати, що тут утворюються два уявних зображення

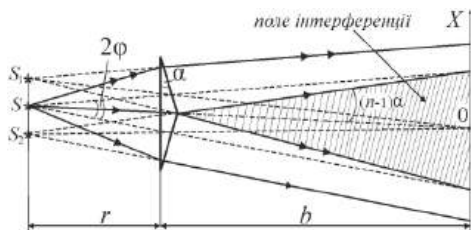


Рис.6.8.Інтерференційна схема з біпризмою Френеля.

S_1 і S_2 джерела S , які близько розташовуються, так як кожна половинка біпризми відхиляє промені на невеликий кут $(n - 1)\alpha$. Світло, що падає на біпризму, після заломлення в її половинках утворює два розбіжні пучки (позначені стрілочками на рис.6.8), які перекриваються (заштрихована площа на рис.6.8 - зона інтерференції). Тому в секторі перекривання пучків відбувається двопроменева інтерференція, яку можна спостерігати у вигляді світлих і темних смуг на екрані розміщеному на

деякій відстані b від біпризми. Ширина смуги визначається формулою (6.33), в якій $l = r + b$, а відстань між когерентними джерелами d визначається із закону заломлення і при малому заломлюючому куті біпризми α дорівнює: $d = 2r\alpha(n - 1)$. Отже, в досліді з біпризмою Френеля ширина інтерференційної смуги на екрані дорівнює

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda(r + b)}{2r\alpha(n - 1)}.$$

Звідки

$$\lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{r + b}.$$

Тому у даній роботі, вимірюючи ширину інтерференційної смуги Δx та визначаючи відстань між уявними джерелами d при заданій відстані від біпризми до екрана, можна визначити довжину хвилі в максимумі пропускання світлофільтра,

який використовується в експерименті.

Лабораторна робота

Опис установки для спостережень і вимірів та методика вимірювань. Експериментальна установка це оптична лава – масивна рейка з напрямними, на якій на спеціальних підставках (рейтерах) встановлені всі елементи оптичної схеми (рис.6.9). Пучок світла від освітлювача проходить через змінний світлофільтр і потрапляє на розсувну щілину (рис.6.10,*а*), яка виконує роль лінійного джерела, а потім на біпризму Френеля (рис.6.10,*б*) [17].



Рис.6.9.

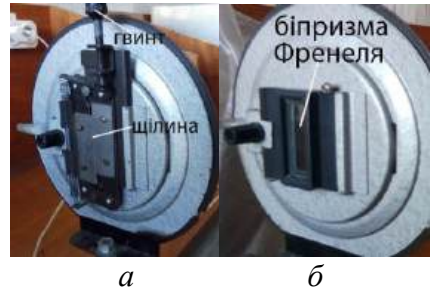


Рис.6.10.

Інтерференційна картина (рис.6.11), що виникає при накладенні когерентних пучків від біпризми, спостерігається через окуляр мікрометра (рис.6.12).

У полі зору окуляра око бачить збільшене зображення інтерференційних смуг (рис.6.11), а також дві діагональні нитки, що перетинаються, та горизонтальну шкалу для визначення координат і ширини інтерференційних смуг. Для визначення відстані між уявними когерентними джерелами, утвореними біпризмою, між нею та окуляром установлюється

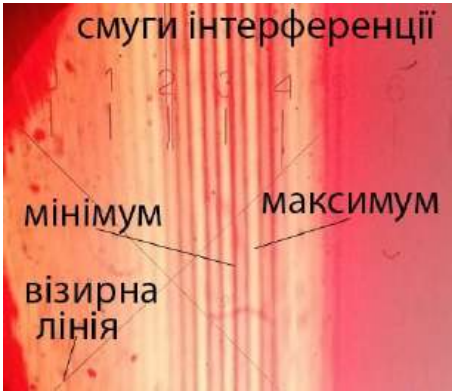


Рис.6.11. Інтерференційна картина в окулярі мікроскопа для різних світлофільтрів.

допоміжний об'єктив (збиральна лінза) з відомою фокусною відстанню F .

Налаштування установки. Для спостереження чітких

інтерференційних смуг і проведення якісних вимірів установка має бути відповідно налаштована або, як говорять – від'юстована. Для цього передбачена можливість переміщення всіх елементів як уздовж, так і впоперек осі системи. Для налаштування необхідно: – при ширині щілини ≈ 1 мм установити елементи системи так, щоби щілина й ребро біпрізми були паралельними, а світловий пучок від щілини порівну освітлював половинки біпрізми і після неї потрапляв до окуляра; – поступово зменшувати ширину щілини до появи в полі зору окуляра світлих і темних смуг. Зменшувати ширину щілини далі до величини, при якій ще забезпечується необхідна для спостережень яскравість картини; – акуратно повертаючи біпрizmu на

малий кут навколо осі системи, підібрати таке положення, при якому інтерференційна картина в окулярі буде максимально чіткою; – при всіх наступних діях положення елементів системи має залишатися незмінним. **Завваження:** юстування необхідно виконувати під наглядом викладача або лаборанта.

Виміри. Щоб визначити довжину хвилі за формулою (6.33), потрібно виміряти ширину смуги Δx , відстань l , та відстань між двома уявними джерелами S_1 та $S_2 - d$.

Визначення ширини інтерференційної смуги і їх кількості

1. Переміщуючи окуляр за допомогою мікрометричного гвинта (рис.6.11 і 6.12), виставити візирну лінію на якусь темну смугу з лівого краю інтерференційної картини (рис.6.13) і при-

писати їй номер 0. Зафіксувати координату цієї смуги x_0 по лімбі мікрометра (рис.6.12).



Рис.6.12. Окулярмікрометр.

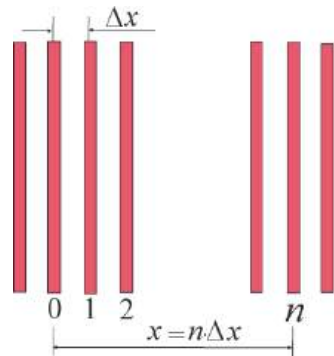


Рис.6.13. Схема інтерференційних смуг.

2. Перемістити візирну лінію на якусь темну смугу, наприклад з номером $n = 10$, у правій частині інтерференційної картини і зафіксувати її координату x_n (рис.6.13).

3. Вирахувати різницю координат $x = x_n - x_0$ і занести

її до таблиці 6.1. Виміри п.п. 1-3 повторити 3 рази.

4. Підрахувати загальну кількість смуг N , які можна розрізнити в полі зору окуляра, та занести її до таблиці табл. 6.1.

Визначення відстані між уявними джерелами та довжини хвилі. Вимірювання відстані d між джерелами S_1 та S_2 прямо неможливо, оскільки джерела у даному випадку уявні. Тому d необхідно виразити через інші величини, які можна виміряти експериментально. Ця задача розв'язується за допомогою лінзи (рис.6.14). Установити на рейці між біпрізмою та окуляром допоміжний об'єктив (збиральну лінзу).

Пересуваючи її по рейці, отримати в полі зору окуляр мікроскопа дві яскраві та максимально різкі лінії (рис.6.15), що

є дійсними зображеннями S'_1 та S'_2 уявних когерентних джерел

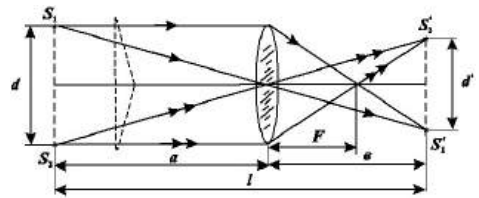


Рис.6.14.

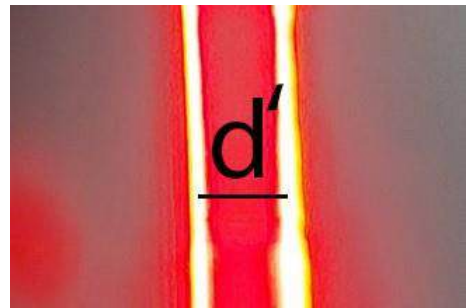


Рис.6.15.

створених біпрізмою S_1 та S_2 . Хід променів через лінзу показаний на рис.6.14. Відстань d' між зображеннями S'_1 і S'_2 (рис.6.14 і 6.15) можемо вже визначити за допомогою окулярмікроскопа. За формулою тонкої лінзи можемо записати, що

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{l}{a \cdot b}. \quad (6.44)$$

Збільшення лінзи

$$\Gamma = \frac{s_1' s_2'}{s_1 s_2} = \frac{d'}{d} = \frac{b}{a}. \quad (6.45)$$

Перемножуючи рівняння (6.44) і (6.45), одержимо вираз для d :

$$d = \frac{l \cdot F}{b^2} d'. \quad (6.46)$$

Якщо підставимо (6.46) у (6.33), одержимо формулу для розрахунку λ , в якій всі величини легко вимірюються на досліді:

$$\lambda = \frac{d'}{b^2} \cdot F \Delta x, \quad (6.47)$$

або врахувавши, що $b = \frac{aF}{a-F}$, формулу (6.47) можна переписати і отримати **робочу формулу**:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\Delta x \cdot d' (a - F)^2}{a^2 F} = \\ &= \frac{(x_n - x_0) \cdot d' (a - F)^2}{n a^2 F}. \end{aligned} \quad (6.48)$$

**Додаткове завдання
(виконується за вказівкою викладача):**

1. Переконайтесь про вплив монохроматичності світла на інтерференційну картину і справедливості формули (6.41).

Для інтерференційної картини з фільтром підрахувати максимальну кількість інтерференційних смуг, які спостерігаються в окулярі мікрометра N . Потім прибрати світлофільтр і спостерігати інтерференційну картину в білому світлі $\lambda \approx (0,4 \div 0,7) \mu\text{м}$. Знову підрахувати та занести до табл. 6.1 максимальну кількість смуг N' , що спостерігаються. Порівняти N' із N кількістю інтерференційних смуг при спостереженні картини із світлофільтром.

2. Переконайтесь про вплив розмірів джерела світла на інтерференційну картину. Для цього спостерігати інтерференційну картину із світлофільтром. За допомогою гвинта (рис.6.10,*a*) дуже незначно збільшити ширину щілини і переконайтесь, що інтерференція зни-

кас. При зменшенні ширини щілини інтерференція появляється знову.

Обробка результатів для кожного із змінних світлофільтрів:

1. За даними таблиці обчислити середнє значення відстані для n смуг інтерференції, як

$$\langle x \rangle = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 (x_{ni} - x_{0i}),$$

та ширину інтерференційної смуги $\Delta x = \frac{\langle x \rangle}{n}$ (n може бути 1, 2, ..., 10 і т.д. див.рис.6.13). Величину Δx занести до таблиці 6.1.

2. За даними таблиці обчислити та занести до таблиці 6.1 середнє значення відстані між дійсними S'_1 і S'_2 зображеннями уявних джерел S_1 та S_2 в об'єктиві окуляра мікрометра

$$\langle d' \rangle = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 d'_i.$$

3. За даними таблиці 6.1 та формулою (6.48) розрахувати

та занести до таблиці довжину хвилі λ в максимумі пропускання світлофільтра.

4. Використовуючи отримане значення λ та максимальну кількість смуг N із таблиці, за формулою (6.41) оцінити ширину смуги пропускання $\Delta\lambda$ і занести її до таблиці 6.1.

5. Розрахувати невизначеність визначення довжини хвилі для одного із фільтрів. Записати кінцевий результат вимірювання. (див. додаток 15)

Контрольні запитання

1. У чому суть явища інтерференції?

2. При яких умовах має місце явище інтерференції?

3. Який зв'язок між явищем інтерференції і додаванням коливань однакового напрямку з однаковими частотами?

4. Дати визначення когерентності хвиль. Які властивості

когерентних хвиль? Чому світлові хвилі, що випускаються звичайними джерелами, не когерентні?

5. Які джерела світла називаються монохроматичними? Чи завжди монохроматичні джерела світла є когерентними?

6. Які відомі способи отримання когерентних хвиль оптичного діапазону? Привести приклади. Пояснити їх суть.

7. Чому відстань між когерентними джерелами коливань S_1 і S_2 повинна бути значно меншою відстані від цих джерел до екрану, на якому спостерігається інтерференція?

8. Що представляє собою світло у вузькому і широкому розумінні?

9. Дати визначення оптичної довжини шляху. Що називається оптичною і геометричною різницею ходу променів (хвиль)?

10. Як визначається інтенсивність світла?

11. Як змінюється довжина світлової хвилі при переході із одного середовища в інше з різними показниками заломлення. Відповідь пояснити і аргументувати.

12. Записати та пояснити умову максимального підсилення та послаблення електромагнітних хвиль внаслідок інтерференції.

13. На що вказувала відсутність інтерференції променів, які поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках?

14. Дати визначення ширини інтерференційної смуги. Від яких величин залежить ширина інтерференційної смуги?

15. Дайте визначення часу когерентності та довжини когерентності. Чому максимальна різниця ходу двох когерентних променів не повинна перевищувати довжину когерентності при спостереження інтерференції?

16. Як визначається максимально можливий порядок

інтерференції? Від чого він залежить?

17. Пояснити, чому для видимого світла, для якого $\Delta\lambda \sim \lambda$, ми бачимо цілий ряд різнокольорових інтерференційних смуг?

18. Як впливають розміри джерела світла на якість інтерференційної картини? Що таке апертура інтерференції і що вона визначає?

19. Побудувати хід променів від лінійного джерела світла через біпризму Френеля та показати зону інтерференції.

20 Чому заломлюючі кути біпризми повинні бути дуже малими? Відповідь аргументувати.

21. Розкажіть про призначення приладів, які використовуються у лабораторній роботі.

22. Розкажіть порядок виконання роботи та обробки результатів вимірювань.

23. Наведіть приклади інтерференції електромагнітних хвиль у природі та техніці. Роз-

кажіть про застосування явища інтерференції.

24. Пояснити явище «втрати півхвилі» при відбиванні хвиль від перешкоди.

Таблиця 6.1

світлофільтр:	червоний	зелений
N'		
N		
n		
$x_i, \text{мм}$		
$x = \langle x_i \rangle$,мм		
$d', \text{мм}$		
$d' = \langle d' \rangle$, мм		
$F, \text{мм}$		
$a, \text{мм}$		
$\lambda, \text{мкм}$		
$\Delta\lambda, \text{мкм}$		
$U(\lambda), \text{мкм}$		
кінцевий запис результату $\lambda = \langle \lambda \rangle \pm$ $U(\lambda)$ мкм		
$\delta\lambda, \%$		

7. Вивчення дифракційної решітки

Мета роботи

1. Вивчити явище дифракції світла за допомогою дифракційної решітки.

2. Визначити сталу (період) дифракційної решітки.

3. Визначити довжини хвиль ліній випромінювання лазерів.

4. Розрахувати кутову дисперсію (додаткове завдання: роздільну здатність дифракційної решітки).

5. Розрахувати невизначеність визначення довжини хвилі випромінювання лазера.

6. Записати кінцевий результат визначення довжини хвилі випромінювання лазера.

7. Зробити висновки по роботі.

Теорія

Дифракція хвиль

Дифракція хвиль (від латинського *diffractus* – розламаний, заломлений), в початковому вузькому смислі – огинання хвилями перешкод, в сучасному більш широкому – будь-

яке відхилення від законів геометричної оптики. При такому загальному тлумаченні дифракція хвиль переплітається з явищами розповсюдження і розсіювання хвиль в неоднорідних середовищах. Внаслідок дифракції хвилі можуть попадати в область геометричної тіні: огинати перешкоди, стелитись вздовж поверхонь, проникати через невеликі отвори в екранах і т.п. Наприклад, звук можна почути за кутом будинку або радіохвиля може проникати за горизонт навіть без відбивання від іоносфери. В явищах дифракції світла, як і в інтерференції, на перший план виступають хвильові властивості світла. Для спостереження дифракції світлових хвиль необхідно створити спеціальні умови. Це зумовлено малою довжиною світлових хвиль.

Між інтерференцією і дифракцією немає суттєвої фізичної різниці. Суть обох явищ в перерозподілі світлового потоку в результаті суперпозиції хвиль. Через історичні причини перерозподіл інтенсивності, що виникає в результаті суперпозиції хвиль, що збуджується кінцевим числом дискретних когерентних хвиль, прийнято називати інтерференцією хвиль. **Перерозподіл інтенсивності, що виникає внаслідок суперпозиції хвиль, які збуджуються когерентними джерелами, що розташовані неперервно, прийнято називати дифракцією хвиль.** Тому і говорять, наприклад, про інтерференційну картину від двох вузьких щілин і про дифракційну картину від однієї щілини.

Спостереження дифракції здійснюється, як правило, за

такою схемою (рис.7.1). На шляху світлової хвилі, що розповсюджується від деякого джерела S_0 , розміщують непрозорий екран з малим отвором, розміри якого D (наприклад, порядку або менші довжини хвилі λ). За перешкодою розташований екран, на якому виникає дифракційна картина.

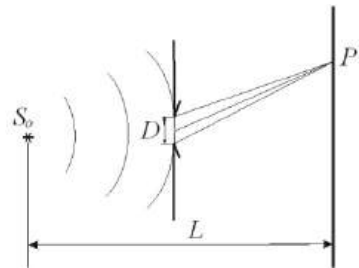


Рис.7.1.

Структура дифракційного поля на екрані суттєво залежить від відстані L між джерелом S_0 і точкою спостереження P . Розрізняють **дифракцію Френеля**, якщо $L \sim D^2 / \lambda$ і **дифракцію Фраунгоферову** при $L \gg D^2 / \lambda$. Дифракцію Фраунгоферову мо-

жна спостерігати, якщо між джерелом S_0 і отвором, а також між отвором і екраном розмістити по збиральній лінзі так, щоб точки S_0 і P опинились у фокальних площинах відповідної лінзи.

Принцип Гюйгенса–Френеля. Перше пояснення дифракції світла було дане Френелем в 1818 р. У своїй роботі він показав, що кількісне описання дифракційних явищ можливе на основі принципу Гюйгенса, якщо його доповнити принципом інтерференції вторинних хвиль. Кірхгоф в 1882 р. дав строге математичне обґрунтування принципу Гюйгенса – Френеля.

В рамках електромагнітної теорії світла для описання дифракційних явищ не потрібно вводити які-небудь нові принципи. Але точний розв'язок за-

дачі про розповсюдження світла на основі рівнянь Максвелла із відповідними граничними умовами містить великі математичні складнощі. В більшості випадків, які мають практичний інтерес, наближений метод розв'язання задачі про розподіл світла біля границі між світлом і тінню, що оснований на принципі Гюйгенса – Френеля, є достатнім.

Згідно *принципу Гюйгенса*, кожна точку, до якої прийшла хвиля від джерела, можна прийняти за центр вторинних хвиль, що розповсюджуються у всі сторони. Результуюча хвиля розглядається як накладання вторинних хвиль. Гюйгенс вважав, що окремі вторинні хвилі не мають періодичності, що вони дуже слабкі і помітну дію виконує тільки їх обвідна. При

такому довільному припущенні принцип Гюйгенса дає тільки деякий рецепт побудови хвильових фронтів, тобто поверхонь, до яких дійшло світлове збурення. Побудови Гюйгенса наглядно пояснюють закони прямолінійного розповсюдження, відбивання і заломлення світла. Але в цих побудовах не використовується поняття довжини хвилі, тому вони не дозволяють визначити умови застосування згаданих законів.

Френель вклав в принцип Гюйгенса ясний фізичний зміст, відказавшись від штучного припущення про обвідну вторинних хвиль, і розглядав повне світлове поле як результат *інтерференції вторинних хвиль*. При цьому не тільки отримав фізичне пояснення принципу Гюйгенса (до точок на обвідній всі вто-

ринні хвилі приходять в однаковій фазі), але і з'явилась можливість розрахунку розподілу світлового поля в просторі. Вивчаючи розподіл світла біля межі між світлом і тінню на основі принципу Гюйгенса - Френеля, можна отримати кількісний опис дифракційних явищ.

Принцип Гюйгенса – Френеля можна виразити такими положеннями:

1) під час розрахунку амплітуди світлових коливань, що збуджуються джерелом S_0 в довільній точці P , джерело S_0 можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – малих ділянок dS будь-якої замкненої допоміжної поверхні S проведеної так, щоб вона охоплювало джерело S_0 і не охоплювала точку P , яка розглядається (рис.7.2);

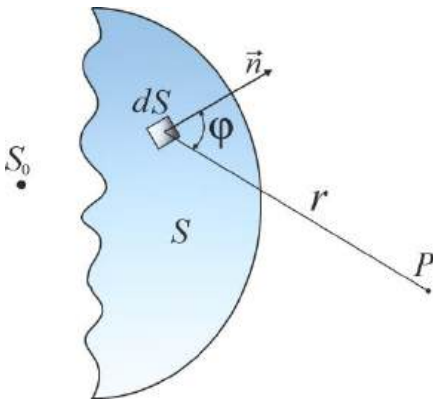


Рис.7.2.

2) вторинні джерела, які еквівалентні джерелу S_0 , когерентні між собою, тому вторинні хвилі, збуджені ними, інтерферують і розрахунок інтерференції найбільш простий, якщо S — хвильова поверхня для світла джерела S_0 , оскільки при цьому фази коливань всіх вторинних джерел однакові;

3) амплітуда dE_p коливань, що збуджуються в точці P вторинним джерелом, пропорційна до площі відповідної ділянки хвильової поверхні, оберне-

но пропорційна до відстані r від неї до точки P і залежить від кута φ між зовнішньою нормаллю \vec{n} до хвильової поверхні і напрямком від елемента dS до точки P (рис.7.2):

$$dE_p = K(\varphi) \frac{a_0}{r} dS \cos(\omega t - kr + \alpha_0), \quad (7.1)$$

де $(\omega t + \alpha_0)$ — фаза коливань вторинних джерел dS хвильової поверхні, a_0 — величина, яка пропорційна амплітуді первинних хвиль одиниці хвильової поверхні в точках елемента поверхні dS ; $K(\varphi)$ коефіцієнт, який монотонно спадає від 1 при $\varphi = 0$ до 0 при $\varphi \geq \pi/2$ (вторинні джерела не випромінюють назад); кут φ називається кутом дифракції [9]. Багато практично важливих задач дифракції можна розв'язати при цих досить загальних припущеннях відносно

$K(\varphi)$, не уточнюючи конкретної залежності K від φ .

4) Якщо частина поверхні S закрита непрозорими екранами, то вона не випромінює енергію, а інші випромінюють так само, як і за відсутності екранів. Врахування амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє в кожному конкретному випадку знайти амплітуду результуючої хвилі в довільній точці простору, тобто визначити закономірності поширення світла. В загальному випадку розрахунок інтерференції вторинних хвиль досить складний і громіздкий, однак для ряду випадків знаходження амплітуди результуючого коливання здійснюється алгебраїчним або геометричним додаванням. Результуюче коливання в точці P є суперпозицією коливань dE_p ,

взятих для всієї хвильової поверхні S :

$$E_p = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (7.2)$$

Ця формула є аналітичним виразом принципу Гюйгенса - Френеля.

Дифракція Фраунгофера. Найбільший практичний інтерес мають дифракційні явища, які спостерігаються при падінні на екран (або на отвір в екрані) паралельного пучка світла. В результаті дифракції пучок втрачає паралельність, тобто появляється світло, яке розповсюджується в напрямках, що відрізняються від початкового. Розподіл його інтенсивності на дуже великій (в граничному випадку нескінченно великій) відстані від екрана відповідає *дифракції Фраунгофера*. Хвилі, які виникають в результаті обме-

ження фронту падаючої «плоскої» хвилі при проходженні через отвір в екрані називаються *дифракційними*, а нормалі до їхніх хвильових поверхонь – дифракційними променями. Вони не існують в рамках геометричної оптики.

Дифракція на одній щілині. Нехай паралельний пучок монохроматичного світла падає нормально на непрозору плоску поверхню, в якій прорізано вузьку щілину, що має сталу ширину b і довжину $l \gg b$ (рис.7.3).

Розмістимо за щілиною збиральну лінзу, а у фокальній площині лінзи – екран. Хвильова поверхня падаючої хвилі, площина щілини і екран паралельні один одному. Оскільки щілина вузька, картина, яка спостерігається в будь-якій площині, що

перпендикулярна щілині, буде однаковою. Тому достатньо дослідити характер картини в

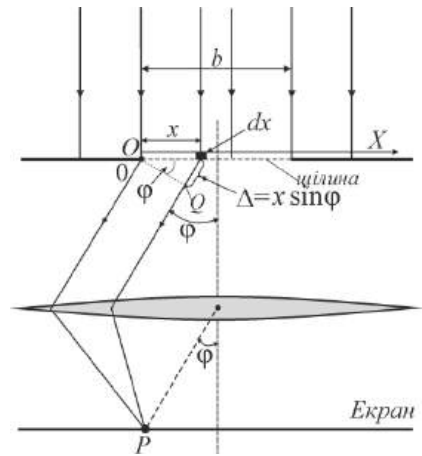


Рис.7.3.

одній такій площині, наприклад, в площині рис.7.3. Всі величини, що будуть вводиться в подальшому, наприклад, кут φ між променем і оптичною віссю лінзи, відносяться до цієї площини. Скористаємось аналітичним виразом принципу Гюйгенса - Френеля (формула (7.1)). Розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні на паралельні

краю щілини елементарні зони, ширина яких dx .

Вторинні хвилі, що посиляються цими зонами в напрямку, який визначається кутом φ , зберуться в точці екрану P (рис.7.3). Лінза збирає у фокальній площині плоскі (а не сферичні) хвилі. Тому множник $1/r$ у виразі (7.1) для dE_P для випадку дифракції Фраунгофера буде відсутній. Якщо обмежитись розглядом невеликих кутів φ , коефіцієнт $K(\varphi)$ у формулі (7.1) можна вважати постійним і прийняти за одиницю. Тоді амплітуди коливань, які збуджуються зоною в будь-якій точці екрану, будуть залежати від площі зон. Площа пропорційна ширині зони dx . Отже, амплітуда коливання dE_P , яке збуджується зоною, ширина якої dx , влюбій точці екрану має вид $a_0 dx/b$.

Тут a_0 амплітуда хвилі, яка падає на щілину.

Тепер визначимо фазові співвідношення між коливанням dE_P . Співставимо фази коливань, які збуджуються в точці P елементарними зонами з координатами 0 і x (рис.7.3). Оптичні шляхи OP і QP однакові. Тому різниця фаз між коливаннями, які розглядаються, утворюється на шляху Δ , який дорівнює $x \sin \varphi$ (рис.7.3). Якщо фазу коливань, що збуджується елементарною зоною, яка примикає до лівого краю щілини ($x = 0$), прийняти ωt , то фаза коливань, яка збуджується зоною з координатою x , буде дорівнювати:

$$\omega t - 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi,$$

де λ – довжина хвилі в даному середовищі.

Таким чином, коливання, що збуджуються елементарною зоною з координатою x , в точці P , положення якої на екрані визначається кутом φ , може бути представлено у вигляді

$$dE_P = \frac{a_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\varphi\right) dx.$$

Згідно принципу Гюйгенса – Френеля (7.2) результуюче коливання, яке збуджується в точці P відкритою ділянкою хвильової поверхні, знайдемо, проінтегрувавши dE_P по всій ширині щілини:

$$\left\{ \begin{aligned} E_P &= \int_0^b \frac{a_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\varphi\right) dx = \\ &= \frac{a_0}{b} \left(-\frac{\lambda}{2\pi \sin\varphi}\right) \left(\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin\varphi\right) - \sin\omega t\right) = \\ &= a_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right). \end{aligned} \right.$$

При цьому була використана формула:

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2}.$$

Амплітуда A_φ результуючого коливання в точці P , положення якої визначається кутом φ , буде:

$$A_\varphi = \left| a_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)} \right|. \quad (7.3)$$

Для точки, яка лежить навпроти центра лінзи, $\varphi=0$. Підстановка цього значення у формулу (7.3) дає значення амплітуди a_0 . Цей результат можна отримати більш простим шляхом. При $\varphi = 0$ коливання від всіх елементарних зон приходять в точку P в однаковій фазі. Тому амплітуда результуючого коливання дорівнює алгебраїчній сумі амплітуд коливань, які додаються.

При значеннях φ , які задовільняють умові $\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda} = \pm k\pi$, тобто у випадку, якщо

$$b \sin\varphi = k\lambda \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (7.4)$$

амплітуда A_φ дорівнює нулю. Таким чином, умова (7.4) визначає положення **мінімумів** амплітуди (інтенсивності). Відзначи-

мо, що $b \sin \varphi$ є різниця ходу Δ променів, які йдуть в точку P від країв щілини (див. рис.7.3).

Умову (7.4) легко отримати із наступних міркувань. Якщо різниця ходу Δ від країв щілини дорівнює $k\lambda$, відкриту частину хвильової поверхні можна розбити на $2k$ однакових за шириною зон, причому різниця ходу від країв кожної зони буде дорівнювати $\lambda/2$ (рис.7.4), який виконаний для $k=2$.

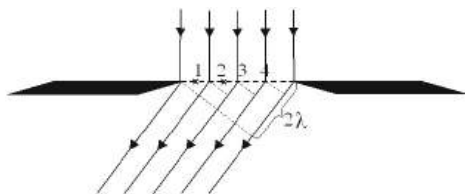


Рис.7.4.

Коливання від кожної пари сусідніх зон взаємно компенсують одне одного, так що результуюча амплітуда дорівнює нулю. Якщо для точки P різниця ходу Δ дорівнює $(k + 1/2)\lambda$,

число зон буде непарним, дія однієї із них буде некомпенсованою і буде спостерігатись максимум інтенсивності. Інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди. Отже, у відповідності з (7.3)

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2((\pi b \sin \varphi)/\lambda)}{((\pi b \sin \varphi)/\lambda)^2}, \quad (7.5)$$

де $I_0 = a_0^2$ – інтенсивність в центрі дифракційної картини (напроти центра лінзи), I_{φ} – інтенсивність в точці, положення якої визначається даним значенням φ .

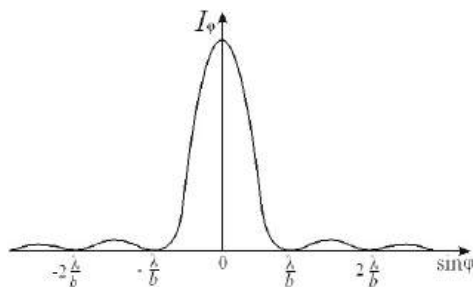


Рис.7.5.

Із формули (7.5) отримується, що $I_{-\varphi} = I_{\varphi}$. Це означає,

що дифракційна картина симетрична відносно центра лінзи.

Графік функції (7.5) зображений на рис.7.5. По осі абсцис відкладені значення $\sin\varphi$, по осі ординат – інтенсивність I_φ . Між мінімумами інтенсивності, які визначаються умовою (7.4), знаходяться максимуми різних порядків. Їх положення знаходяться із умови:

$$\frac{dI_\varphi}{du} = 0, \text{ де } u = \frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}, \text{ а}$$

$$I_\varphi = I_0((\sin u)/u)^2.$$

Диференціювання I_φ по u і порівнювання похідної до нуля дає рівняння $\operatorname{tgu} = u$, яке має корені $u_0 = 0$; $u_1 = 1,43\pi$; $u_2 = 2,46\pi$; $u_3 = 3,47\pi$ і т.д. Це дає, що для максимумів

$$\begin{aligned} \sin\varphi_0 &= 0; \sin\varphi_1 = \\ &\pm 1,43\lambda; \sin\varphi_2 = \pm 2,46\lambda; \\ \sin\varphi_3 &= \pm 3,47\lambda \text{ і т.д.} \end{aligned}$$

Практично можна вважати, що максимуми знаходяться посередині між сусідніми мінімумами. Значення інтенсивності в максимумах швидко спадає із збільшенням порядку. Їх відношення приблизно можна виразити у вигляді

$$\begin{aligned} 1: 0,0472: 0,0165: \dots = \\ = 1: (2/(3\pi))^2 : (2/(5\pi))^2: \end{aligned} \quad (7.6)$$

що отримується із (7.5).

Таким чином, основна частина світлового потоку зосереджена в центральній смужці між мінімумами порядків $k=\pm 1$, тобто в межах кутів $-\varphi_1 < \varphi < \varphi_1$, де $\sin\varphi_1 = \pm\lambda/b$. Кутова ширина максимуму зменшується при збільшенні ширини b щілини, якщо $\varphi \ll 1$, то $\varphi_1 \approx \lambda/b$. Центральний максимум стає різким, перші мінімуми присутуються ближче до центра картини. Висота максимума інтен-

сивності пропорційна квадрату ширини щілини, так як зростаючий пропорційно b світловий потік розповсюджується в межах спадного кута ($\varphi \sim 1/b$). Відносна інтенсивність залишається незмінною: розподіл світла по максимумах різних порядків (7.6) не залежить від ширини щілини. При звуженні щілини картина розширюється, а її яскравість зменшується. Кількість мінімумів інтенсивності визначається відношенням ширини щілини b до довжини хвилі λ . Із умови (7.4) виходить, що $\sin\varphi_1 = \pm\lambda/b$. Модуль $\sin\varphi$ не може перевищувати одиницю. Тому $k\lambda/b \leq 1$, звідки

$$k \leq b/\lambda. \quad (7.7)$$

При ширині щілини, яка менша довжини хвилі, мінімуми взагалі не виникають. В цьому випадку інтенсивність світла

монотонно спадає від середини картини до її країв. Якщо $b=2\lambda$, то k може приймати значення 1 і 2. Це значить, що будуть проявлятися чотири мінімуми і за щілиною буде розповсюджуватись *три когерентних пучки світла* (центральный і два бічних максимуми).

Отримані результати можна використати для оцінки дифракційної розбіжності пучків світла, ширина яких обмежена, наприклад, в результаті проходження через діафрагму. Основна частина світлого потоку приходить на центральний дифракційний максимум, тому його ширину можна прийняти як оцінку кутової розбіжності $\Delta\varphi$ пучка з поперечним перерізом a :

$$\Delta\varphi \sim \lambda/a. \quad (7.8)$$

Це кутове розширення пучка обумовлене хвильовою приро-

дою світла і його в принципі не можна усунути при заданій ширині перерізу пучка. Строго паралельних світлових пучків не існує. На шляху, довжина якої l , пучок зазнає дифракційного розширення порядку $l \cdot \Delta\varphi = \lambda l/a$. Цим розширенням можна знехтувати тільки тоді, коли воно мале порівняно з початковою шириною пучка, тобто при $l \cdot \Delta\varphi \ll a$, або $\lambda l \ll a^2$. В таких умовах пучок приблизно можна вважати паралельним і використовувати для його описання геометричну оптику.

Пучок світла з мінімально можливою при даному діаметрі a кутовою розбіжністю $\Delta\varphi \sim \lambda/a$ формується в результаті інтерференції вторинних хвиль від всього поперечного перерізу. Така інтерференція можлива тільки тоді, коли світлові коли-

вання когерентні по всьому поперечному перерізу пучка. *Висока просторова когерентність лазерного пучка* обумовлена самою природою процесу випромінювання світла (вимушене випромінювання) і пояснює його малу розбіжність.

Якщо плоска хвиля падає на щілину похило під кутом φ' до нормалі, то різниця ходу між вторинними хвилями, які розповсюджуються від країв щілини в напрямку φ , буде $b(\sin\varphi - \sin\varphi')$. Умова дифракційних мінімумів замість (7.4) приймає вид $b(\sin\varphi - \sin\varphi') = k\lambda$. Кутовий розподіл інтенсивності як і раніше визначається формулою (7.5), в якій тепер $\sin\varphi$ слід замінити на $\sin\varphi - \sin\varphi'$. Центральний максимум дифракційної картини розташований при

$\varphi = \varphi'$, тобто в напрямку падаючої хвилі.

Дифракційна решітка.

Важливе практичне застосування має явище дифракції Фраунгофера на системі із великої кількості паралельних щілин, які знаходяться на однакових відстанях одна від одної. Так побудована найпростіша *дифракційна решітка*, яку виготовив в 1786 р. астроном Ріттенгауз, була у вигляді натягнутих на рамку паралельних тонких дротин. Починаючи з Фраунгофера, який виконав в 1821р. перші дослідження за допомогою дифракційного спектроскопа, решітки виготовляють методом нанесення штрихів на поверхню скляної або металічної пластинки. Дифракційною решіткою можна вважати будь-який пристрій, який забезпечує просторову пе-

ріодичну модуляцію падаючої світлової хвилі за амплітудою або фазою. Відстань d між серединами сусідніх щілин називається *періодом* решітки (рис.7.6).

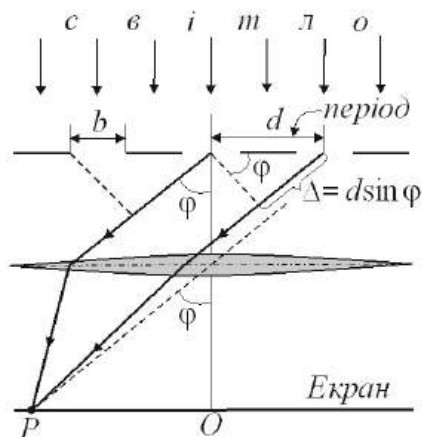


Рис.7.6.

Розташуємо паралельно до решітки збиральну лінзу, в фокальній площині якої поставимо екран. З'ясуємо характер дифракційної картини, яка отримується на екрані при падіння на решітку плоскої світлової хвилі (для простоти будемо вважати, що хвиля падає на решітку нормально). Кожна із щі-

лин дасть на екрані картину, яка описується кривою, зображеною на рис.7.5. Картини від всіх щілин прийдуться на одне і те саме місце екрану (незалежно від положення щілини, центральний максимум лежить навпроти центра лінзи).

Якщо коливання, які приходять в точку P від різних щілин, були б некогерентні, то результуюча картина від N щілин відрізнялась би від картини, яка створюється однією щілиною, тільки тим, що всі інтенсивності зросли би в N раз. Однак коливання від різних щілин є в більшій чи меншій мірі когерентні; тому результуюча інтенсивність буде відмінна від NI_φ (I_φ – інтенсивність, що створюється однією щілиною, формула (7.5)).

В подальшому ми будемо вважати, що світлові коливання

падаючої хвилі по всьому її поперечному перерізу є когерентні і переріз набагато перевищує довжину решітки, так що коливання від всіх щілин можна вважати когерентними одне відносно одного. В цьому випадку результуюче коливання в точці P , положення якої визначається кутом φ , буде сума N коливань з однаковими амплітудами A_φ (7.3), зсунутими одне відносно одного по фазі на одну і ту ж величину δ .

Результатом такої багатопроменевої інтерференції є такий розподіл інтенсивності на екрані

$$I_{\text{грат}} = I_\varphi \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}. \quad (7.9)$$

Із рис.7.6 видно, що різниця ходу від сусідніх щілин дорівнює $\Delta = d \sin \varphi$. Отже, різниця фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi, \quad (7.10)$$

де λ – довжина хвилі в даному середовищі.

Підставивши у формулу (7.9) вираз (7.5) для I_φ і (7.10) для δ , отримаємо, що

$$I_{\text{решіт}} = I_0 \frac{\sin^2((\pi b \sin \varphi) / \lambda)}{((\pi b \sin \varphi) / \lambda)^2} \cdot \frac{\sin^2((N \pi d \sin \varphi) / \lambda)}{\sin^2((\pi d \sin \varphi) / \lambda)}, \quad (7.11)$$

де I_0 – інтенсивність, що створюється однією щілиною навпроти центра лінзи. Перший множник в (7.11) перетворюється в нуль в точках, для яких виконується умова (7.4). В цих точках інтенсивність, яка створюється кожною із щілин окремо, дорівнює нулю.

Другий множник в (7.11) приймає значення N^2 в точках, які задовільняють умові

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad (7.12)$$

де $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$.

Умова (7.12) визначає положення максимумів інтенсивності,

які називаються *головними*. Число m визначає *порядок головного максимуму*. Максимум нульового порядку тільки один, максимумів 1-го, 2-го і т. д. порядків є по два. Із (7.11) витікає, що інтенсивність головних максимумів в N^2 раз більша інтенсивності I_φ , яку дає одна щілина в напрямку, що визначається кутом φ .

Крім мінімумів, які визначаються умовою (7.4), в проміжку між сусідніми головними максимумами є по $(N - 1)$ -му додатковому мінімуму. Ці мінімуми виникають в тих напрямках, для яких коливання від окремих щілин взаємно гасять одне одного. Умова додаткових мінімумів наступна:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda, \quad (7.13)$$

де $k' = 1, 2, \dots, N - 1, N + 1, \dots$,

$$2N - 1, 2N + 1, \dots$$

У формулі (7.13) k' приймає всі цілочисленні значення, крім $0, N, 2N, \dots$, тобто тих, при яких умова (7.13) переходить в (7.12). Отже, між двома сусідніми головними максимумами знаходиться $N - 1$ додаткових мінімумів і $N - 2$ вторинних максимумів. На них накладимуться мінімуми, що виникають при дифракції від однієї щілини. Із формул (7.4) і (7.12) видно, що головний максимум m -го порядку збігається з k -им мінімумом від однієї щілини, якщо виконується рівність:

$$\frac{k}{b} = \frac{m}{d}, \text{ або } \frac{m}{k} = \frac{d}{b}.$$

На рис.7.7 наведений розподіл інтенсивності I_φ від $\sin\varphi$ для $N = 4$ і $d/b = 3$. Пунктирна крива, що проходить че-

рез вершини головних максимумів, зображує інтенсивність, яка зумовлена дифракцією на одній щілині. Як видно з рис.7.7 при відношенні $d/b = 3$ головні максимуми 3-го, 6-го, тощо порядків збігаються з мінімумами інтенсивності від однієї щілини, тому ці максимуми зникають.

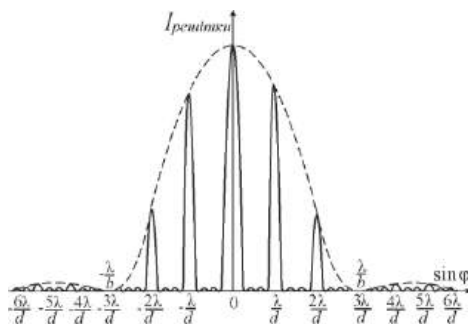


Рис.7.7.

Чим більше щілин N , тим більша кількість світлової енергії пройде через решітку, тим більше мінімумів утворюється між сусідніми головними максимумами, тим інтенсивнішими і гострішими будуть максимуми. Оскільки $\sin\varphi$ не може бути бі-

льше від одиниці, то кількість головних максимумів:

$$m \leq d/\lambda.$$

Якщо дифракційну решітку освітлюють білим світлом, то для різних значень λ положення всіх головних максимумів, крім центрального, не збігаються один з одним. Тому центральний максимум має вигляд білої смужки, а всі інші — райдужних смужок, які називають дифракційними спектрами першого, другого і тощо порядків (рис.7.8). У межах кожної смужки забарвлення змінюється

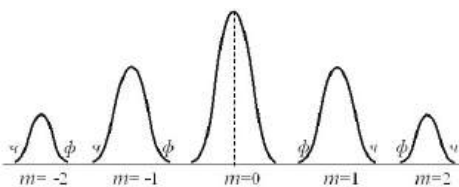


Рис.7.8.

від фіолетового біля внутрішнього краю, який найближчий до максимуму нульового порядку,

до червоного — біля зовнішнього краю. На рис.7.8 зображено центральний та два головні максимуми і зазначено їхнє забарвлення (ϕ —фіолетовий, χ —червоний).

Характеристики решітки

Кутовою дисперсією називається величина

$$D_{\phi} = \frac{\delta\phi}{\delta\lambda},$$

де $\delta\phi$ — кутова відстань між двома спектральними лініями, яким відповідають довжини хвиль λ і $\lambda + \delta\lambda$ (рис.7.9).

Продиференціювавши формулу (7.12) по λ при сталому m , отримаємо:

$$d \cos\phi \cdot \delta\phi = m\delta\lambda.$$

Звідси

$$D_{\phi} = \frac{\delta\phi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\phi}. \quad (7.14)$$

Якщо кути дифракції ϕ малі, то $\cos\phi \approx 1$ і

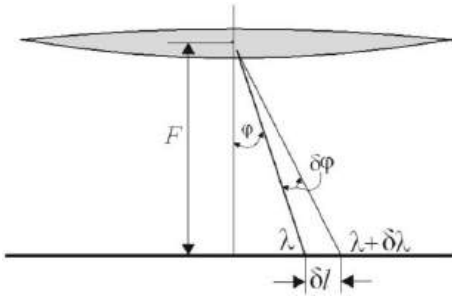


Рис.7.9

$$D_{\varphi} = \frac{m}{d} = m \frac{N}{l}, \quad (7.15)$$

де l – довжина робочої ділянки решітки, яка містить N – штрихів.

Із виразу (7.15) видно, що кутова дисперсія обернено пропорційна періоду решітки d і чим вищий порядок спектра m , тим більша дисперсія.

Лінійною дисперсією

називають величину

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda}, \quad (7.16)$$

де δl – лінійна відстань на екрані між двома максимумами одного й того самого порядку m для хвиль λ і $\lambda + \delta \lambda$ (рис.7.9).

Якщо фокусна відстань лінзи, у

фокальній площині якої спостерігається дифракційна картина дорівнює F , то $\delta l \approx F \delta \varphi$ і

$$D_l = F \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = F D_{\varphi} = F \frac{m}{d}. \quad (7.17)$$

Дисперсійною областю

спектрального приладу, зокрема дифракційної решітки, називається ширина спектрального інтервалу $\Delta \lambda$, в якому спектри не перекриваються. Нехай довжини світлових хвиль, що падають на решітку знаходиться в інтервалі від λ до $\lambda_1 = \lambda + \Delta \lambda$. Інтервал $\Delta \lambda$ буде дисперсійною областю решітки тоді, коли лівий край спектра $(m+1)$ -го порядку для довжини хвилі λ збігатиметься з правим краєм спектра m -го порядку для довжини хвилі λ_1 .

Цю умову можна згідно (7.12) записати так:

$$d \sin \varphi = m \lambda_1, \quad d \sin \varphi = (m + 1) \lambda.$$

Звідси

$$m \lambda_1 = (m + 1) \lambda,$$

$$\lambda_1 - \lambda = \Delta\lambda = \lambda/m.$$

Найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній $\delta\lambda$, при якій спектральний прилад розділяє їх окремо, називається *спектральною розділюючою відстанню*, а величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (7.18)$$

— *роздільною здатністю* приладу.

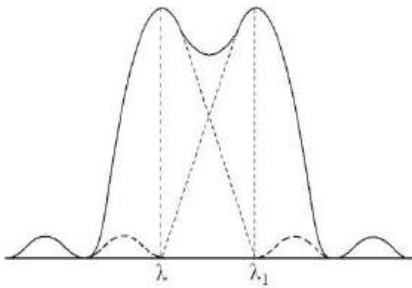


Рис.7.10.

Для дифракційної решітки Релей запропонував такий критерій спектрального розділення: спектральні лінії з довжинами хвиль λ і $\lambda_1 = \lambda + \delta\lambda$ вважаються розділеними, якщо головний максимум дифракцій-

ної картини для хвилі з довжиною λ збігається за своїм розміщенням з першим дифракційним мінімумом того самого порядку для хвилі з довжиною λ_1 , а інтенсивність в проміжку між максимумами становить не більше, ніж 80% від інтенсивності максимуму (рис.7.10).

Нехай головний максимум m -го порядку для хвилі з $\lambda_1 = \lambda + \delta\lambda$ (формула (7.12)) знаходиться на місці першого мінімуму (формула (7.13) ($k' = 1$)) спектра того самого порядку для хвилі з λ :

$$d \sin \varphi = m \lambda_1,$$

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Звідси

$$m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda.$$

Тобто

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{mN}.$$

Тоді роздільна здатність решітки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (7.19)$$

Отже, роздільна здатність решітки пропорційна порядку спектра m і числу N щілин (штрихів). Оскільки $N = l/d$, а $m = d\sin\varphi/\lambda$ то

$$R = mN = \frac{l}{d} \cdot \frac{d\sin\varphi}{\lambda} \quad \text{і}$$

$$R_{max} = \frac{l \sin \varphi_{max}}{\lambda},$$

де φ_{max} – максимальний кут дифракції ($\varphi_{max} \leq 90^\circ$). Тому, максимальна роздільна здатність решітки буде:

$$R_{max} = (\lambda/\delta\lambda)_{max} \leq l/\lambda. \quad (7.20)$$

На рис.7.11 співставленні дифракційні картини, які отримуються для двох спектральних ліній. За допомогою двох решіток, які відрізняються значенням дисперсії D_φ і роздільною здатністю R . Решітки I і II мають

однакову R (у них однакова кількість щілин N), але різну дисперсію (у решітки I період d у два рази більший, відповідно

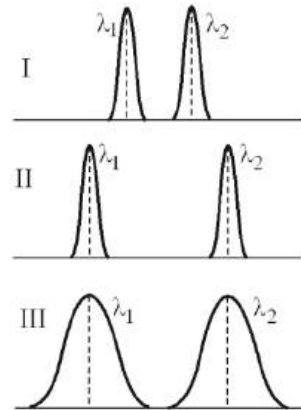


Рис.7.11.

дисперсія D_φ в два рази менша, ніж у решітки II). Решітки II та III мають однакову дисперсію (у них однакові d), але різну R (у решітки II число щілин N і роздільна здатність R у два рази більша, ніж у решітки III).

Дифракційна решітка використовується як для пропускання світла так і для його відбивання. Прозорі решітки виго-

товляють із скляних або кварцових пластин, на поверхню яких за допомогою спеціальної машини наноситься алмазним різцем ряд паралельних штрихів. Щілинами є проміжки між штрихами.

Решітки, що відбивають світло, отримуються нанесенням алмазним різцем штрихів на поверхню металічного дзеркала. Світло падає на таку решітку похило. При цьому решітка з періодом d діє так, як при паралельному падінні діяла б прозора решітка з періодом $d \cos \theta$, де θ – кут падіння. Кращі решітки мають 1200 штрихів на 1 мм ($d \approx 0,8$ мкм). Оскільки кількість головних максимумів $m \leq d/\lambda$, то спектри другого порядку у видимому світлі при такому періоді не спостерігаються. Загальна кількість штрихів в таких

решітках досягає 200 тисяч (довжина біля 200 мм). Для фокусної відстані приладу $F = 2$ м довжина видимого спектру 1-го порядку складає в цьому випадку біля 0,7 м.

Лабораторна робота

Опис лабораторної установки

Лабораторна установка показана на рис.7.12, а оптична схема на рис.7.13. Як джерела світла використовуються три лазери, що генерують практично плоскі й монохроматичні світлові хвилі в синій, зеленій та червоній областях спектру [18].



Рис.7.12. Лабораторна установка.

Паралельний пучок променів від джерела 1 (лазер) із

заданою довжиною хвилі λ падає по нормалі на дифракційну решітку 2 з вертикальними щілинами і після неї на збиральну лінзу 3 з відомою фокусною відстанню F .

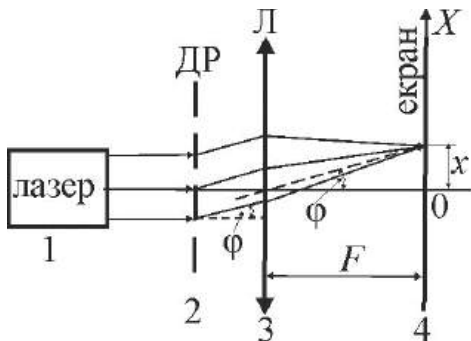


Рис.7.13. Оптична схема лабораторної установки. 1 – три лазери 2 – дифракційна решітка, 3 – збиральна лінза, 4 – екран.

У фокальній площині лінзи встановлений екран 4 для спостереження дифракційної картини (рис.7.14). Екран обладнаний горизонтальною лінійкою для визначення координати x точки, в яку приходять промені з відповідним кутом дифракції ϕ .

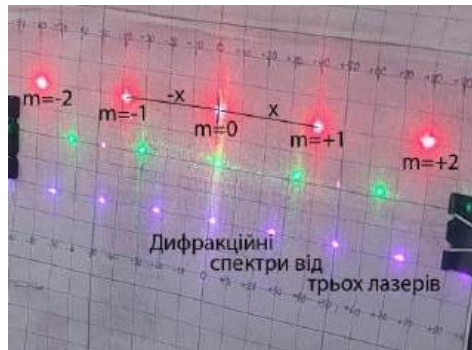


Рис.7.14. Дифракційні спектри.

Визначення періоду дифракційної решітки

(див додатки 16, 17)

1. Ознайомитись із інструкцією на робочому місці та занести до таблиці 7.1 вказану (вважається відомою) довжину хвилі випромінювання зеленого лазера $\lambda_2 = 0,532$ мкм. Занести до таблиць 7.1 і 7.2 фокусну відстань лінзи F .

2. Згідно з інструкцією на робочому місці ввімкнути зелений лазер. Переконатися, що світловий пучок потрапляє в центральну зону дифракційної ґратки. Встановити між екраном

і решіткою лінзу (рис.7.12 і 7.13) в такому положенні, щоб дифракційна картина на екрані була найчіткішою (рис.7.14).

3. Визначити та занести до відповідних колонок таблиці 7.1 координати головних максимумів – покази x_m і x_{-m} на лінійці по обидва боки від центрального максимуму (рис.7.14). Виміри виконати для порядків $m = 1, 2, 3$. Наприклад. Для зеленого світла на рис.7.14 $x_{+1} = 33\text{мм} = 3,3\text{см}$, а $x_{-1} = 30\text{мм} = 3,0\text{см}$.

4. Для кожного порядку m обчислити та занести до таблиці 1 значення координат головних максимумів $x = \frac{x_m + x_{-m}}{2}$ і синуса кута дифракції:

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{F^2 + x^2}}. \quad (7.21)$$

5. За формулою (7.12) обчислити і занести до таблиці

7.1 значення періоду ґратки d_m для $m = 1, 2, 3$.

6. За результатами п.5 обчислити та занести до таблиці 7.1 середнє значення періоду ґратки $\langle d \rangle = (d_1 + d_2 + d_3)/3$.

7. Розрахувати невизначеність періоду решітки та записати кінцевий результат до таблиці 7.1.

Визначення довжини хвилі випромінювання лазерів

1. Занести до таблиці 7.2 знайдену величину періоду ґратки $\langle d \rangle$ з таблиці 7.1.

2. Замість зеленого лазера ввімкнути червоний.

3. Визначити та занести до відповідних колонок таблиці 7.2 відносні координати головних максимумів червоного світла – покази x_m і x_{-m} на лінійці по обидва боки від центрального максимуму. Виміри виконати для порядків $m = 1, 2, 3$. Напри-

клад: для червоного світла на рис.7.14 $x_{+1} = 40\text{мм} = 4,0\text{см}$, а $x_{-1} = 38\text{мм} = 3,8\text{см}$.

4. Для кожного порядку m обчислити та занести до таблиці 7.2 значення координат головних максимумів $x = \frac{x_m + x_{-m}}{2}$ і синуса кута дифракції:

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{F^2 + x^2}}.$$

5. За формулою (7.12) обчислити і занести до таблиці 7.2 значення довжини хвилі λ_m для $m = 1, 2, 3$ для червоного кольору.

6. Для червоного кольору обчислити середнє значення $\langle \lambda \rangle = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)/3$ і занести його до таблиці 7.2.

7. Замість червоного лазера ввімкнути синій. Переконатися, що світловий пучок потрапляє в центральну зону дифракційної ґратки.

8. Виконати виміри та обчислення, як в п.п. 3 ÷ 6 для

синього кольору. Результати занести до відповідної частини таблиці 7.2.

9. Розрахувати невизначеність синього та червоного світла (див додатки 16, 17) та записати кінцевий результат до таблиці 7.2.

Визначення кутової дисперсії дифракційної решітки

1. За даними таблиць 7.1 і 7.2 обчислити та занести до таблиці 7.3 різницю довжин хвиль зеленого та синього $\Delta_{3-с} = \lambda_3 - \lambda_с$ і червоного та зеленого лазерів $\Delta_{4-3} = \lambda_4 - \lambda_3$.

2. Через синуси кутів, які приведені в табл.7.1 і табл.7.2 обчислити та занести до табл.7.3 величини $\varphi_с, \varphi_з, \varphi_ч$ в радіанах.

3. Обчислити та занести до таблиці 3 різницю кутів між головними максимумами зеленого та синього лазера $\Delta\varphi_{зс} =$

$\varphi_3 - \varphi_c$ і червоного та зеленого лазера $\Delta\varphi_{чз} = \varphi_ч - \varphi_з$.

4. Для обчислення кутової дисперсії перепишемо формулу (7.14) в такому виді:

$$D_\varphi \cong \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}.$$

Тоді обчислення дисперсії виконати за такими співвідношеннями:

$$D_{\varphi 1} \cong \frac{\varphi_3 - \varphi_c}{\lambda_3 - \lambda_c} \text{ і } D_{\varphi 2} \cong \frac{\varphi_ч - \varphi_з}{\lambda_ч - \lambda_з} \quad (7.22)$$

для першого, другого і третього порядку дифракційних спектрів.

5. За формулою (7.15) розрахувати значення кутової дисперсії і порівняти їх із експериментальними значеннями. Проаналізувати отримані результати.

6. Зробити висновки по роботі.

Контрольні запитання

1. Що таке дифракція світла та за яких умов вона спостерігається?

2. Що визначає кількість дифракційних пучків при дифракції світла на одній щілині?

3. Як пояснити розбіжність променя лазера?

4. Що таке дифракційна решітка та якими параметрами вона характеризується?

5. Опишіть дифракційну картину від ґратки. Чим вона відрізняється від такої для однієї щілини?

6. Як впливає дифракція від однієї щілини на дифракційну картину дифракційної решітки?

7. За яких умов спостерігаються головні максимуми дифракції на решітці?

8. Пояснити, чому відстань між дифракційними максимумами на рис.7.14 збільшується при переході від синього світла до червоного?

9. Якщо решітка складається з N щілин, то в скільки разів інтенсивність у головному максимумі дифракції на екрані відрізняється від інтенсивності,

що створюється в цій точці однією щілиною?

10. Від чого і як залежить ширина дифракційних максимумів?

11. Яке найменше значення періоду решітки дозволяє з її допомогою спостерігати дифракцію?

12. Дати визначення кутової дисперсії решітки? Що вона визначає? Від чого та як вона залежить?

13. Що називається лінійною дисперсією решітки? Що вона визначає? Встановити зв'язок між лінійною та кутовою дисперсією решітки при великих кутах дифракції.

14. Як, згідно з теорією, мають співвідноситися величини кутової дисперсії решітки в довгохвильовій та короткохвильовій областях спектра? Чи узгоджуються результати експерименту з таким висновком?

15. Поясніть, чому кутова дисперсія решітки практично не

залежить від довжини хвилі світла?

16. Як співвідносяться величини кутової дисперсії решітки для першого і другого порядків спектру? Відповідь пояснити.

17. Пояснити порядок визначення періоду решітки та довжини хвилі випромінювання лазерів. Чому координати дифракційних максимумів потрібно вимірювати по обидва боки від центрального максимуму?

18. Дати визначення роздільної здатності дифракційної решітки. Що необхідно знати, щоб її визначити?

Таблиця 7.1

$\lambda_3 = 0,532 \text{ мкм}, F = \text{___} \text{ мм}$							
зелений	m	$x_m, \text{ мм}$	$x_{-m}, \text{ мм}$	$\langle x \rangle, \text{ мм}$	$\sin \varphi$	$d_m, \text{ мкм}$	$\langle d \rangle, \text{ мкм}$
	1						
	2						
	3						
кінцевий запис результату:				$d = \langle d \rangle \pm U(d) =$			

Таблиця 7.2

$\langle d \rangle = \text{___} \text{ мкм}, F = \text{___} \text{ мм}$						
m	$x_m, \text{ мм}$	$x_{-m}, \text{ мм}$	$\langle x \rangle, \text{ мм}$	$\sin \varphi$	$\lambda_m, \text{ мкм}$	$\langle \lambda \rangle, \text{ мкм}$
Червоний	1					
	2					
	3					
	кінцевий запис результату:			$\lambda_{\text{ч}} = \langle \lambda \rangle \pm U(\lambda)$		=
Синій	1					
	2					
	3					
	кінцевий запис результату:			$\lambda_{\text{с}} = \langle \lambda \rangle \pm U(\lambda)$		=

Таблица 7.3

$\Delta\lambda_{3-c} = \text{_____ мкм}$		$\Delta\lambda_{ч-3} = \text{_____ мкм}$	
m	1	2	3
φ_3 , рад			
φ_c , рад			
$\varphi_ч$, рад			
$\Delta\varphi_{3-c}$, рад			
$\Delta\varphi_{ч-3}$, рад			
D_{3-c} , мкм^{-1}			
$D_{ч-3}$, мкм^{-1}			
$\langle D \rangle$, мкм^{-1}			
теор. D_c , мкм^{-1}			
теор. D_3 , мкм^{-1}			
теор. $D_ч$, мкм^{-1}			
$\langle D_{\text{теор}} \rangle$, мкм^{-1}			
δ , %			

Додатки

1. Вивчення електростатичного поля

Додаток1. Приклад обробки результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення електростатичного поля». (див. табл.1.1, 1.2)

Заповнюємо таблицю 1.1: для цього для кожного значення r (1; 2; 3, ..., 8) см визначимо середнє значення сили струму за формулою (1.25), експериментальне середнє значення спаду напруг $U_{\text{експ}}(r)$ за формулою (1.26), визначимо U_0 за формулою (1.29), теоретичне середнє значення спаду напруг $U_{\text{теор}}(r)$ за формулою (1.23) та логарифми $\ln(r_{\text{зов}}/r)$ і $\ln(r)$ для побудови графіків. Слід зауважити, що натуральні логарифми відношення мало відрізняються, то-

му їх необхідно вираховувати з точністю не менше трьох знаків після коми. Для цих розрахунків можна скористатися програмою «Ексель».

Будуємо графіки $U_{\text{теор}} = f(r)$; $U_{\text{експ}} = f(r)$:

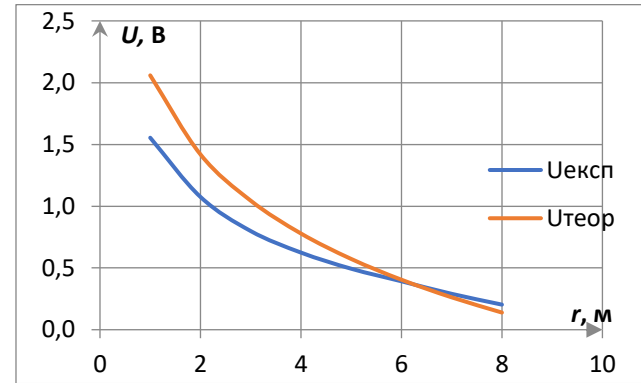


Рис.1.1. Залежність $U_{\text{теор}} = f(r)$ і $U_{\text{експ}} = f(r)$.

Будуємо графіки $U_{\text{теор}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$ і $U_{\text{експ}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$. З останнього графіка визначаємо кутовий коефіцієнт: $\alpha_{\text{теор}} = 0,92$ і $\alpha_{\text{експ}} = 0,64$, що свідчить про неточність проведеного експерименту.

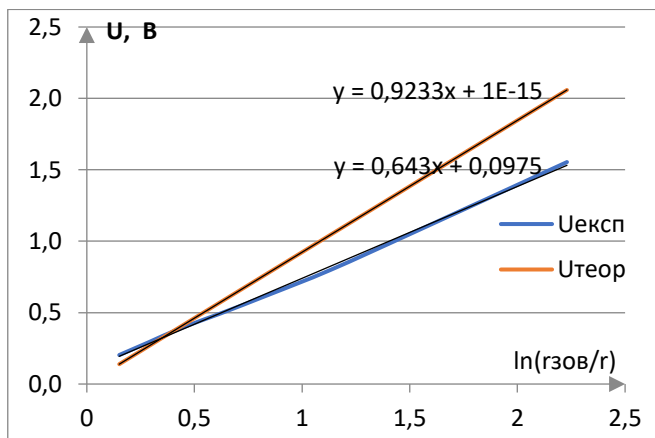


Рис.1.2. Лінійна залежність $U_{\text{теор}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$ і $U_{\text{експ}}(r) = f(\ln(r_{\text{зов}}/r))$.

Заповнюємо таблицю 1.2: визначаємо середини відрізків між точками, в яких визначали спад напруги, логарифми r та його обернене

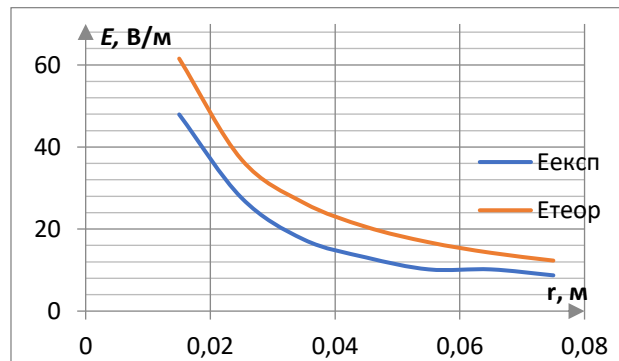


Рис.1.3. Залежність $E_{\text{теор}} = f(r)$ і $E_{\text{експ}} = f(r)$. значення $1/r$, експериментальне середнє значення напруженості $E_{\text{експ}}(r)$ за формулою (1.28), теоретичне середнє значення напружено-

сті $E_{\text{теор}}(r)$ за формулою (1.21). Будуємо графіки $E_{\text{теор}} = f(r)$ і $E_{\text{експ}} = f(r)$.

Будуємо графіки $E_{\text{теор}} = f(1/r)$ і $E_{\text{експ}} = f(1/r)$. З лінійної залежності визначаємо кутівий коефіцієнт $a_{\text{теор}} = 0,92$ і $a_{\text{експ}} = 0,75$.

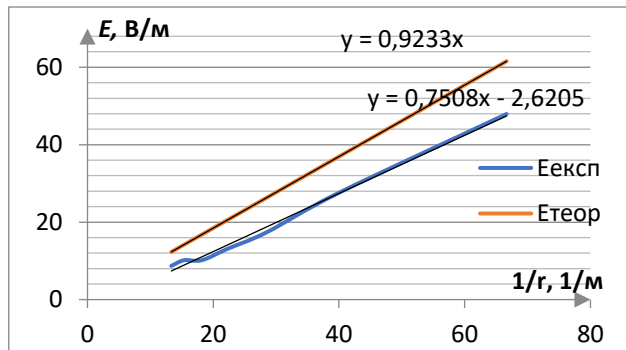


Рис.1.4. Лінійна залежність $E_{\text{теор}}(1/r)$ і $E_{\text{експ}}(1/r)$.

Будуємо графік залежності $\ln(E_{\text{експ}}) = f(\ln(r))$ і $\ln(E_{\text{теор}}) = f(\ln(r))$. Прологарифмувавши вираз (1.21), отримаємо:

$$\ln(E) = -\ln(r) + \text{const},$$

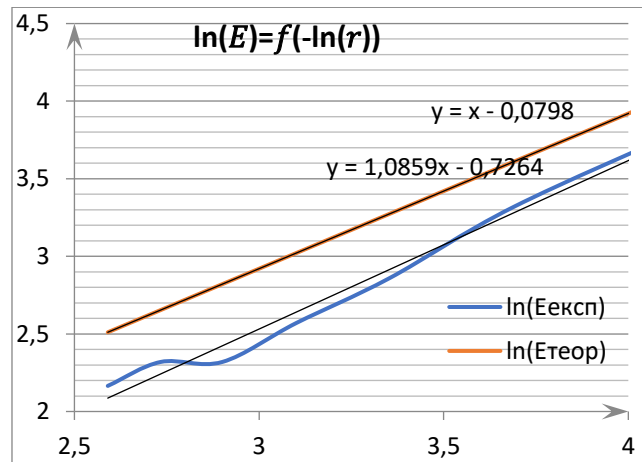


Рис.1.5. Лінійна залежність $\ln(E_{\text{теор}}) = f(-\ln(r))$ і $\ln(E_{\text{експ}}) = f(-\ln(r))$.

що має кутовий коефіцієнт, який дорівнює одиниці. Математична обробка результатів експерименту (табл.1.3) дає значення кутового коефіцієнта залежності величини $\ln(E_{\text{експ}})$ від $-\ln(r)$ близьким до одиниці, тобто $a = 1,09$, а середня квадратична похибка експерименту $\sigma_a = 0,05$. Її приймаємо за невизначеність типу А. Тоді розширена невизначеність величини a – $U(a) = 2\sigma_a \approx 0,1$ з ймовірністю довіри $P=95\%$.

$$\begin{aligned} \text{Відносна невизначеність } a - \delta_a &= \frac{2\sigma_a}{a} = \\ &= (0,1/1,09) \cdot 100\% \approx 9\%. \end{aligned}$$

Аналіз отриманих результатів (висновки):

1. В цій роботі з графіка $\ln(E_{\text{експ}}) = f(\ln(r))$ отримали кутовий коефіцієнт, що дорівнює величині $a=1,086$ з невизначеністю

$U(a) \cong 0,1$. Тоді остаточно $a=(1,09 \pm 0,100)$. Варто відмітити що теоретичне значення кутового коефіцієнта $a_{\text{теор}}=1$, знаходиться в отриманому інтервалі довіри біля самого краю.

2. Хід експериментальних та теоретичних кривих розподілу поля напруги та напруженості узгоджений в цілому підтверджує циліндричну симетрію досліджуваного електричного поля. Деяке не співпадіння з теорією зв'язано в основному з неточністю вимірів та в деякій мірі з недостатньою якістю самої моделі поля центральної симетрії.

Додаток 2. Приклад розрахунків за допомогою програми Excel результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення електростатичного поля». (див. табл.1.1, 1.2, 1.3)

Для розрахунків скористаємося Excel файлом «робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для даної роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «2-5. Юрчук».

1. Аналізуємо розрахункові формули (1.21), (1.23), (1.26), (1.28) та (1.29) бачимо, що в цих формулах використовуються такі дані сталих величин:- додатковий опір $R_d = 58\text{кОм}$,
- значення максимального струму $I_0 = 50\text{мкА}$,
- радіус зовнішнього електрода $r_{\text{зовн}} = 9,3\text{см}$,
- радіус внутрішнього електрода $r_{\text{внут}} = 0,4\text{см}$.

Ці величини заносимо до відповідних комірок, наприклад до клітинок з M12 по M15, а в стовпчику L навпроти кожного числа заносимо їх позначення.

2. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці 1. Для цього обираємо комірку L2 і заносимо до неї «№», нижче в комірці L3 і L4 вносимо числа 1 та 2, виділяємо ці комірці так, щоб курсор став на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд знака «+». Затискую ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на 6 комірок (маємо 8 значень), при цьому програма сама пронумерує клітинки в виділеній області.

3. До наступного стовпчика заносимо значення r – відстані кожної точки від центру. В

комірку M2 заносимо літери «r, м» - символ відстані та її розмірність, в комірки M3, M4 і т.д. заносимо значення відстаней з таблиці даних (не забуваємо перевести в систему СІ).

4. Наступні чотири стовпчики будуть займати значення сили струмів. Відповідно до комірок N2, O2, P2, Q2 вносимо літери «I1, мкА», «I2, мкА», «I3, мкА», та «I4, мкА», - символи сили струму та його розмірність. До наступних комірок N3-N9 записуємо значення сили струмів I_1 першого променя, до комірок O3-O9 – I_2 , до P3-P9 – I_3 , до Q3-Q9 – I_4 з таблиці даних.

5. Стовпчик R міститиме середні значення сили струмів. До комірки R2 заносимо літери

« $\langle I(r) \rangle$, мкА» - символ середнього значення сили струму та його розмірність. В комірку R3 треба ввести формулу: $(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/4$, для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку R3, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=», потім латинські великі літери і відкриваючу дужку «SUM(» наводимо курсор на комірку зі струмом N3 і затискаємо ліву кнопку миші, далі тягнемо курсор через комірки O3, P3 до останньої комірки Q3 зі струмами I_1 - I_4 , вміст цих комірок буде додаватися, набираємо закриваючу дужку «)», на клавіатурі набираємо знак ділення і цифру чотири - «/4», потім обов'язково натиснути кнопку «Enter». При

цьому в рядку формул має бути: «=SUM(N3:Q3)/4». Щоб продублювати цю формулу до наступних комірок знову натискаємо на комірку R3, курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор має прийняти вигляд знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на 7 комірок, при цьому програма сама впише формулу в наступні комірки в виділеній області, і в них появиться результат. До комірки R1 варто занести значення сили струму I_0 .

6. Наступний стовпчик S міститиме експериментальні середні значення спаду напруги $U_{\text{експ}}(r)$. В комірку S2 заносимо літери « $U_{\text{експ}}(r)$, В» - символ напруги та її розмірність. До комірки S3 записуємо формулу: <

$I(r) > \cdot R_d$, для цього необхідно виконати такі дії: навести курсор на комірку S3, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=», наводимо курсор на комірку зі струмом R3 і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак множення і цифри, що відповідають значенню R_d з врахуванням розмірності струму і опору «*0,058», в рядку формул має бути «=R3*0,058», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірку і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика S4 і т.д. так як описано в пункті 4 цього додатка. До комірки S1 варто занести значення напруги U_0 , тому до неї також

заносимо цю формулу, при цьому в рядку формул буде: «=R1*0,058».

7. Перед розрахунком $U_{\text{теор}}(r)$ по формулі (1.23)

$$U = \frac{U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}} \cdot \ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r} = A \cdot \ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r},$$

вираховуємо окремо константу A . Для цього в комірки L17, L18 заносимо літери «lnrз/гвн» і «constA» - позначення формул, а в M17 – саму формулу: $\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}$, в рядку формул має бути:

«=ln(M14/M15)», а до комірки M18 – формулу:

$$A = \frac{U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}},$$
 враховуючи що U_0 знаходиться в

комірці S2, в рядку формул має бути:

«=S2/M17».

8. До наступного стовпчика T будемо заносити $\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r}$, тому до комірки T2 заносимо літери «ln(r_{зовн}/r)», а до комірки T3 – формулу, при цьому в рядку формул буде: «=ln(0,093/M3)», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика T4 і т.д. так як описано в пункті 4.

9. Наступний стовпчик U міститиме теоретичні значення спаду напруги $U_{\text{теор}}(r)$. До комірки U2 заносимо літери «Uтеор(r), В» - символ напруги та її розмірність, до комірки U3 – формулу: $U = A \cdot \ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r}$, для цього в комірку U3 заносимо зміст комірки M18, для цього натискаємо на комірку M18, потім – на кнопку «копію-

вати», переходимо до комірки U3, і натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірці і рядку формул з'явиться число таке ж як в комірці M18, далі переводимо курсор на рядок формул перед числом, натискаємо ліву кнопку миші, натискаємо значок « \Rightarrow », переводимо курсор після числа і знову натискаємо ліву кнопку миші, натискаємо значок «*» і на комірку T3 в рядку формул матимемо : « $=0,9233*T3$ », натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика U4 і т.д. так як описано в пункті 4.

10. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці 1.2. До стовпчика V заносимо значення r – відстані від центру до середини між кожними сусідніми точками. До комірки V2 заносимо літери « r, m » - символ відстані та її розмірність, в комірки V4, V5 і т.д. заносимо значення відстаней.

11. Для побудови графіків та подальших розрахунків необхідно мати величину, обернену до відстані, $1/r$. Заносимо літери « $1/r, 1/m$ » - символ оберненої відстані та її розмірність в комірку W2, а в комірку W4 - заносимо формулу – $1/r$, в рядку формул буде: « $=1/V4$ », натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в

наступні комірки цього стовпчика W5 і т.д. так як описано в пункті 4.

12. Також для побудови графіка необхідно мати величину $\ln(r)$. Заносимо літери « $-\ln(r)$ » до комірки X2, до комірки X4 – формулу: $-\ln(r)$, в рядку формул матимемо – « $=-\ln(X4)$ » (після знака дорівнює – знак "мінус"), натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика X5 і т.д. так як описано в пункті 4.

13. Комірки наступного стовпчика Y будуть містити експериментальні значення напруженості. До комірки Y2 заносимо літери « $E_{\text{експ}}(r)$, В/м» - символ напруженості та її розмірність, до комірки Y4 – формулу:

$\frac{U(r)-U(r+1\text{см})}{0,01\text{м}}$, в рядку формул буде: « $=(S2-S3)/0,01$ », натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика Y5 і т.д. так як описано в пункті 4.

14. Також для побудови графіка необхідно мати величину $\ln(E_{\text{експ}})$. Заносимо літери « $\ln(E_{\text{експ}})$ » до комірки Z2, до комірки Z4 – формулу: $\ln(E_{\text{експ}})$, в рядку формул матимемо – « $=\ln(Y4)$ », натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика Z5 і т.д.

15. Наступний стовпчик AA міститиме теоретичні значення напруженості $E_{\text{теор}}(r)$. До комірки AA2 заносимо літери « $E_{\text{теор}}(r)$, В/м» - символ напруженості та її розмірність, до комі-

рки АА4 – формулу (1.21) $E(r) = \frac{U_0}{\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r_{\text{внут}}}} \cdot \frac{1}{r} = A \cdot$

$\frac{1}{r}$, в рядку формул буде: «=0,9233*W4», натискаємо кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика АА5 і т.д. (див. пункт 9 цього додатка).

16. Приступаємо до побудови графіка

$$\ln(E_{\text{експ}}) = f(-\ln(r)).$$

Для цього натискаємо на комірку Х4, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до останньої комірки Х10, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», наводимо курсор на х1 (відповідна комірка В5) на виділеній області методу найменших квадратів, натискаємо на неї, і натискаємо кнопку «встави-

ти», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа як в комірках стовпчика Х. Так само потрібно перенести значення стовпчика Z до комірок у графіка (відповідні комірки С5-С11).

17. Дана програма визначає кутовий коефіцієнт a та точку перетину з віссю ординат b лінійної апроксимації: $y = ax + b$ та їх середньо квадратичні похибки. В цій роботі кутовий коефіцієнт дорівнює величині $a=1,086$ (значення комірки F5) з похибкою $\sigma_a=0,05$ (значення комірки F8) Тоді остаточно $a=(1,09 \pm 0,10)$.

18. Записуємо слово «Відповідь» до ко-
мірки L20, літери «а» - до L21, а до M21 –
«1,09±0,10» (див.табл.1.3).

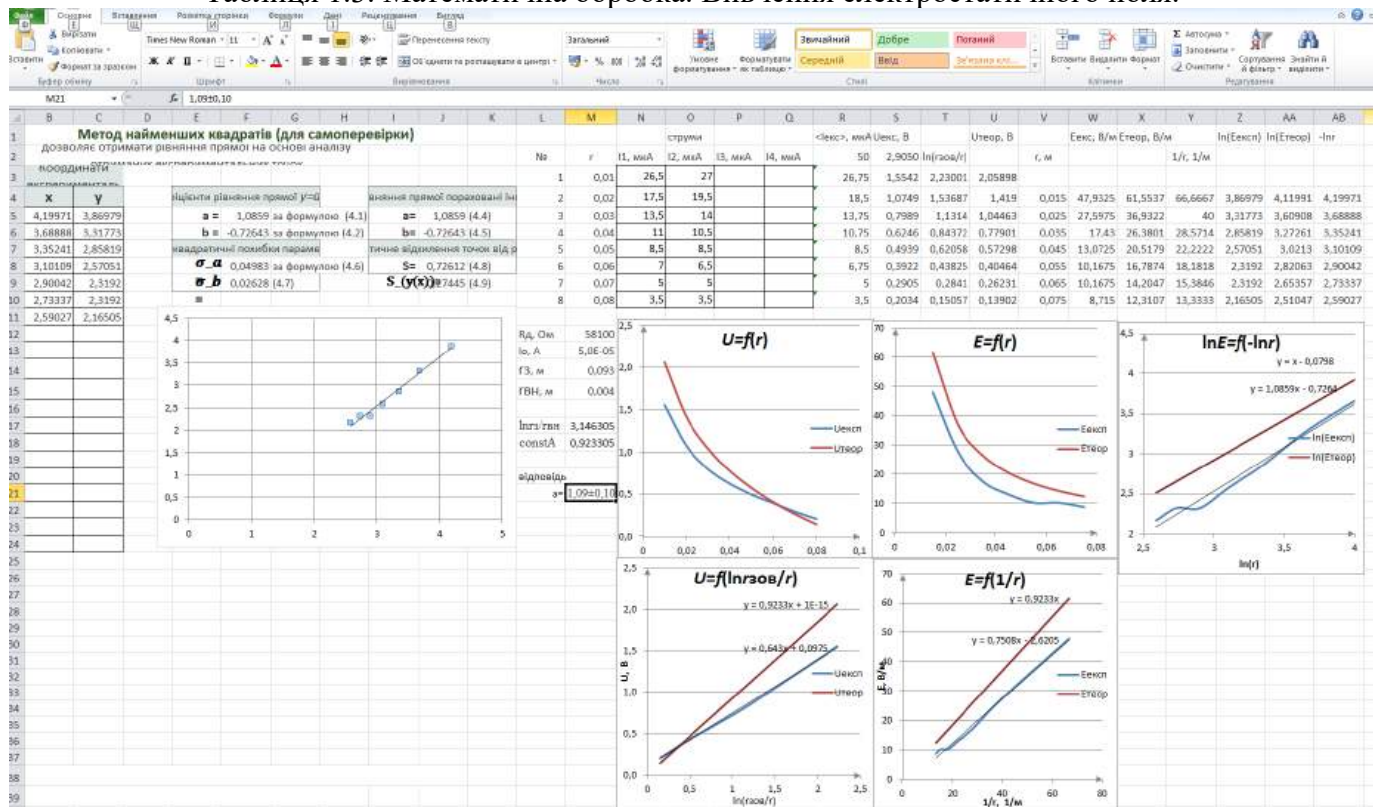
Таблица 1.1 (приклад)

№	$r, \text{ м}$	$I_1(r),$ мкА	$I_2(r),$ мкА	$I_3(r),$ мкА	$I_4(r),$ мкА	$\langle I(r) \rangle,$ мкА	$U_{\text{эксп}}(r), \text{ В}$	$\ln \frac{r_{\text{зовн}}}{r}$	$U_{\text{теор}}(r), \text{ В}$
1	0,01	28	27,5	25	26,2	26,675	1,5498	2,230014	6,310962
2	0,02	17	19	18	19	18,25	1,0603	1,536867	5,670975
3	0,03	14	12,5	13	14,7	13,55	0,7873	1,131402	5,296607
4	0,04	9,8	11,5	9,2	12	10,625	0,6173	0,84372	5,030989
5	0,05	8	9	7	9	8,25	0,4793	0,620576	4,824959
6	0,06	6	7,5	5,5	7,5	6,625	0,3849	0,438255	4,656621
7	0,07	4,5	6	4,2	5,5	5,05	0,2934	0,284104	4,514293
8	0,08	3	4,2	3	4	3,55	0,2063	0,150573	4,391002

Таблица 1.2. (приклад)

№	$r, \text{ м}$	$1/r, 1/\text{м}$	$-\ln r$	$E_{\text{эксп}}, \text{ В/м}$	$E_{\text{теор}}, \text{ В/м}$	$\ln(E_{\text{эксп}})$
1	0,015	66,66667	4,199705	48,94925	61,55368	3,890784
2	0,025	40	3,688879	27,307	36,93221	3,307143
3	0,035	28,57143	3,352407	16,99425	26,38015	2,832875
4	0,045	22,22222	3,101093	13,79875	20,51789	2,624578
5	0,055	18,18182	2,900422	9,44125	16,78737	2,245088
6	0,065	15,38462	2,733368	9,15075	14,2047	2,213836
7	0,075	13,33333	2,590267	8,715	12,31074	2,165046

Таблиця 1.3. Математична обробка. Вивчення електростатичного поля.



2. Вивчення законів постійного струму на прикладі містка Уїтстона та компенсаційної схеми.

2.1. Вимірювання опору за допомогою містка постійного струму

Додаток 3. Умова мінімальної невизначеності при визначенні невідомого опору за допомогою містка постійного струму

Невідомий опір визначається за формулою (2.21):

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_m.$$

Тоді згідно формули (2.3.3) [4] сумарна невизначеність типу В невідомого опору буде визначатись за формулою:

$$U_B(R_x) = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2}, \quad (д3.1)$$

де

$$L = \frac{R_m}{R_2} U_B(R_1), \quad (д3.2)$$

$$M = \frac{R_1 R_m}{R_2^2} U_B(R_2), \quad (д3.3)$$

$$N = \frac{R_1}{R_2} U_B(R_m). \quad (д3.4)$$

Тут у цих формулах: $U_B(R_1)$ і $U_B(R_2)$ - невизначеність типу В опорів R_1 і R_2 визначається за їхніми технічними паспортами, $U_B(R_m)$ – невизначеність типу В опору магазину опорів, яка визначається через клас точності приладу за формулою (2.2.9) [4].

Відносна невизначеність визначення невідомого опору R_x буде:

$$\delta(R_x) = \frac{U_B(R_x)}{R_x} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_m^2}, \quad (д3.5)$$

де $\delta_1 = \frac{U_B(R_1)}{R_1}$, $\delta_2 = \frac{U_B(R_2)}{R_2}$, $\delta_m = \frac{U_B(R_m)}{R_m}$ – відно-
сні невизначеності опорів R_1 , R_2 і R_m . Так як
 $R_1 = \rho \frac{l_1}{S}$, $R_2 = \rho \frac{l_2}{S} = \rho \frac{l-l_1}{S}$, то формула із (д3.5)
перепишеться так:

$$\delta = \sqrt{\frac{a}{l_1^2} + \frac{b}{(l-l_1)^2} + \delta_m^2}, \quad (\text{д3.6})$$

де $a = \left(\frac{U_B(R_1)S}{\rho}\right)^2$, $b = \left(\frac{U_B(R_2)S}{\rho}\right)^2$ є постійними
величинами. Дослідимо формулу (д3.6) на екст-
ремум. Прирівняємо до нуля першу похідну $\frac{d\delta}{dl_1}$ і
отримаємо таке рівняння:

$$al_1(l-l_1)^4 = b(l-l_1)l_1^4.$$

З цього рівняння отримаємо, що $l-l_1 = l_1$. При
умові, що $a = b$ (це має місце, тому що викори-
стовується однорідний провідник у вигляді на-

тягнутого дроту), отримаємо, що $l_1 = l/2$. Дру-
га похідна $\frac{d^2\delta}{dl_1^2} > 0$ при $l_1 = l/2$, а це означає, що
відносна невизначеність визначення невідомого
опору R_x δ (формула (д3.6)) буде мінімальна.
Значить, для досягнення максимальної точності
вимірювання невідомого опору мостовою схе-
мою необхідно брати однакові опори R_1 , R_2 і
бажано високого класу точності.

Додаток 4. Гальванічний елемент Вестона [5]

У звичайних батареях (акумуляторах)
переміщення носіїв заряду в області, де елект-
ричне поле протилежне струму, відбувається за
допомогою хімічної енергії. За рахунок цієї ене-
ргії позитивний заряд може рухатись до місця з

більш високим електричним потенціалом, якщо він при цьому приймає участь в хімічній реакції, яка дає йому більше енергії, ніж потрібно для того, щоб подолати силу кулонівського відштовхування. За рахунок цієї енергії негативні заряди рухаються до місця з більш меншим

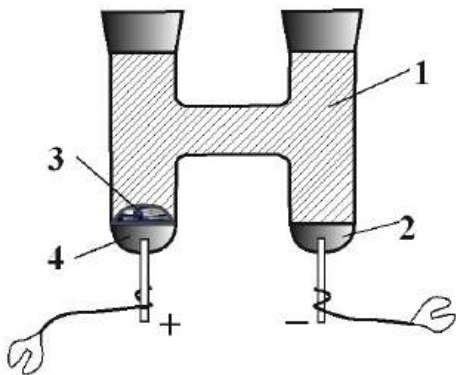


Рис.4.1. 1-водний розчин сульфату кадмію $\text{Cd}^{++}\text{SO}_4^{--}$ (електроліт); 2- амальгама кадмію (кадмій, розчинений у ртуті); 3-сульфат ртуті ($\text{Hg}_2\text{SO}_4^{--}$) (дуже слабо розчинний); 4-чиста ртуть. Це “ненасичений” елемент.

електричним потенціалом, якщо вони беруть участь в хімічній реакції.

Щоб розглянути, як цей механізм працює, дослідимо це на прикладі нормального елемента Вестона, який має велике значення в лабораторії, тому що є еталоном при точних вимірюваннях напруги (рис.4.1.). Він складається із двох подібної скляної посудини, яка наповнена розчином сульфату кадмію, CdSO_4 .

У дно кожного плеча впаяні зовнішні виходи, які здійснюють контакти із внутрішніми електродами. Лівим внутрішнім електродом є рідка чиста ртуть (4), а правим – та ж ртуть, в якій розчинений металічний кадмій (2). (В ртуті розчиняється багато металів: такий розчин на-

зивається амальгамою). Зліва над поверхнею ртуті знаходиться декілька кристалів сульфату ртуті, $\text{Hg}_2\text{SO}_4(3)$ – сполука, яка дуже слабо розчиняється у воді. Між зовнішніми виходами існує різниця потенціалів причому лівий вихід позитивний по відношенню до правого. (Абсолютна величина потенціалу не має значення;

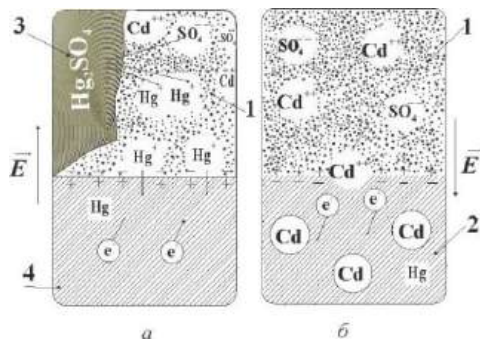


Рис.4.2. Тут схематично показано, що відбувається на поверхні позитивного електрода (а) і на поверхні негативного електрода (б), коли елемент Вестона підключають до зовнішнього навантаження.

тут важлива тільки різниця).

Ось як працює такий елемент: частина іонів елементу кадмію переходить із амальгами (2) у водний розчин (1) (рис.4.2,б), причому кожний іон кадмію залишає після себе два електрони і амальгамний електрод (2) набуває значний негативний заряд.

Однак цей процес зупиняється, як тільки в електроді накопичується стільки електронів, що їхня сила притягання іонів Cd^{++} перешкоджає подальшому їхньому виходу у водний розчин (1). Якщо тепер з'єднати виводи елемента провідним опором, то електрони потечуть від негативного електрода до позитивного. Це дозволить новій порції іонів Cd^{++} перейти в роз-

чин (1), а залишені ними електрони просто поповнять негативний заряд цього електрода. В колі буде протікати стаціонарний струм, який супроводжується міграцією іонів, які замикають коло всередині водного розчину (1). Тим часом дещо відбувається і на другому електроді (рис.4.2,*a*). Іони ртуті Hg^+ покидають розчин (3), зустрічаються з електронами, які приходять зовні, і стають нейтральними атомами ртуті. В розчині нові іони Hg^+ виникають при розчиненні Hg_2SO_4 , причому одночасно в електроліт (1) добавляються нові сульфатні іони Hg^+ . Тим часом, як показано на рис.4.2,*б*, неперервно йде дисоціація атомів кадмію, які поступають в електроліт (1) уже у вигляді іонів Cd^{++} . В резуль-

таті, по суті, відбувається вилучення електронів від атомів кадмію і приєднання їх до іонів ртуті. Хімік сказав би, що кадмій окислюється, а ртуть відновлюється. *Елемент працює тому, що цей обмін енергетично вигідний.* Відносна сила зв'язку електронів в структурі атома кадмію і атома ртуті така, що, виражаючись фігурально, намагання атомів ртуті приєднати електрони переважає бажання атомів кадмію утримувати їх. Зауважимо, що на кожній із поверхонь розділу іони Cd^{++} (рис.4.2,*б*) і іони Hg^+ (рис.4.2,*a*) рухаються проти сил $q\vec{E}$ електричного поля.

Розглянемо тепер зміну електричного потенціалу у всій системі як при протіканні стру-

му, так і при його відсутності. На рис.4.3,б по вертикалі відкладено зміну потенціалу вздовж кола, яке розімкнуте в одній точці. Різниця потенціалів на затискачах при розімкнутому колі є е.р.с. елемента, яка позначена як \mathcal{E} . Електричне поле

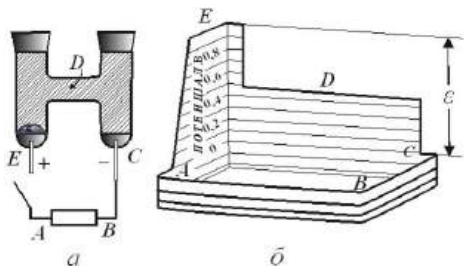


Рис.4.3. Розподіл в розімкнутому колі (а) потенціалу (б). Потенціал правого затискача C прийнятий за нульове значення.

дорівнює градієнту потенціалу з оберненим знаком. Як і в будь-якому електростатичному полі лінійний інтеграл $\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$.

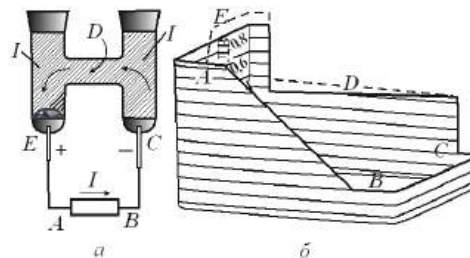


Рис.4.4. Розподіл потенціалу (б) у випадку, коли по зовнішньому опору протікає струм (а). Зверніть увагу на спад потенціалу всередині електроліту. Цей розгляд не придатний для елемента Вестона, який використовується як еталон. Еталонний елемент застосовується в умовах, коли протікає дуже малий струм.

На рис.4.4,б показаний розподіл потенціалу в тому випадку, коли по зовнішньому опору протікає струм. Всередині електроліту є електричне поле, яке направлене в ту ж сторону, що і струм. Розчин сульфату кадмію веде себе як звичайний омичний опір.

Тепер різниця потенціалів на затискачах менша \mathcal{E} із-за наявності внутрішнього спаду

напруги на електроліті, а також, можливо, із-за додаткового опору перехідних шарів. Лінійний інтеграл $\oint \vec{E} d\vec{l}$ по всьому колу, як і раніше, дорівнює нулю. Нехай в результаті протікання струму через кожний переріз кола пройшов заряд q , тоді $\mathcal{E}q$ є енергія, яка розсіяна у зовнішньому колі і всередині елемента. Ця енергія отримана із хімічної енергії елемента, яка є джерелом існування сторонньої сили $\vec{E}_{ст}$.

Ланцюжок реакцій в елементі оборотний. Це означає, що якщо включити в коло назустріч елементу інше джерело з більшою е.р.с., то струм потече в оберненому напрямку і описані процеси будуть протікати в оберненому поряд-

ку. Саме це відбувається при зарядці батареї акумуляторів.

Е.р.с. елемента залежить від властивостей атомів. Її значення близьке до 1В, тому що енергія зв'язку зовнішніх електронів в атомі лежить в діапазоні декількох електрон-вольт, а в е.р.с. проявляється, по суті, різниця цих енергій зв'язку.

Сам елемент Вестона використовується не як джерело електричної енергії, а швидше, як еталон різниці потенціалів. Тому ситуація, яка показана на рис.4.4, коли протікає досить значний струм і вихідна напруга падає приблизно на 10 %, є грубим зловживанням до такого елемента. Е.р.с. елемента Вестона відтворювана у ви-

сокій степені. Якщо водний розчин (1) (рис.4.1) насичений надлишком сульфату кадмію в області обох електродів, то е.р.с. при 20°C дорівнює (1,018800-1,019600)В з похибкою до 0,002 % і стабільністю (за 1 рік до 20 мкВ). При цьому допускається протікання струму (0,5-10 мкА). Якщо використовувати, як еталон, елемент Вестона і відповідний потенціометр, то можна надійно вимірювати різницю потенціалів з точністю до 10^{-6} В.

Через присутність помітних кількостей (десятки г) токсичних ртуті і кадмію (і їх з'єднань) нормальні елементи небезпечні у спілкуванні, не підлягають ремонту і при виході з ладу

повинні утилізуватися в порядку, передбаченому для виробів, що містять ці метали.

Додаток 5. Приклад обробки результатів визначення невідомого опору за допомогою мостової схеми

Схема складається із відомих опорів R_1 , R_2 і магазину опорів R_m , невідомого опору R_x , нуль-гальванометра G і стабілізованого джерела напруги U . Опір $R_1=6,8$ кОм (заводське маркування ОСМЛТ, 6,8 кОм, к 5%), $R_2=6,2$ кОм (заводське маркування МЛТ-2, 6,2 кОм, к 5%). Резистори R_1 і R_2 підбираємо близькими за значеннями опорів і мінімальними відносними похибками. Тоді точність визначення невідомого опору R_x буде найкращою. Магазин опорів R_m має клас точності $K_m = 0,2$. У вимірювальній

діагоналі BD ввімкнений нуль-гальванометр зі шкалою ± 100 мкА, класу точності $K_G = 1,0$. *Вимірювання проводиться один раз.* Струм через гальванометр дорівнює нулю при опорі на магазині опорів $R_m = 2485$ Ом. Визначити невідомий опір R_x , його невизначеність $U(R_x)$ і відносну невизначеність, та записати кінцевий результат вимірювання R_x .

Обробка результату експерименту:

1. За формулою (2.21) визначимо невідомий опір R_x :

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_m = \frac{6,8}{6,2} \cdot 2485 \text{ Ом} = 2725,484 \text{ Ом}.$$

2. Так як R_x визначається за формулою (2.21), то це опосередковані вимірювання. Дослід прово-

диться один раз, то будемо знаходити сумарну невизначеність R_x за формулою (д3.1) додатку 3.

$$U_{CB}(R_x) = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2},$$

де L, M, N визначаються за формулами (д3.2), (д3.3), (д3.4) в додатку 3.

а) Невизначеність опорів R_1 і R_2 розрахуємо за формулою (2.2.9) [4], врахувавши їхні заводські дані:

$$U_B(R_1) = \frac{R_1 \cdot \delta_1}{100\sqrt{3}} = \frac{6,8 \cdot 10^3 \cdot 5}{100\sqrt{3}} \text{ Ом} = 196,3 \text{ Ом},$$

$$U_B(R_2) = \frac{R_2 \cdot \delta_2}{100\sqrt{3}} = \frac{6,2 \cdot 10^3 \cdot 5}{100\sqrt{3}} \text{ Ом} = 178,98 \text{ Ом}.$$

б) Інструментальну похибку магазину опорів визначимо за формулою (д3.4) додатку 3, а невизначеність R_m за формулою (2.2.9) [4]. Врахуємо, що при $R_m=2485$ Ом, за максимальний опір магазину опорів потрібно прийняти $R_{m\max}=9999,9$ Ом ≈ 10000 Ом. Тому невизначеність

$$U_B(R_m) = \frac{R_{m\max} \cdot K_m}{100\sqrt{3}} = \frac{10^4 \cdot 0,2}{100\sqrt{3}} \text{ Ом} = 11,55 \text{ Ом.}$$

в) За формулами (д3.2), (д3.3), (д3.4) додатку 3 знаходимо:

$$L = \frac{R_m}{R_2} U_B(R_1) = \frac{2,485}{6,2} \cdot 196,6 \text{ Ом} = 78,7990 \text{ Ом,}$$

$$M = \frac{R_1 R_m}{R_2^2} U_B(R_2) = \frac{6,8 \cdot 2,485}{6,2^2} \cdot 178,98 \text{ Ом} = \\ = 78,67860 \text{ Ом,}$$

$$N = \frac{R_1}{R_2} U_B(R_m) = \frac{6,8}{6,2} \cdot 11,550 \text{ Ом} = 12,66770 \text{ Ом.}$$

Тоді сумарна невизначеність типу B для невідомого опору R_x буде згідно формули (д3.1) додатка 3:

$$U_{CB}(R_x) = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2} = 111,99 \text{ Ом.}$$

г) Розширену невизначеність розрахуємо за формулою (2.3.5) [4], тобто

$$U(R_x) = k U_B(R_x) = 2 \cdot 111,99 \text{ Ом} = \\ 223,974 \text{ Ом,}$$

де k – коефіцієнт охоплення, який для лабораторних робіт приймаємо $k = 2$ при рівні довіри $P = 0,95$.

Згідно правил заокруглення (див. §1.4 посібника [4]) розширену невизначеність для R_x приймаємо:

$$U(R_x) = 200 \text{ Ом.}$$

е) Тоді цифри 2 (десятки), 5, 4, 8, 4 в значенні $R_x = 2725,484 \text{ Ом}$ є невірними і їх відкидаємо. Цифра 7 сумнівна, цифра 2 (тисячі) – вірна. Кінцевий запис результату вимірювання невідомого опору R_x можемо записати так:

$$R_x = (2700 \pm 200) \text{ Ом}$$

з ймовірністю довіри $P = 0,95$ і відносною невизначеністю

$$\delta = \frac{200}{2700} \cdot 100\% \approx 7\%.$$

Висновок. Як видно із даного розрахунку основний вклад в невизначеність $U(R_x)$ вносять невизначеності $U_B(R_1)$ і $U_B(R_2)$. Тому для досягнення високої точності вимірювання мостовою схемою значення невідомого опору R_x необхідно підбирати однакові резистори R_1 і R_2 , з великим значенням опору і з малою невизначеністю.

Додаток 6. Приклад розрахунків невідомого опору та його невизначеності за допомогою програми Excel. (див. табл.6.1, 6.2)

Відкриваємо новий Excel файл, або скористаємося Excel файлом «робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для даної роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «2-1. Юрчук».

1. Аналізуємо розрахункові формули (2.21), (2.31), бачимо, що в цих формулах використовуються такі дані сталі величини:- опори $R_1 = 56\text{кОм}$, $R_2 = 47\text{кОм}$ з відносною похиб-

кою згідно маркування $\delta=5\%$; клас точності магазину опорів $K=0,2$. (див. таблиці 6.1 та 6.2, які різняться відносною похибкою заданих опорів R_1 і R_2 .)

Ці величини заносимо до відповідних комірок. До комірок A1 та A2 заносимо літери: « $\delta_{1,2}, \%$ » - позначення відносної похибки резисторів R_1 , R_2 та її розмірність; « $\delta_m, \%$ » - клас точності магазину, до комірок B1 та B2 – числа «5» та «0,2». В комірки A3 і A4 записуємо літери «R1, Ом» та «R2, Ом», а в комірки B3 та B4 – відповідні числа «56000» і «47000». В комірку A5 запишемо літери « $A=R1/R2$ », до комірки B5 – цю ж формулу, для цього необхідно виконати такі дії: наводимо курсор на комірку B5, натис-

куємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі « $=$ », наводимо курсор на комірку B3 і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак ділення і натискаємо на комірку B4, на закінчення вводу формули завжди натискаємо кнопку «Enter», тоді в рядку формул буде: « $=B3/B4$ ».

2. Приступаємо до створення та заповнення таблиці 1. В комірки E3, F3, G3 та H3 записуємо літери «Rm1, Ом», «Rm2, Ом» і т.д., а до комірок E4, F4, G4 та H4 – відповідні дані з таблиці даних 2.1.

До комірки D5 вносимо літери «Rx, Ом», а до комірки E5 – формулу (2.21). Для цього необхідно відкрити «буфер обміну», навести кур-

сор на комірку B5, натиснути праву кнопку миші, натиснути кнопку «копіювати», навести курсор на комірку E5 і натиснути на неї, потім натиснути знак дорівнює на клавіатурі «=», навести курсор і натиснути на число в буфері обміну, навести курсор на рядок формул і натиснути на вільне місце після числа, натиснути на знак множення на клавіатурі, а потім - на комірку з опором магазину E4 і натиснути ліву кнопку миші, потім на кнопку «Enter», тоді в рядку формул буде: «=1,191489362*E4». Щоб продублювати цю формулу до наступних комірок знову натискуємо на комірку E5, курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор має прийняти вигляд знака «+», затискуємо ліву кнопку миш-

ки і тягнемо до комірок F5, G5 та H5, при цьому програма сама впише формулу в наступні комірки в виділеній області, і в них з'явиться результат.

3. В комірку D6 вписуємо літери «Rn, Om» - позначення та розмірність нормуючого опору (див додаток5), а самі значення – до комірок E6, F6, G6 та H6 (варто відмітити що після одиниці кількість нулів дорівнює кількості цифр в числі Rm).

4. Визначимо невизначеність типу В опорів магазину. До комірки D7 записуємо літери «UvRm, Om» - її позначення та розмірність, до комірки E7 – формулу (д3.4), тоді в рядку формул буде: «=E6*0,002/SQRT(3)», та дублюємо її

до наступних комірок цього рядка F7, G7 та H7, як описано в пункті 2 цього додатка.

5. Визначимо невизначеність типу В заданих опорів R_1 , R_2 . До комірок A6 і A7 записуємо літери «UвR1, Ом» та «UвR2, Ом» - її позначення та розмірність, до комірки B6 – формулу (д3.3), тоді в рядку формул будемо мати: «=B3*0,05/SQRT(3)», натискаємо кнопку «Enter» та дублюємо її до комірки B7.

6. До комірки D8 записуємо літери «L=Rm/R2*UвR1, Ом» - позначення та розмірність першого доданка з формули (д3.1), чисельне значення комірки B6 копіюємо до буферу обміну, а до комірки E8 заносимо формулу (д3.2), тоді в рядку формул буде:

«=E4/47000*1616,580754», і дублюємо її до комірок F8, G8 та H8.

Позначення та розмірність другого доданка з формули (д3.1) записуємо до комірки D9 – «M=Rm*R1/R2^2*UвR2, Ом», чисельне значення комірки B7 копіюємо до буферу обміну, а до комірки E9 заносимо формулу (д3.3), тоді в рядку формул будемо мати: «=E4*56000/47000^2*1356,773133», не забуваємо натискати кнопку «Enter», та дублюємо її до комірок F9, G9 та H9. Слід зазначити, що отримані значення доданків L і M будуть однаковими, якщо їх відносні похибки однакові, що і бачимо в комірках E8 і E9.

В комірку D10 заносимо літери «N=R1/R2*UвRm, Ом» - позначення та розмірність третього доданка з формули (д3.1). чисельне значення комірки B5 копіюємо до буферу обміну (якщо його вже видалено), а до комірки E8 заносимо формулу (д3.2), тоді в рядку формул буде: «=E7*1,191489362», натискаємо кнопку «Enter» та дублюємо її до комірок F10, G10 та H10.

7. До комірки D11 записуємо літери «UсвRx, Ом» - позначення та розмірність сумарної невизначеності типу В невідомих опорів, до комірки E11 – формулу (д3.1), тоді в рядку формул буде: «=SQRT(SUMSQ(E8:E10)) Щоб знайти цю функцію необхідно натиснути на

кнопку «вставлення функції», яка позначена символом « f_x » і знаходиться перед рядком формул. При натисканні з'явиться віконце, в якому є пошук функції з коміркою, де можна ввести короткий опис. В даному випадку вводимо слова «сума квадратів», натискаємо кнопку «знайти», в комірці нижче слів «виберіть функцію» з'явиться список функцій, наводимо курсор на кожна і читаємо її властивості, вибираємо потрібну: або подвійним натисканням на неї, або на кнопку «ОК». В віконце «аргументи функції» вносимо назви відповідних комірок з потрібними даними, для цього натискаємо на комірку E8, затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо до комірки E10, потім натискаємо кнопку «ОК».

Дублюємо вміст комірки D11 до комірок F11, G11 та H11.

До комірки D12 записуємо літери «U_Rx, Ом» - позначення та розмірність розширеної невизначеності типу В невідомих опорів, до комірки E12 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=2*E11», дублюємо її до комірок F12, G12 та H12, не забуваємо натиснути кнопку «Enter».

8. В комірку D13 запишемо літери «U_Rx округ, Ом» - позначення округленої до однієї значущої цифри величини невизначеності шуканого опору та її розмірність, до комірок E13, F13, G13 та H13 – самі значення, що визначаються згідно правил заокруглення [4].

До комірки D14 записуємо літери «Rx округ, Ом» - позначення округленого значення опору та його розмірність, а до комірок E14, F14, G14 та H14 – округлені значення опорів (див додаток 5).

Визначаємо відносну невизначеність. До комірки D15 запишемо літери « δ_x , %» - її позначення та розмірність, а до комірки E15 - формулу, тоді в рядку формул будемо мати: «=E13/E14*100», дублюємо її до наступних комірок F15, G15 та H15.

9. В комірку A15 записуємо слово «Відповідь:», в комірки C16 – C19 – літери «Rx1, Ом», «Rx2, Ом» і т.д., а в комірки D16 – D19 – значення отриманих величин, наприклад: «24000±2000».

Таблиця 6.1. Розрахунок опору та його невизначеності.

Microsoft Excel										
Файл Основне Вставлення Розмітка сторінки Формули Дані Рецензування Вигляд										
Calibri 11 Шрифт										
=SQRT(SUMSQ(E8:E10))										
Буфер обміну (3 з 24)										
Буфер обміну (3 з 24)										
Вставити все										
Очистити все										
Виберіть об'єкт для вставки:										
1356,773133										
1616,580754										
1,191489362										
A	B	C	D	E	F	G	H	I		
1	$\delta 1,2, \%$	5								
2	$\delta m, \%$	0,2								
3	R1, Ом	56000		Rm1, Ом	Rm2, Ом	Rm3, Ом	Rm4, Ом			
4	R2, Ом	47000		20205	2025	5188	202			
5	$A=R1/R2$	1,19149	Rx, Ом	24074	2412,77	6181,45	240,681			
6	$U_{вR1}, \text{ Ом}$	1616,58	Rn, Ом	100000	10000	10000	1000			
7	$U_{вR2}, \text{ Ом}$	1356,77	$U_{вRm}, \text{ Ом}$	115,47	11,547	11,547	1,1547			
8			$L=Rm/R2 * U_{вR1}, \text{ Ом}$	694,958	69,6506	178,443	6,94786			
9			$M=Rm * R1/R2^2 * U_{вR2}, \text{ Ом}$	694,958	69,6506	178,443	6,94786			
10			$N=R1/R2 * U_{вRm}, \text{ Ом}$	137,581	13,7581	13,7581	1,37581			
11			$U_{свRx}, \text{ Ом}$	992,402	99,457	252,731	9,92161			
12			$U_{Rx}, \text{ Ом}$	1984,8	198,914	505,463	19,8432			
13			$U_{Rx} \text{ округ}, \text{ Ом}$	2000	200	500	20			
14			$Rx \text{ округ}, \text{ Ом}$	24000	2400	6200	240			
15	Відповідь:		$\delta x, \%$	8,33333	8,33333	8,06452	8,33333			
16			Rx1, Ом	24000±2000						
17			Rx2, Ом	2400±200						
18			Rx3, Ом	6200±500						
19			Rx4, Ом	240±20						
20										
21										

Таблиця 6.2(зменшено δ опорів R_1, R_2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
21	$\delta 1,2, \%$	1,5							
22	$\delta m, \%$	0,2							
23	R1, Ом	56000			Rm1, Ом	Rm2, Ом	Rm3, Ом	Rm4, Ом	
24	R2, Ом	47000			20205	2025	5188	202	
25	$A=R1/R2$	1,19149	Rx, Ом		24074	2412,77	6181,45	240,681	
26	UвR1, Ом	484,974	Rn, Ом		100000	10000	10000	1000	
27	UвR2, Ом	407,032	UвRm, Ом		115,47	11,547	11,547	1,1547	
28			L=Rm/R2*UвR1, Ом		208,487	20,8952	53,5329	2,08436	
29			M=Rm*R1/R2^2*UвR2, Ом		208,487	20,8952	53,5329	2,08436	
30			N=R1/R2*UвRm, Ом		137,581	13,7581	13,7581	1,37581	
31			UсвRx, Ом		325,365	32,596	76,9469	3,25299	
32			U_Rx, Ом		650,731	65,1921	153,894	6,50598	
33			U_Rx округ, Ом		700	70	200	7	
34			Rx округ, Ом		24000	2400	6200	240	
35	Відповідь:		$\delta x, \%$		2,91667	2,91667	3,22581	2,91667	
36			Rx1, Ом	24000±700					
37			Rx2, Ом	2400±70					
38			Rx3, Ом	6200±200					
39			Rx4, Ом	240±7					
40									

Вимірювання електрорушійної сили методом компенсації

Додаток 7. Обробка результатів вимірювання електрорушійної сили методом компенсації

1. Невідому е.р.с. розрахувати за формулою (2.30)

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{l_2}{l_1}, \quad (\text{д7.1})$$

де замість l_2 прийняти середнє арифметичне значення, тобто:

$$\langle l_2 \rangle = \frac{30,6+30,2+30,8+30,6+20,2}{5} = 30,48 \text{ см},$$

$$\langle l_1 \rangle = \frac{19,4+19,7+19,1+19,6+19,8}{5} = 19,52 \text{ см}.$$

Тоді

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{\langle l_2 \rangle}{\langle l_1 \rangle} = \frac{30,48}{19,52} \cdot 1,0186 = 1,5905 \text{ В}.$$

Це означає, що невідому е.р.с. \mathcal{E}_x ми визначили опосередковано.

Таблиця 7.1

n	Довжина плеча реохорда	
	l_1 , см	l_2 , см
1	19,4	30,6
2	19,7	30,2
3	19,1	30,8
4	19,6	30,6
5	19,8	30,2

2. Для розрахунку невизначеності \mathcal{E}_x врахуємо, що є статистика вимірювань l_1 і l_2 . Тому для розрахунку невизначеності типу А використаємо формулу (2.32) (стор.61):

$$U_{CA}(\mathcal{E}_x) = \sqrt{L^2 + M^2}, \quad (\text{д7.2})$$

де

$$L = \frac{\varepsilon_n}{\langle l_1 \rangle} U_A(\langle l_2 \rangle), \quad (\text{д7.3})$$

$$M = \frac{\langle l_2 \rangle \varepsilon_n}{\langle l_1 \rangle^2} U_A(\langle l_1 \rangle). \quad (\text{д7.4})$$

Тут $U_A(\langle l_2 \rangle)$ і $U_A(\langle l_1 \rangle)$ – стандартні невизначеності за типом А середнього арифметичного результатів вимірювання l_1 і l_2 і визначаються за формулою (2.33) (стор.61):

$$U_A(\langle l_1 \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (l_{1i} - \langle l_1 \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad (\text{д7.5})$$

$$U_A(\langle l_2 \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (l_{2i} - \langle l_2 \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad (\text{д7.6})$$

де $\langle l_1 \rangle = 19,52$ см, $\langle l_2 \rangle = 30,48$ см – середні арифметичні значення результатів вимірювання плечей реохорда. Тоді за формулою (д7.5) знаходимо:

$$U_A(\langle l_1 \rangle) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{n(n-1)}} = 0,124 \text{ см},$$

де $a = (19,40 - 19,52)$ см,

$b = (19,40 - 19,52)$ см,

$c = (19,70 - 19,52)$ см,

$d = (19,60 - 19,52)$ см,

$e = (19,80 - 19,52)$ см,

$$n = 5.$$

Аналогічно за формулою (д7.6) маємо:

$$U_A(\langle l_2 \rangle) = 0,120 \text{ см}.$$

Після підстановки числових значень у формули (д7.3) і (д7.4) отримаємо:

$$L = \frac{1,0186}{19,52} \cdot 0,120 = 6,26 \cdot 10^{-3} \text{ В},$$

$$M = \frac{30,48 \cdot 1,0186}{19,52^2} \cdot 0,124 = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ В}.$$

Підставивши ці значення L і M у формулу

(д7.2), отримаємо, що

$$U_{CA}(\mathcal{E}_x) = \sqrt{(6,26 \cdot 10^{-3})^2 + (1,01 \cdot 10^{-2})^2} = \\ = 0,01189 \text{ В.}$$

Таким чином ми знайшли сумарну невизначеність за типом A невідомої е.р.с. \mathcal{E}_x , яка визначена опосередковано.

3. Крім цього, у формулі (д7.1) ще є величина е.р.с. \mathcal{E}_n нормального елемента, яку будемо вважати як константу, так як її значення задається. Тому її невизначеність за типом B розрахуємо за формулою (2.2.7) [4]. Тобто

$$U_B(\mathcal{E}_n) = \frac{q}{2\sqrt{3}} = \frac{0,0001}{2\sqrt{3}} \text{ В.}$$

Невизначеність за типом B невідомої

е.р.с. \mathcal{E}_x визначимо за формулою (2.34)

(стор.61), тобто

$$U_{CB}(\mathcal{E}_x) = \frac{\langle l_2 \rangle}{\langle l_1 \rangle} U_B(\mathcal{E}_n) = \\ = \frac{30,48}{19,52} \cdot \frac{0,0001}{2\sqrt{3}} \text{ В} \cong 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ В.}$$

Сумарну невизначеність невідомої е.р.с. \mathcal{E}_x розрахуємо за формулою (2.35) (стор.61), а саме:

$$U_C(\mathcal{E}_x) = \sqrt{U_{CA}^2(\mathcal{E}_x) + U_{CB}^2(\mathcal{E}_x)}. \quad (\text{д7.7})$$

Підставивши числові значення отримаємо, що сумарна невизначеність \mathcal{E}_x буде:

$$U_C(\mathcal{E}_x) = \sqrt{0,01189^2 + (4,5 \cdot 10^{-5})^2} \cong \\ \cong 0,01189 \text{ В.}$$

Тобто стандартна невизначеність типу В е.р.с. нормального елемента \mathcal{E}_n практично не вносить вкладу в сумарну невизначеність невідомої е.р.с. \mathcal{E}_x .

Розширену невизначеність е.р.с. \mathcal{E}_x розраховуємо за формулою:

$$\begin{aligned}U(\mathcal{E}_x) &= kU_C(\mathcal{E}_x) = 2 \cdot 0,01188 \text{ В} = \\ &= 0,02376 \text{ В} \cong 0,024 \text{ В}.\end{aligned}$$

Тут k коефіцієнт охоплення, який для обробки результатів вимірювання на лабораторних роботах приймаємо $k = 2$ при рівні довіри $P = 0,95$.

4. Кінцевий запис результату визначення невідомої е.р.с.:

$$\mathcal{E}_x = \langle \mathcal{E}_x \rangle \pm U(\mathcal{E}_x) = (1,591 \pm 0,024) \text{ В},$$

з відносною невизначеністю

$$\delta(\mathcal{E}_x) = \frac{U(\mathcal{E}_x)}{\mathcal{E}_x} = \frac{0,024}{1,591} \cdot 100 = 1,5\%$$

і ймовірністю довіри $P = 0,95$.

Висновок. Як, видно, із розрахунків сумарна невизначеність $U(\mathcal{E}_x) \cong 0,024 \text{ В}$. Основний вклад в цю невизначеність вносять вимірювання довжин плечей реохорда l_1 і l_2 . Але метод компенсації є найточнішим способом вимірювання е.р.с. невідомих елементів.

Додаток 8. Приклад розрахунків невідомої е.р.с. та її невизначеності за допомогою програми Excel (див. табл.8.1)

Відкриваємо новий Excel файл, або скористаємося Excel файлом «робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відк-

рити, створити новий файл для даної роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «2-2. Юрчук».

1. Аналізуємо розрахункові формули (2.30) та (2.32), бачимо, що в цих формулах використовуються така дана стала величина: е.р.с. нормального елемента $E_n = 1,0186В$. Тоді до комірки А2 заносимо літери: «Еп, В» - позначення та розмірність е.р.с., а до комірки В2 - його значення.

2. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці. Для цього обираємо комірку А3 і заносимо до неї «№», нижче в комір-

ки А4 і А5 вносимо числа 1 та 2, виділяємо ці комірки так, щоб курсор став на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд знака «+». Затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на кілька комірок (маємо 5 значень), при цьому програма сама пронумерує клітинки в виділеній області.

3. До наступних стовпчиків заносимо значення l_1 та l_2 . В комірки В3 і С3 заносимо літери « l_1 , см» та « l_2 , см» - символ відстані та її розмірність, в комірки В4 – В8 і С4 – С8 заносимо значення відстаней з таблиці даних.

4. В розрахункові формули входять середні значення l_1 та l_2 , тому до комірки А9 вносимо : «середнє $\langle l \rangle$, см», до комірки В9 записуємо

формулу знаходження середнього арифметичного: $(\sum_i^5 l_{i1})/5$, для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку B9, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=», потім латинські великі літери і відкриваючу дужку «SUM(» наводимо курсор на комірку з даними l_1 - B4 і затискаємо ліву кнопку миші, далі тягнемо курсор через комірки B5 до останньої комірки B8, вміст цих комірок буде додаватися, набираємо закриваючу дужку «)», на клавіатурі набираємо знак ділення і цифру п'ять - «/5», потім обов'язково натиснути кнопку «Enter». При цьому в рядку формул має бути: «=SUM(B4:B8)/5». Знову натискаємо на комірку B9, курсор наводимо на нижній правий

кут і сам курсор має прийняти вигляд знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо до сусідньої комірки C9, при цьому програма сама впише формулу в цю комірку, і в неї появиться результат для середнього l_2 , при цьому в рядку формул має бути: «=SUM(C4:C8)/5».

5. Наступні два стовпчики міститимуть відхилення кожного виміру від середнього значення, тому до комірок D3 та E3 заносимо літери: « Δl_1 , см» і « Δl_2 , см» - позначення відхилення від середнього значення та його розмірність, а до комірки C4 – формулу $l_1 - \langle l_1 \rangle$, для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку D4, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=»,

потім наводимо курсор на комірку B5, натискаємо на праву кнопку миші та на клавіатурі вибираємо знак «мінус» і число 19,52, і натискаємо кнопку «Enter». В рядку формул маємо: «=B4-19,52». Щоб продублювати цю формулу до наступних комірок знову натискаємо на комірку D4, курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор має прийняти вигляд знака «+>», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз до комірки D8, при цьому програма сама впише формулу в ці комірки, і в них появиться результат для кожного виміру Δl_{1i} . Щоб знайти відхилення Δl_{2i} заносимо таку ж формулу до комірки E4 враховуючи інше значення серед-

нього $\langle l_2 \rangle$, тоді в рядку формул буде: «=C4-30,48», та дублюємо її до комірок E5 – E8.

6. До комірки F3 вносимо літери «Ex, B» - позначення невідомої е.р.с. та її розмірність. Цю величину вираховуємо по середніх значеннях $\langle l_1 \rangle$ та $\langle l_2 \rangle$, тому результат розрахунків також буде середнім значенням і його варто помістити в тому ж рядку, де знаходяться середні значення $\langle l_1 \rangle$ і $\langle l_2 \rangle$, тобто до комірки F9 записуємо формулу (2.30), а в рядку формул маємо: «=B2*C9/B9», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули.

7. Приступаємо до розрахунків невизначеностей l_1 і l_2 .

До комірки A10 записуємо: «сума квадратів відхилень», а до комірки B10 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=DEVSQ(B4:B8)», потім її дублюємо до комірки C10 як описано в пункті 4 цього додатка і в рядку формул цієї комірки матимемо: «=DEVSQ(C4:C8)». Щоб знайти цю функцію необхідно натиснути на кнопку «вставлення функції», яка позначена символом «*f*» і знаходиться перед рядком формул. При натисканні з'явиться віконце, в якому є пошук функції з коміркою, де можна ввести короткий опис. В даному випадку вводимо слова «сума квадратів відхилень», натискаємо кнопку «знайти», в комірці нижче слів «виберіть функцію» буде шукана функція DEVSQ , наво-

димо курсор на неї та два рази натискаємо на неї, появиться віконце «аргументи функції», в яке необхідно внести назви відповідних комірок з потрібними даними, для цього натискаємо на комірку B4, затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо до комірки B8, при цьому програма сама впише в функцію назви цих комірок, потім натискаємо кнопку «ОК».

Зауваження: завжди закінчуємо введення формули натисканням кнопки «Enter».

До комірки D10 записуємо формулу ($\sum_i^5 \Delta l_{i1}^2$), тоді в рядку формул будемо мати: «=SUMSQ(D4:D8)», дублюємо її до комірки E10 і матимемо – «=SUMSQ(E4:E8). Шукаємо цю функцію там же чином як і в попередньому випадку, але вказуємо в описі функції - «сума ква-

дратів», з'явиться список функцій, наводимо курсор на кожну і читаємо її властивості, вибираємо потрібну: або подвійним натисканням на неї, або на кнопку «ОК». В віконце «аргументи функції» вносимо назви відповідних комірок з потрібними даними, для цього натискаємо на комірку D4, затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо до комірки D8, потім натискаємо кнопку «ОК». Як бачимо, числа в комірках B10 і D10 однакові, як і в комірках C10 і E10. Тобто ми отримали один і той же результат різним шляхом, але перший був значно коротшим.

8. В комірку A11 записуємо літери «Ua1, см» - позначення та розмірність невизначеності по типу A вимірних величин l_1 та l_2 . До комірок

ки B11 вносимо формулу (2.33), в рядку формул буде: «=SQRT(B10/20)», не забуваємо натиснути кнопку «Enter», дублюємо її до комірок C11 – E11.

9. Визначаємо невизначеність по типу A е.р.с. невідомого елемента.

Спочатку до комірки A12 вносимо літери «L=En/<11>*Ua12» - позначення, формулу обчислень та розмірність першого доданка формули (д7.2), а в комірку B12 – саму формулу, тоді в рядку формул матимемо: «=B2/B9*C11». Позначення, формулу обчислень та розмірність другого доданка записуємо до комірки A13, матимемо: «M=En*12/11^2*Ua11, B», а до комірки B13 – формулу, тоді в рядку формул буде:

«=B2*C9/B9^2*B11». В комірку A14 заносимо літери «UcaEx, B» - позначення і розмірність невизначеності по типу А е.р.с. невідомого елемента, а до комірки B14 – формулу, в рядку формул буде: «=SQRT(B12^2+B13^2)», або «=SQRT(SUMSQ(B12:B13))», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці.

Зауваження: при написанні великих, довгих, складних формул слідкуйте щоб кількість відкритих і закритих дужок співпадала.

10. Визначаємо невизначеність по типу В е.р.с. невідомого елемента.

Визначаємо невизначеність по типу В елемента Вестона: до комірки A15 заносимо

літери «UвEn, B» - її позначення та розмірність, а до комірки B15 – формулу, в рядку формул матимемо: «=0,0001/2/SQRT(3)». До комірки A16 заносимо літери «UсвEx, B» - позначення невизначеності по типу В невідомої е.р.с. та її розмірність, до комірки B16 – формулу, тоді в рядку формул будемо мати: «=C9/B9*B15», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули.

11. До комірки A17вносимо літери «UсEx, B» - позначення сумарної невизначеності невідомої е.р.с. та її розмірність, до комірки B17 – формулу (д7.7), в рядку формул будемо мати: «=SQRT(B14^2+B16^2)». До комірки A18 заносимо літери «Uex, B» - позначення та розмір-

ність розширеної невизначеності е.р.с. невідомого елемента, до комірки B18 – формулу, в рядку формул буде: «=2*B17».

12. Результат розрахунку даної роботи помістимо в наступному рядку. До комірки A19 запишемо слова: «Відповідь Ех, В», до комірки B19 – цифри «1,590±0,024», які отримуємо після заокруглень (див додаток 7).

13. Визначаємо відносну невизначеність: до комірку A20 запишемо літери «δ,%» - позначення та розмірність, до комірки B20 - формулу, тоді в рядку формул будемо мати: «=B18/F9*100», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці.

Результати приведені в табл.8.1.

Таблиця 8.1

Розрахунок е.р.с. та її невизначеності.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Еп, В	1,0186				
3		№	$l_1, \text{ см}$	$l_2, \text{ см}$	$\Delta l_1, \text{ см}$	$\Delta l_2, \text{ см}$	Ех, В
4		1	19,4	30,6	-0,12	0,12	
5		2	19,7	30,2	0,18	-0,28	
6		3	19,1	30,8	-0,42	0,32	
7		4	19,6	30,6	0,08	0,12	
8		5	19,8	30,2	0,28	-0,28	
9		середнє $\langle l \rangle, \text{ см}$	19,52	30,48			1,59052
10		сума квадратів відхилє	0,308	0,288	0,308	0,288	
11		$U_{al}, \text{ см}$	0,124	0,120	0,124	0,120	
12		$l = E_n / 11 * U_{al2}, \text{ В}$	0,00626189				
13		$M = E_n * l_2 / 11^2 * U_{al1}, \text{ В}$	0,01011159				
14		$U_{caEx}, \text{ В}$	0,0118935	0,0118935			
15		$U_{вЕп}, \text{ В}$	2,8868Е-05				
16		$U_{свЕх}, \text{ В}$	4,5076Е-05				
17		$U_{сЕх}, \text{ В}$	0,01189359				
18		$U_{Ех}, \text{ В}$	0,0237872				
19		Відповідь Ех, В	1,590±0,024				
20		δ, %	1,50				
21							

3. Вивчення руху електронів в електричному і магнітному полях

Додаток 9. Визначення питомого заряду електрона e/m_e та оцінка невизначеності цього значення.

Розрахунки результатів експерименту приведені в таблиці 9.1.

Таблиця 9.1

№	$kU_a \cdot 10^{-7}, \text{A}^2 \cdot \text{Кл}/\text{кг}$	$I_{\text{кр}}^2 \cdot 10^3, \text{A}^2$
1	4.8	3.35
2	9.6	3.60
3	14.4	3.72
4	19.1	3.96
5	24.0	4.10
6	28.8	4.36
7	33.6	4.62
8	38.3	5.04

Будемо вважати, що $y = kU_a$, а $x = I_{\text{кр}}^2$. Тому формула (3.18) (стор.73) прийме вид:

$$y = ax,$$

де $a = e/m_e$.

За даними табл.9.1 нанесемо експериментальні точки на площину з координатними осями $y = kU_a$ і $x = I_{\text{кр}}^2$ з відповідним масштабом рис.9.1. Між експериментальними точками проведемо пряму лінію 1, таким чином, щоб вона проходила через максимальну кількість точок і щоб кількість точок по обидві сторони прямої 1 була, по-можливості, однаковою. Після проведення прямої 1 про експериментальні точки можна тимчасово "забути". Вибираємо на

прямій 1 дві зручні для розрахунків точки, для яких знаходимо: $(kU_a)_1, (I_{кр}^2)_1$ і $(kU_a)_2, (I_{кр}^2)_2$.

Тоді згідно формули (3.18) знаходимо:

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_1 = \frac{(kU_a)_2 - (kU_a)_1}{(I_{кр}^2)_2 - (I_{кр}^2)_1} = \frac{\Delta(kU_a)}{\Delta(I_{кр}^2)} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 10^7}{5,5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 2,18 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

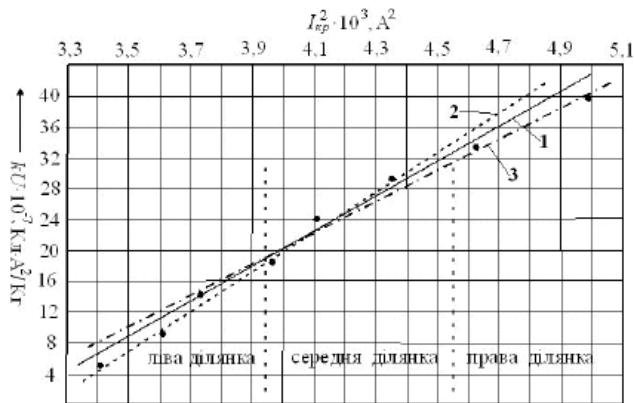


Рис.9.1.

Для знаходження похибки визначення кутового коефіцієнта e/m_e прямої 1 інтервал, в якому лежать виміряні значення $I_{кр}^2$, розділимо на три однакові частини, як показано на рис.9.1. Пряму 1 повертаємо так, щоб на лівій ділянці під прямою точок було у два рази більше, ніж над нею, а на правій ділянці навпаки (пряма 3) на рис.9.1.

За нахилами прямих 2 і 3 знаходимо кутові коефіцієнти, які будуть:

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 10^7}{8 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 2,50 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$$

і

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_3 = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^7}{4 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 2,0 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Тоді за формулою $\sigma_a = \frac{\Delta a}{\sqrt{n}}$ знаходимо середню квадратичну похибку визначення кутового коефіцієнта прямої 1:

$$\sigma_1 = \frac{\left(\frac{e}{m_e}\right)_2 - \left(\frac{e}{m_e}\right)_3}{\sqrt{n}} = \frac{(2,5 - 2,0) \cdot 10^{11}}{\sqrt{8}} = 0,18 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

В практиці лабораторних робіт за граничну абсолютну похибку приймають $\Delta_{\text{гр}} = 3\sigma$, ймовірність довіри якої згідно [4] табл.1 є $P = 99,7\%$. Тому в нашому випадку будемо вважати, що абсолютна похибка визначення питомого заряду електрона буде:

$$\Delta_{\text{гр},1} = 3\sigma_1 = 0,54 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Тому кінцевий результат визначення питомого заряду електрона можемо записати так:

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_1 \pm \Delta_{\text{гр},1} = (2,18 \pm 0,54) \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Тобто, згідно нашого лабораторного експерименту значення e/m_e знаходиться в межах від $2,72 \cdot 10^{11}$ Кл/кг до $1,64 \cdot 10^{11}$ Кл/кг із ймовірністю довіри $P = 99,7\%$.

Звичайно ми не отримали *табличного значення*, яке дорівнює:

$$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг,}$$

але наблизились до нього на стільки, на стільки нам дозволяє лабораторна установка.

Опрацюємо ці ж результати експерименту, що в табл.9.1, за методом найменших квадратів. Для цього використаємо формули із [4]:(1.11.16), (1.11.20) і (1.11.22). Приймавши

$y = kU_a$, а $x = I_{кр}^2$, виконаємо необхідні обчислення і приведемо їх в таблиці 9.2.

Таблиця 9.2

$\sum_{i=1}^8 y_i \cdot 10^{-7}$	$\bar{y} \cdot 10^{-7}$	$\sum_{i=1}^8 x_i \cdot 10^3$	$\left(\sum_{i=1}^8 x_i\right)^2 \cdot 10^6$
172,6	21,575	32,751	1072,63
$\bar{x} \cdot 10^3$	$(\bar{x})^2 \cdot 10^6$	$\sum_{i=1}^8 x_i^2 \cdot 10^6$	$\bar{x}^2 \cdot 10^6$
4,094	16,76	136,274	17,034
$\sum_{i=1}^8 x_i y_i \cdot 10^{-4}$	$\bar{x} \bar{y} \cdot 10^{-4}$	$\sum_{i=1}^8 y_i^2 \cdot 10^{-14}$	$\bar{y}^2 \cdot 10^{-14}$
752,056	94,01	4688,56	586,0825

За формулою (1.11.20) із [4] кутовий коефіцієнт прямої $y = b + ax$, де $a = e / m_e$ буде:

$$a = \frac{e}{m_e} = \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \frac{94,01 \cdot 10^{-4} - 4,09 \cdot 10^{-3} \cdot 21,56 \cdot 10^7}{17,034 \cdot 10^{-6} - 16,76 \cdot 10^{-6}} = 2,07 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Середню квадратичну похибку цього кутового коефіцієнта розрахуємо за формулою (1.11.22) із [4]:

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{8}} \sqrt{\frac{(5,861 - 4,655)}{(17,034 - 16,76)} - (2,07)^2} \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} = 0,12 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Прийнявши за граничну абсолютну похибку:

$$\Delta_{гр} = 3\sigma_a = 0,36 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг,}$$

результат обробки методом найменших квадратів можемо записати так:

$$e/m_e = (2,07 \pm 0,36) \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Це означає, що в інтервалі довіри, який знаходиться між $e/m_e = 1,71 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ і

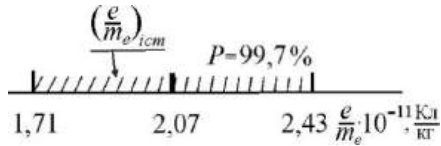


Рис.9.2.

$e/m_e = 2,43 \cdot 10^{11}$ Кл/кг знаходиться 99,7% результатів всіх значень e/m_e . Бачимо, що в інтервалі значень e/m_e від $1,71 \cdot 10^{11}$ Кл/кг до $2,43 \cdot 10^{11}$ Кл/кг знаходиться і табличне значення e/m_e (рис.9.2).

Обробка результатів табл.9.1 методом найменших квадратів за допомогою програми дає такі результати: $e/m_e = 2,07 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, середню квадратичну похибку $\sigma_{e/m_e} = 0,12 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Якщо прийняти, що $\Delta_{гр} = 3\sigma_{e/m_e}$, то отримаємо попередній результат.

Кінцевий результат обробки результатів експерименту можемо записати так:

$$e/m_e = (2,07 \pm 0,36) \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Відносна невизначеність

$$\delta = \frac{0,36}{2,07} \cdot 100\% = 17\%$$

з ймовірністю довіри $P = 0,997$.

Додаток 10. Приклад розрахунків питомого заряду електрона e/m_e та його невизначеності за допомогою програми Excel (див. табл.10.1 – 10.3)

Для розрахунків скористаємося Excel файлом «Робоча прогр. мет. наймен. квадрат (10 точок)», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для цієї роботи, для цього пе-

рейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «2-9. Орел».

1. На першій сторінці програми будуть розміщені таблиці 2 і 3, а таблиця 1 і графіки залежностей I_a від I_c - на другій, тому в лівому нижньому кутку натискаємо кнопку «Лист 2». Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці 1 (див.протокол до цієї роботи).

Стовпчик В міститиме значення сили струму соленоїда. До комірки В3 вносимо літери « I_c , мА» - позначення струму соленоїда та його розмірність, а в комірки В4 – В11 – значення даних із таблиці 1.

В комірку С2 записуємо літери «U=4В» - позначення анодної напруги та її величину. До комірок D2 – J2 записуємо наступні значення цієї напруги: «U=8В», «U=12В» ... «U=32В», (або «U1» - «U8»).

2. До комірок С3 – J3 записуємо літери «Ia, под» - позначення анодного струму та його розмірність та дублюємо її до наступних комірок ряду, для цього після внесення літер виділяємо комірку С3 так, щоб курсор став на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вправо до останньої комірки J3, програма продублює в ці комірки вміст комірки С3. Тепер до

кожного стовпчика С – J записуємо значення анодного струму з таблиці даних.

3. Приступаємо до побудови графіку. Спочатку побудуємо графік для $U=4V$. Виділяємо комірки B4 – B11 та C4 – C11, для цього наводимо курсор на комірку B4, затискаємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор на одну комірку вправо та вниз до комірки C11, відпускаємо ліву кнопку миші, натискаємо вгорі кнопки «Вставлення», потім – діаграма «точкова», при цьому появляється віконце з п'ятьма діаграмами і вибрати – «точкова діаграма із гладкими лініями» (при наведенні курсору на кожну з іконок з'являється їхня назва). З'явиться графік на вільних комірках посередині екрану, його варто

перенести на комірки A16 – A31 та внести його назву. Для цього натискаємо вгорі кнопку «макет», потім зверху натиснути на іконку «Назва діаграми», появляється віконце, в якому натискаємо на «Назва в центрі з накладанням», або «Над діаграмою», на графіку з'явиться напис «Назва діаграми», який змінюємо на «U1», або «U=4V», потім натискаємо на «Ряд 1» і кнопку «Backspace». Щоб перенести графік потрібно навести курсор на вільне місце графіку, при цьому він прийме вигляд перехрещених відрізків зі стрілочками на кінцях та появляється віконце з написом «область діаграми», затиснути ліву кнопку миші та встановити на обране місце.

4. Додамо назви осей. Натискаємо на іконку «Назви осей», потім на «Назва головної горизонтальної осі» і «Назва під віссю», на графіку внизу з'явиться напис «Назва осі», яку змінюємо на «Ic, mA». Тепер цей напис помістимо над горизонтальною віссю справа, для цього натискаємо на нього та рухаємо курсор в межах цього напису так щоб він прийняв форму перехрестя зі стрілочками на кінцях, затискуємо ліву кнопку миші та тягнемо напис на бажане місце.

Таким же порядком додаємо назву вертикальної осі: «Назви осей», «Назва головної вертикальної осі» і вибираємо «Назва по горизонталі», на графіку напис «Назва осі» змінюємо на

«Ia, под», та зміщуємо його вгору та справа від вертикальної осі.

5. При додаванні назв осей змінилася область побудови графіку, вона стала дещо меншою. Щоб її змінити потрібно навести курсор на вільне місце між осями (має з'явитися віконце зі словами: «область побудови»), натиснути кнопку миші, з'явиться рамка навколо області побудови з виділеними вісьмома активними точками, наводимо курсор на нижню ліву точку, затискуємо ліву кнопку миші (появляється подвійна рамка зі штриховими лініями) і тягнемо його вниз і вліво так, щоб більша рамка співпадала з межами графіка, такі ж маніпуляції проводимо з верхньою правою точкою. Положення

осей змінилося і необхідно знову перемістити назви осей на постійне місце (див пункт 4)

6. Тепер змінимо масштаб осі X. Наводимо курсор на будь яке число на осі X, натискаємо праву кнопку миші, з'являється віконце, в якому слід натиснути кнопку «Формат осі», з'являється ще одне віконце, в якому можемо змінити налаштування «параметри осі» з «автоматично» на «фіксовано»: вибираємо «мінімальне значення», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо найменше значення струму соленоїда з таблиці даних (наприклад 20); вибираємо «максимальне значення», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо найбільше значення струму соленої-

да з таблиці даних (наприклад 110); вибираємо «ціна основних поділок», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо бажану величину (наприклад 10). В цьому ж вікні натискаємо зліва кнопку «тип лінії» натискаємо на віконце справа слів «тип закінчення», та натискаємо на стрілочку, у віконечку нижче можемо її збільшити, та натискаємо кнопку «Закрити».

Знову натискуємо на любе число горизонтальної осі, потім – на праву кнопку миші, у віконечку, що з'явилося, натискуємо кнопку «додати основні лінії сітки». Ще раз натискуємо на любе число горизонтальної осі, праву кнопку миші та кнопку «додати проміжні лінії сітки».

Таким же чином змінюємо параметри осі Y: «максимальне значення», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо число 100; «ціна основних поділок» встановлюємо прапорець «фіксовано», в віконце записуємо число 10, зліва натискаємо кнопку «тип лінії», вибираємо стрілочку на закінчення лінії та її розмір (такі ж самі як для осі X).

7. Тепер варто збільшити графік. Рамка графіка має вісім активних точок (кутові та по середині кожної сторони), якщо навести на них курсор, то він змінює свою форму, якщо затиснути любу кнопку миші, то можна змінювати розміри графіку. Бажано щоб графік займав 10 – 12 незмінених стовпчиків і десь 15 рядків.

Зауваження: всі лінії вставлення при змищенні графіка чи зміні його розмірів залишатимуться на місці, оскільки прив'язані не до графіка, а до комірок, тому всі зміни графіка потрібно вносити до побудови ліній.

8. Для визначення критичного значення струму соленоїда необхідно провести дотичну до кривої з найбільшим кутом нахилу. Щоб появилась на графіку лінія натискаємо послідовно кнопки вгорі: «вставлення», «фігури», «лінія», та натискаємо на вільному місці на графіку, з'являється відрізок прямої під кутом $\pi/4$ з двома кільцями на кінцях. Одночасно з'являються засоби креслення, де можна змінити колір цієї лінії (я вибрала чорний), наводимо курсор на лінію, затискуємо ліву кнопку миші та перено-

симо її так щоб вона дотикалася до кривої. Якщо ця дотична має не найбільший кут нахилу, то наводимо курсор на одне з кілець, курсор при цьому змінює свою форму, затискаємо та встановлюємо так, щоб її кут нахилу був таким же як у частини кривої графіку з найбільшим кутом нахилу, при цьому можна збільшувати розмір самої лінії, потім переносимо її так, щоб вона співпадала з частиною кривої.

Добавляємо ще одну лінію як описано в попередньому абзаці (синього кольору), але тепер будемо її встановлювати вертикально: натискаємо на одне з кілець, при цьому курсор приймає вигляд перехрестя і встановлюємо його в першу точку, в якій дотична співпадає з кри-

вою, переводимо курсор на друге кільце, затискаємо та тягнемо його так, щоб лінія стала вертикальною і перетнула вісь X. Ще одну синю вертикальну лінію встановлюємо так, щоб вона проходила через останню спільну точку дотичної і кривої.

Добавляємо ще одну лінію як описано в попередньому абзаці (червону), і будемо її встановлювати вертикально так, щоб вона стала по середині між двома синіми і перетнула вісь X. Точка перетину червоної лінії з горизонтальною віссю дає нам значення критичного струму соленоїда.

9. Оглядаємо графік, усуваємо недоліки (можна змінити розмір стрілочок на осях, змі-

нити розмір і положення назви графіка та назви осей). Наводимо курсор на вільне місце на графіку, він має змінити форму на перехрестя зі стрілочками на кінцях і має з'явитися віконце зі словами: «область діаграми», натискаємо ліву кнопку миші, потім – кнопку «копіювати».

10. Натискаємо на першу вільну комірку (наприклад A32), потім – кнопку «вставити», з'явиться копія нашого графіка на новому місці, який будемо змінювати. Необхідно змінити криву, для цього наводимо курсор на вільне місце (має з'явитися віконце зі словами: «область побудови»), натискаємо праву кнопку миші, у спливаючому вікні натискаємо кнопку «вибрати дані», і під словами «Записи легенд (Ряди)» на-

тиснути кнопки «видалити», потім «додати». В новому спливаючому вікні «Редагування ряду» в перше віконце під словом «Ім'я ряду» записуємо «U2», або «U=8B», в друге віконце під словами «значення ряду X»: наводимо курсор на нижчу комірку, натискаємо на неї, потім натискаємо на першу комірку з даними – B4, затискаємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор вниз до комірки B11, відпускаємо ліву кнопку миші; тепер необхідно записати «значення ряду Y»: наводимо курсор на нижню комірку, натискаємо на неї та видаляємо все що там є, а саме: «={1}», потім натискаємо на першу комірку з даними – D4, затискаємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор вниз до комірки D11, відпус-

каємо ліву кнопку миші; та натиснути кнопку «ОК». Тепер необхідно відкоригувати дотичну (чорну) лінію так, щоб вона мала найбільший кут нахилу, потім дві сині та червону лінії як описано в пункті 8.

11. Для побудови решти графіків повторюємо пункт 10 зі зміною назви графіків та зміною назви стовпчиків в комірці «значення ряду Y», а «значення ряду X» залишатимуться однаковими. Якщо копія графіка не з'являється, треба відкрити буфер обміну та вставити графік з нього.

12. Переходимо на першу сторінку, внизу зліва натискаємо кнопку «Лист 1».

До комірки M2 заносимо літери «U, B» - позначення анодної напруги та її розмірність, а до комірок M3 – M10 – значення анодної напруги з таблиці даних.

До наступного стовпчика вноситимемо добуток kU , тому спочатку визначимо сталу k .

13. В комірку L13 записуємо літери « μ_0 , Гн/м» - позначення та розмірність магнітної сталої, а до комірки M13 - її значення « $=4*PI()*10^{-7}$ », не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули. До комірки L14 заносимо літери « n , 1/м» - щільність витків соленоїда та її розмірність, а до комірки M14 – її величину, (число витків вказано на установці). В комірку L15 записуємо літери « g , м» - позначення

чення та розмірність радіуса анода, а до комірки M15 – його значення (всі величини в системі СИ). До комірки L16 записуємо літери «к, А²Кл/кгВ» - позначення сталої та її розмірність, а до комірки M16 – формулу (3.16), тоді а рядку формул буде: «=8/(M13*M14*M15)^2», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули.

14. До комірки N2 записуємо літери «кU, А²Кл/кг» - позначення добутку та його розмірність, а до комірки N3 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=11990672,62*M3» та дублюємо її до наступних комірок цього стовпчика N4 – N10 як вказано в пункті 2 цього додатка. Для вводу цієї формули треба виконати такі дії: від-

крити буфер обміну, по черзі натискати на комірку M16, кнопку «копіювати», на комірку N3, знак «=», перше число в буфері обміну, перевести курсор на рядок формул і натиснути після числа ліву кнопку миші, набрати знак множення «*» і натиснути на комірку M3, натиснути кнопку «Enter».

15. До комірки O2 записуємо літери «Iкр, А» - позначення та розмірність критичного струму соленоїда, а до комірок O3 – O10 – його значення (обов'язково mA переводимо в А), що визначаються з графіків на другій сторінці.

16. Наступний стовпчик міститиме квадрати критичного струму соленоїда, в комірку P2 записуємо літери «Iкр², А²», а в комірку P3 –

формулу, тоді в рядку формул буде: «=O3^2», дублюємо її до наступних комірок Р4 – Р10, не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули.

17. Приступаємо до побудови графіка $kU_a = f(I_{кр}^2)$.

Переходимо до комірки В5, натискаємо на неї, натискаємо на знак «=», потім – на комірку Р3 та натискаємо кнопку «Enter», в рядку формул буде: «=Р3», та дублюємо її до наступних комірок В6 – В12 (див. пункт 2 цього додатка).

Таким же чином заповнюємо комірку С5, в рядку формул буде: «=N3» та дублюємо її до наступних комірок С5 – С12.

18. В комірці F5 з'явиться кутовий коефіцієнт прямої $kU_a = f(I_{кр}^2)$, який дорівнює шуканій величині питомого заряду електрона, тому приступаємо до оформлення відповіді. В комірку L18 записуємо слово «Відповідь», до комірки L19 – літери «e/m, Кл/кг» - позначення та розмірність питомого заряду, в комірку M19 – формулу «=F5». До комірки L20 записуємо літери «σ, Кл/кг» - позначення та розмірність середньоквадратичної похибки питомого заряду електрона, а до комірки M20 – формулу «=F9». До комірки L21 записуємо літери «Δгр, Кл/кг» - позначення та розмірність граничної абсолютної похибки питомого заряду електрона, а до комірки M21 – формулу «=3*M20». Не забуваємо

натиснути кнопку «Enter» після запису формули.

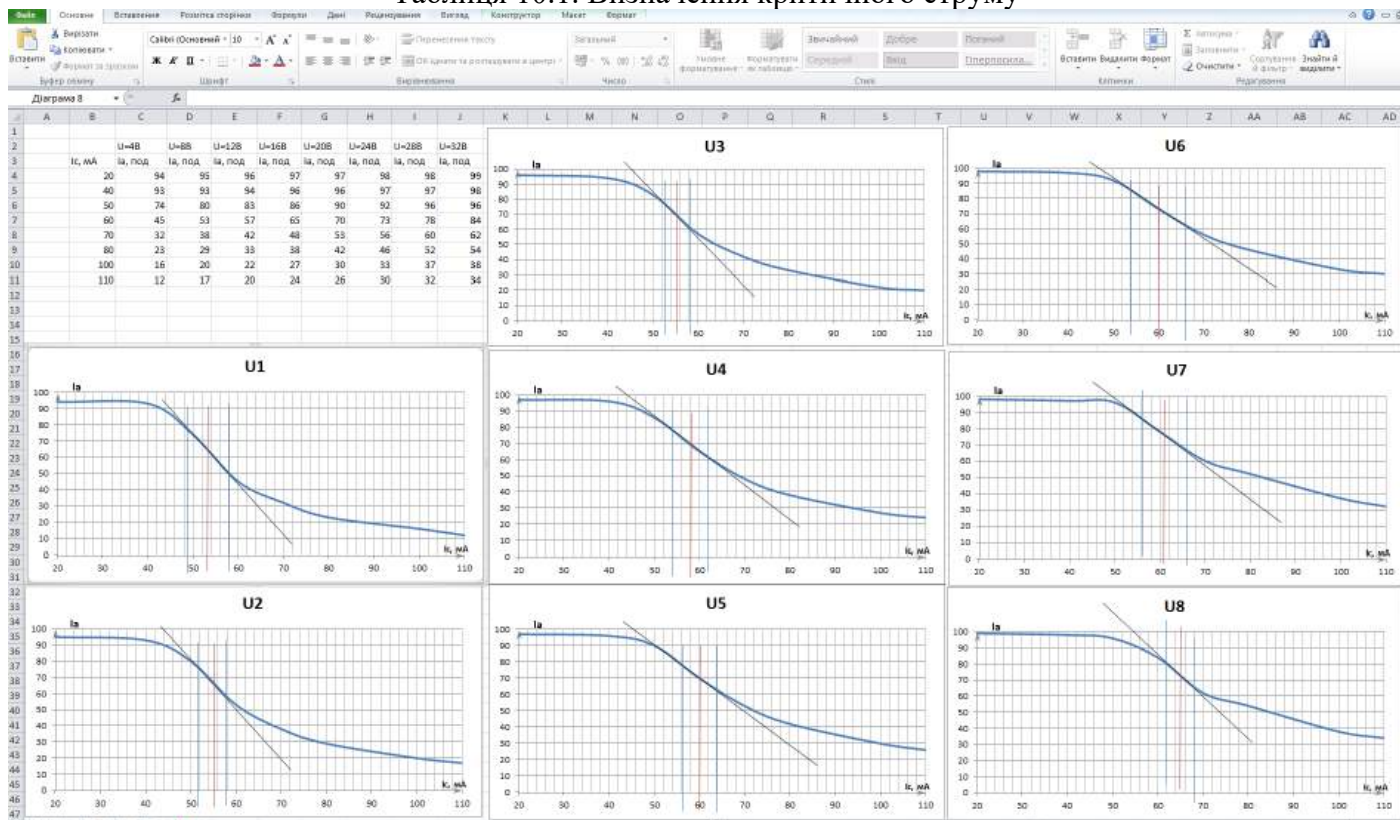
До наступного рядка запишемо кінцевий результат розрахунків, тому до комірки L22 записуємо літери «e/m, Кл/кг» - позначення та розмірність питомого заряду електрона, а до комірки M20 – числа «(2,08±0,35)E+11».

В наступному рядку запишемо табличне значення питомого заряду електрона, в комірку L23 записуємо літери «e/m_т, Кл/кг», а до комірки M23 – його значення «1,76E11».

До комірки L24 записуємо літери «δгр, %» - позначення та розмірність відносної похибки, а до комірки M24 – формулу «=(M19-M23)/M23*100».

Зауваження: якщо курсор активний в рядку формул, то покидати рядок формул треба завжди через натискання кнопки «Enter».

Таблиця 10.1. Визначення критичного струму



Таблиця 10.2. Розрахунок питомого заряду та його невизначеності.

Метод найменших квадратів (для самоперевірки)

дозволяє отримати рівняння прямої на основі аналізу отриманих експериментальних точок

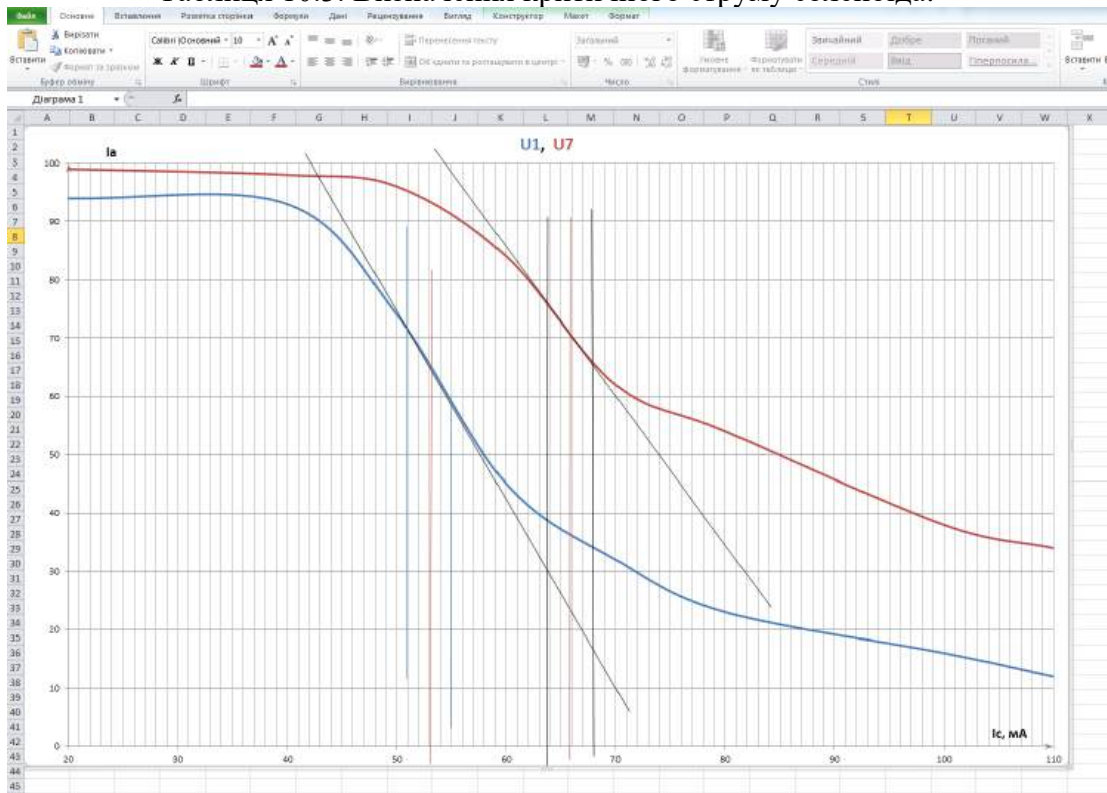
Координати експ. точок:		Коефіцієнти рівняння прямої $y=ax+b$	Коеф. рівняння прямої (інший спосіб)	U, В	$kU, A^3Kл/кг$	Ікр, А	$Ікр^3, A^3$		
x	y			4	8	12	16	20	24
1	0,003364	47962690	$a = 2,08E+11$ за формулою (4.1)	47962690	95925381	0,058	0,003364		
2	0,0036	95925381	$b = -6,4E+08$ за формулою (4.2)	1,44E+08	1,92E+08	0,061	0,003721		
3	0,003721	143888071	Середні квадратичні похибки параметрів a і b	2,4E+08	2,88E+08	0,063	0,003969		
4	0,003969	191850762	$\sigma_a = 1,17E+10$ за формулою (4.6)	3,36E+08	3,84E+08	0,066	0,004356		
5	0,004096	239813452	$\sigma_b = 6105270$ (4.7)	4,00E+08	4,80E+08	0,068	0,004624		
6	0,004356	287776143	$S(y(x)) = 0,0007087$ (4.9)	4,80E+08	5,76E+08	0,071	0,005041		
7	0,004624	335738833							
8	0,005041	383701524							
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									

$\rho, Гн/м$	1,26E-06
$n, 1/м$	130000
$ra, м$	0,005
$k, A^2Kл/кгB$	11990673

Відповідь:

$e/m, Кл/кг$	2,08E+11
$\sigma, Кл/кг$	1,17E+10
$\Delta gr, Кл/кг$	3,51E+10
$e/m, Кл/кг$	$(2,08 \pm 0,35)E+11$
$e/m_T, Кл/кг$	1,76E+11
Бгр, %	18,18

Таблиця 10.3. Визначення критичного струму соленоїда.



5. Дослідження електричних згасаючих і вимушених коливань

Додаток 11. Приклад обробки результатів дослідження згасаючих коливань

Заповнюємо таблиці 5.1 і 5.2. Визначаємо логарифмічний декремент згасання (формула (5.72) стор.164), його середнє значення та добротність (формула 5.16, стор.136).

Будуємо графік залежності $\lambda = f(R)$ для двох ємностей: $C_1=25\text{пФ}$, $C_2=55\text{пФ}$ (рис.11.1). Ми побудували графік $\lambda = f(R)$ без врахування опору котушки. Тому графік має зсув на величину, яка залежить від опору котушки. Значить, опір котушки визначаємо як

$$R_L = b/a.$$

Визначаємо опір котушки як точку перетину лінії тренду з віссю R . Також можна скористатися математичною обробкою даних експерименту за методом найменших квадратів,

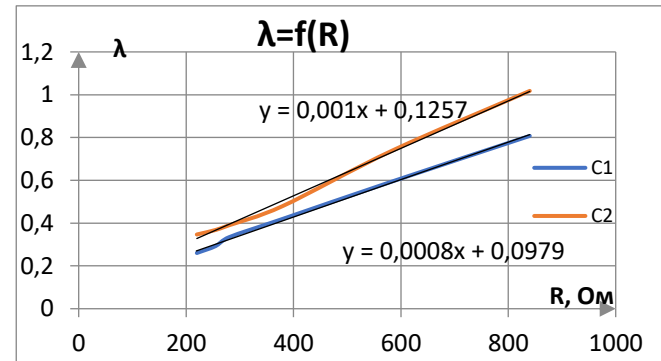


Рис.11.1.

який приведений в [4], а програма окремо додається до інструкції.

Математична обробка результатів експерименту (див. таб.12.1) дає значення кутового

коефіцієнта a залежності величини λ від R і параметра b . Тобто, для C_1 : $a = 0,000875 \text{ Ом}^{-1}$, середня квадратична похибка $\sigma_a = 1,59 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1}$; $b=0,0783$ і $\sigma_b=0,0035$. Тоді $R_L=b/a$ і $R_{L1}=89,5 \text{ Ом}$. Якщо прийняти середню квадратичну похибку за невизначеність типу А, то можна оцінити невизначеність опору котушки за формулою (2.3.2) [4]:

$$U_A(R_L) = \sqrt{\left(\frac{1}{a} U_A(b)\right)^2 + \left(\frac{b}{a^2} U_A(a)\right)^2}. \quad (\text{д11.1})$$

$U_A(R_L) = 4,3 \text{ Ом}$.

Для другого конденсатора C_2 отримуємо $R_{L2}=75,9 \text{ Ом}$ та невизначеність $U_A(R_L) = 5,25 \text{ Ом}$. Тоді середнє значення опору котушки $\langle R_L \rangle = 82,7 \text{ Ом}$, за невизначеність приймаємо більше з

двох $U_A(R_L) = 5,25 \text{ Ом}$, розширена невизначеність опору котушки $(R) = 2U_A(R_L) \approx 10,5 \text{ Ом}$ з ймовірністю довіри $P=95\%$. Відносна невизначеність $R_L \delta_R = \frac{2U_A(R_L)}{R_L} = \left(\frac{10,5}{82,7}\right) \cdot 100\% \cong 13\%$.

Визначаємо індуктивність котушки за формулою (5.76) (стор.165):

для $C_1 - L=0,32 \text{ мГн}$;

для $C_2 - L=0,44 \text{ мГн}$.

Також можемо оцінити невизначеність індуктивності, скориставшись (2.3.2) [4]:

$$U_A(L) = \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{a^2} U_A(C)\right)^2 + \left(\frac{2C\pi^2}{a^3} U_A(a)\right)^2}, \quad (\text{д11.2})$$

де $U_A(C) = 10^{-12} / 2\sqrt{3}$ так як ємність задана з точністю до 1 пФ , що дорівнює 10^{-12} Ф , тоді отримаємо:

для $C_1 - U_A(L)=0,012\text{мГн}$;

для $C_2 - U_A(L)=0,020\text{мГн}$.

Визначаємо власні частоти двох контурів по формулі (5.77) (стор.166), отримаємо:

для $C_1 - \omega_0=11,1\cdot 10^6\text{рад/с}$;

для $C_2 - \omega_0= 6,4\cdot 10^6\text{рад/с}$.

Визначаємо максимальне значення коефіцієнта згасання по формулі (5.78) (стор.166), маємо:

для $C_1 - \beta=1,2\cdot 10^6\text{ с}^{-1}$;

для $C_2 - \beta=0,9\cdot 10^6\text{ с}^{-1}$.

Якщо порівняти отримані значення власної частоти і коефіцієнта згасання, видно, що $\omega_0^2 > \beta^2$.

Із параметра b також можемо визначити критичний опір для кожного значення ємності, формула (5.79) (стор.166):

для $C_1 - R_{кр} = 7,2\text{ кОм}$;

для $C_2 - R_{кр} = 5,7\text{ кОм}$.

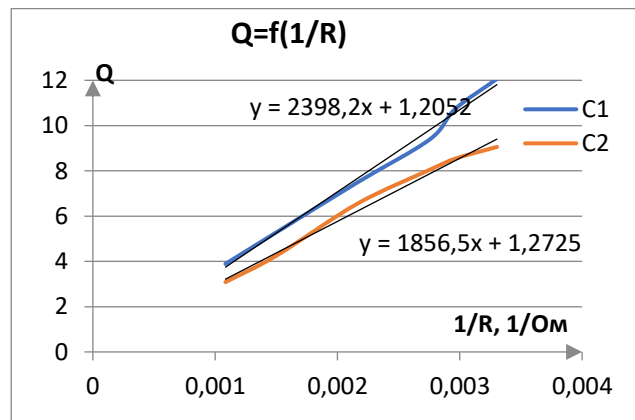


Рис.11.2.

Отримані значення критичного опору раз в 10 перевищують значення опорів в даній ро-

боті, тому можемо вважати, що в контурі мають місце слабкі згасання.

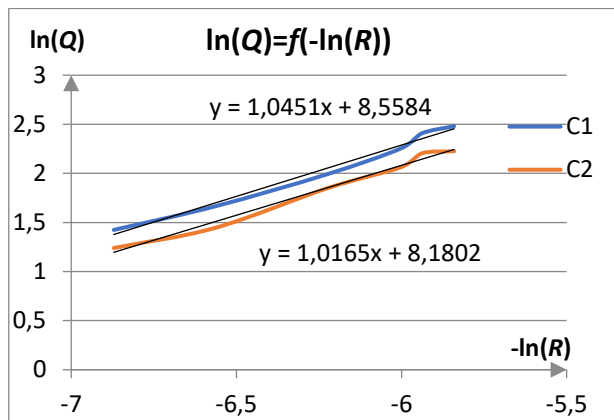


Рис.11.3.

Математична обробка дає значення кутового коефіцієнта залежності величини $\ln(Q)$ від $-\ln(R)$: для ємності C_1 — $a = 1,0038$, середня квадратична похибка $\sigma_a = 0,025$; та для ємності C_2 — $a = 0,997$, середня квадратична похибка

$\sigma_a = 0,012$. Середню квадратичну похибку σ_a приймаємо за невизначеність типу А. Тоді розширена невизначеність величини a $U(a) = 2\sigma_a \approx 0,05$ з ймовірністю довіри $P=95\%$. Відносна невизначеність a $\delta_a = \frac{2\sigma_a}{a} = \left(\frac{0,05}{1,038}\right) \cdot 100\% = 4,8\%$. Таким чином, можемо вважати, що наш експеримент підтверджує обернено пропорційну залежність добротності від опору контуру для випадку слабого згасання.

Аналіз отриманих результатів (висновки):

1. Отриманий кутовий коефіцієнт залежності $\ln(Q) = f(-\ln R)$ дорівнює $a = 1,0038$, що мало відрізняється від теоретичного значення 1 (див. формулу 5.19). Ця різниця складає величину $\Delta a = 0,0038$. Тому відносна невизначеність $\delta_a =$

$= (2 \cdot 0,0038 / 1) \cdot 100\% = 0,8\%$, що вказує на дуже добре проведений експеримент, таким чином, можемо вважати, що в нашому експерименті формула (5.19) виконується на 99%.

2. Отримали досить великі відносні значення експериментальних невизначеностей опору котушки – 12,8%, але, з цих же даних, маємо відносну невизначеність її індуктивності – 10%.

3. Порівнюючи між собою значення власної частоти контуру та його коефіцієнт згасання, можна сказати, що умова (5.6) виконується, при цьому $\omega_0^2 \gg \beta^2$.

Додаток 12. Приклад обробки результатів дослідження згасаючих коливань за допомогою програми Excel (див. табл.12.1)

Для розрахунків скористаємося ексель файлом «3-16 робоча прогр. мет. наймен. квадрат (10 точок)», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для цієї роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «3-16. Левко».

1. Приступаємо до створення і одночасного заповнення двох таблиць 5.1 і 5.2.

До комірки T2 заносимо «№», нижче в комірці E3 і E4 вносимо числа 1 та 2, виділяємо ці комірки так щоб курсор став на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд жирного знака

«+» затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на 4 комірок, при цьому програма сама пронумерує клітинки в виділеній області.

Оскільки в даній роботі проводяться аналогічні виміри для двох різних значень ємності конденсатора C_1 і C_2 та шести різних значень опору резистора, то другу таблицю розміщуємо під першою через один вільний рядок, тому до комірок T10 і T11 заносимо числа 1 та 2 та повторюємо дії описані в попередньому абзаці.

2. До наступного стовпчика заносимо значення опору резисторів, що підключаються до контуру: в комірку U2 заносимо літери «Rm, Ом» - символ опору та його розмірність, в наступні комірки цього стовпчика заносимо зна-

чення шести опорів з таблиці даних. Виділяємо ці комірки (U3-U8): натискаємо на комірку U3, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до останньої комірки U8, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», натискаємо на комірку U10, натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа як і вище в комірках стовпчика U.

3. Наступні три стовпчики міститимуть значення трьох амплітуд. До комірок V2, W2 та X2 заносимо літери «A1», «A2» та «A3» відповідно. В наступні комірки кожного стовпчика

вносимо значення амплітуд з таблиці даних: комірки V3 - V8, W3 - W8, X3 - X8 містять амплітуди для ємності C_1 , а комірки V10 - V15, W10 - W15, X10 - X15 містять амплітуди для C_2 .

4. В наступному стовпчику будуть значення логарифмічного декременту. До комірки Y2 заносимо літеру « λ », а до комірки Y3 заносимо формулу: $\lambda = \ln(A_1/A_2)$, для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку Y3, натискаємо ліву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=», набираємо на клавіатурі «LN(» наводимо курсор на комірку зі амплітудою $A_1 - V3$ і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак ділення «/», потім

курсор на комірку з амплітудою $A_2 - W3$ і натискаємо ліву кнопку миші, закриваючи дужку і кнопку «Enter». В рядку формул має бути: «=LN(V3/W3)» при цьому в комірці з'явиться результат. Дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика: для цього знову натискаємо на комірку Y3 курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз до 16 рядка (W15), при цьому програма сама впише формулу в наступні комірки в виділеній області, і в них появиться результат. Слід зауважити, що дев'ятий рядок служить межею розділу двох таблиць і має бути порожнім, тому з комірки W9 треба все видалити.

5. Наступний стовпчик також буде містити значення логарифмічного декременту, але розрахованого по формулі (5.72). До комірки Z2 вносимо літеру «λ3», а до комірки Z3 заносимо формулу: $\lambda = \ln(A1/A3)/2$, в рядку формул має бути «=0,5*LN(V3/X3)», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці, і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика Z4 і т.д. так як описано в пункті 4.

6. В наступному стовпчику будуть середні значення логарифмічного декременту. В комірці AA2 записуємо літеру «<λ>», а до комірки Y3 заносимо формулу: $\lambda = (\lambda1 + \lambda3)/2$, в рядку формул має бути «=(Y3+Z3)/2», не забуваємо на-

тиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці, і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика AA4 – AA15 так як описано в пункті 4.

7. Будуємо графіки: для цього натискаємо на комірці U3, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до останньої комірки U8, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», наводимо курсор на X1 (відповідна комірка B5) на виділеній області методу найменших квадратів, натискаємо на неї, і натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа

як в комірках стовпчика U, ці ж значення необхідна записати до другого графіка (комірка B20) Так само потрібно перенести значення стовпчика AA3-AA8 до комірок Y графіка (відповідні комірки C5-C10), і значення комірок AA10 – AA15 до комірок Y другого графіка (відповідні комірки C20-C25).

8. Програма «метод найменших квадратів» визначає кутовий коефіцієнт a та точку перетину з віссю ординат b лінійної апроксимації: $y = ax + b$ та їх середньо квадратичні похибки. Опір котушки визначаємо як

$$R_L = b/a.$$

В комірку T18 заносимо літери « $rL1$, Ом» - символ опору котушки та його розмірність. До

комірки U18 формулу b/a , в рядку формул має бути «=F6/F5», не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці, аналогічно до комірки T19 заносимо літери « $rL2$, Ом», а до комірки U19 таку ж формулу, але дані будуть з другого графіка, в рядку формул має бути «=F21/F20», не забуваємо про кнопку «Enter». В комірку T20 записуємо літери « rL », Ом», а до комірки U20 формулу середнього, в рядку формул має бути «=(U18+U19)/2».

9. Визначаємо невизначеності опору котушки по формулі (д11.1). До комірок W18, W19, W20 записуємо літери « σ_{rL1} , Ом», « σ_{rL2} , Ом» та « σ_{rL} », Ом». До комірки X18 заносимо формулу (д11.1), тоді в рядку формул

будемо мати: $\ll = \text{SQRT}((F9/F5)^2 + (F6 * F8 / F5^2)^2) \gg$. В комірку X19 записуємо таку ж формулу, але для даних з другого графіка, тоді в рядку формул буде: $\ll = \text{SQRT}((F24/F20)^2 + (F21 * F23 / F20^2)^2) \gg$. Для невизначеності середнього значення опору беремо більше та округлюємо його до двох значущих цифр і заносимо до комірки X20.

Визначаємо відносну невизначеність: до комірки W21 записуємо літери « δ_{rL} , %», до комірки X21 – формулу $2 \sigma_{<rL> / <rL>$, в рядку формул має бути « $=2 * X20 / U20 * 100$ », не забуваємо про кнопку «Enter».

10. В подальшому для визначення індуктивності та власної частоти контуру необхідні

значення ємності конденсатора, тому до комірки T17 заносимо літери «C, Ф» - позначення ємності та її розмірності, а до комірок U17 та V17 - її значення: « $25E-12$ » і « $55E-12$ » (тільки на англійській!).

11. Визначаємо індуктивність котушки: до комірок T22, T23 і T24 записуємо літери «L1, Гн», «L2, Гн» та «<L>, Гн», в комірку U22 заносимо формулу (7.5), в рядку формул має бути « $=PI()^2 / F5^2 * U17$ », до комірки U23 заносимо таку саму формулу, але для другої ємності і дані беремо з другого графіка, тому в рядку формул має бути « $=PI()^2 / F20^2 * V17$ », в комірку U24 заносимо формулу середнього, в рядку формул

має бути $\langle=(U22+U23)/2\rangle$, не забуваємо натиснути кнопку «Enter».

12. Визначаємо невизначеності індуктивності котушки по формулі (д11.2). До комірок W22, W23, W24 записуємо літери « σ_{L1} , Гн», « σ_{L2} , Гн» та « $\langle\delta_L\rangle$, %». До комірок X22 та X23 заносимо формулу, тоді в рядку формул першої комірки будемо мати: $\langle=\text{SQRT}((\text{PI}())^2/\text{F5}^2*\text{X17})^2+(2*\text{U17}*\text{PI}())^2/\text{F5}^3*\text{F8})^2\rangle$ та другої комірки - $\langle=\text{SQRT}((\text{PI}())^2/\text{F20}^2*\text{X17})^2+(2*\text{V17}*\text{PI}())^2/\text{F20}^3*\text{F23})^2\rangle$. Відносну невизначеність середнього значення індуктивності визначаємо по більшому значенню невизначеності, яке округ-

люємо до двох значущих цифр, тоді в рядку формул буде: $\langle=2*\text{X23}/\text{U24}*100\rangle$.

13. Визначаємо критичний опір по формулі (5.79) для двох ємностей: до комірок T26 і T27 записуємо літери « $R_{кр1}$, Ом» і « $R_{кр2}$, Ом», до комірки U26 заносимо формулу, в рядку формул має бути $\langle=2*\text{PI}()/\text{F5}\rangle$ і в U27 буде $\langle=2*\text{PI}()/\text{F20}\rangle$.

14. Визначаємо власну циклічну частоту контурів. До комірок T29 і T30 записуємо літери « ω_1 , рад/с» і « ω_2 , рад/с», до комірки U29 і U30 формулу (5.77), тоді в рядку формул буде $\langle=\text{F5}/\text{PI}()/\text{U17}\rangle$ для C_1 і $\langle=\text{F20}/\text{PI}()/\text{V17}\rangle$ відповідно для C_2 .

15. Визначаємо коефіцієнт згасання для обох контурів по найбільшому з опорів (800 Ом) по формулі (5.78). в комірці T32 та T33 записуємо літеру « β_1, c^{-1} » та « β_2, c^{-1} », в комірках U32 і U33 - формулу, тоді в рядку формул буде: « $=800/(2*U22)$ » та « $=800/(2*U23)$ ».

16. Наступний стовпчик АВ міститиме значення добротності: до комірки АВ2 записуємо літеру « Q », в комірці АВ3 записуємо формулу π/λ , в рядку формул буде « $=PI()/AA3$ », не забуваємо натиснути кнопку «Enter» після запису формули в комірці, і дублюємо формулу в наступні комірці цього стовпчика до комірки AA15 так як описано в пункті 4.

17. В наступному стовпчику будуть значення логарифму добротності: до комірки AC2 заносимо літери « $\ln(Q)$ », а до комірки AC3 заносимо формулу: $\ln(Q)$, в рядку формул буде « $=LN(AB3)$ », не забуваємо про кнопку «Enter» і дублюємо формулу в наступні комірці цього стовпчика.

18. До комірок стовпчика AD заносимо значення опору коливального контуру: в комірці AD2 записуємо літеру « $R=R_m+rL$ », а до комірки AD 3 заносимо цю формулу, тоді в рядку формул буде « $=U3+82,7$ », і дублюємо цю формулу в наступні комірці цього стовпчика.

19. Останній стовпчик таблиці містить значення $-\ln R$. в комірці AE2 заносимо літери

«-lnR», а до комірки АЕ3 заносимо відповідну формулу, тоді в рядку формул має бути «=-LN(AD3)» (перед логарифмом знак «мінус»), не забуваємо натиснути кнопку «Enter», і дублюємо формулу в наступні комірки цього стовпчика так як описано в пункті 4.

20. Будуємо графіки залежності $\ln Q$ від $-\ln R$ так як описано в пункті 7 цього додатка.

21. Дана програма визначає кутові коефіцієнти a та їх середньо квадратичні похибки лінійної залежності $\ln Q = f(-\ln R)$. Їх приймаємо за невизначеність типу А. Тоді розширена невизначеність величини a $U(a) = 2\sigma_a \approx 0,05$ з ймовірністю довіри $P=95\%$. Відносна невизна-

ченість a $\delta_a = 2\sigma_a/a = (0,05/1,004) \cdot 100\% \approx 5\%$.

Результати приведені в табл..12.1.

Таблиця 12.1. Дослідження згасаючих коливань

Метод найменших квадратів

дозволяє отримати рівняння прямої на основі аналізу отриманих експериментальних точок

Координати вимл. точки:			Коефіцієнти рівняння прямої $y=ax+b$		Коеф. рівняння прямої (найш. спосіб)	
x	y		a	b	a	b
1	220	0,26043783	a = 0,0008752 (4.1)	b = 0,0782974 (4.2)	a = 0,000875 (4.4)	b = 0,078297 (4.5)
2	255	0,29280322	Середні квадрати похибок a і b		середн. відхилення точок від	
3	280	0,33419827	σ _a = 1,594E-05 (4.6)	σ _b = 0,0035161 (4.7)	S = 0,070664 (4.8)	S _{y(x)} = 0,028848 (4.9)
4	380	0,41978389				
5	585	0,59563619				
6	840	0,80747783				
7						
8						
9						
10						

№	Rm	A1	A2	A3	λ1	λ3	<λ>	Секст.	ln(Секст)	ВРf(λ)	-lnR
1	220	17,6	13,6	10,4	0,2578	0,2630	0,2604	12,0627	2,4901	302,70	-5,7128
2	255	17,6	13	10	0,3029	0,2827	0,2928	10,7294	2,3750	337,70	-5,8222
3	280	17,4	12,4	9	0,3388	0,3296	0,3342	9,4004	2,2408	362,70	-5,8936
4	380	10	10,0	6,8	0,4117	0,4278	0,4198	7,4838	2,0127	402,70	-6,1371
5	585	13,8	7,6	4,2	0,5965	0,5948	0,5957	5,2742	1,6628	667,70	-6,3038
6	840	11,8	5	2,6	0,8587	0,7563	0,8075	3,8906	1,3586	922,70	-6,8273

Координати вимл. точки:			Коефіцієнти рівняння прямої $y=ax+b$		Коеф. рівняння прямої (найш. спосіб)	
x	y		a	b	a	b
1	220	6,34685553	a = 0,0011085 (4.1)	b = 0,0841841 (4.2)	a = 0,001108 (4.4)	b = 0,084184 (4.5)
2	255	6,30801918	Середні квадрати похибок a і b		середн. відхилення точок від	
3	280	6,39001317	σ _a = 2,496E-05 (4.6)	σ _b = 0,0055038 (4.7)	S = 0,076731 (4.8)	S _{y(x)} = 0,031325 (4.9)
4	380	6,47898153				
5	585	6,74623473				
6	840	1,01779524				
7						
8						
9						
10						

№	Rm	A1	A2	A3	λ1	λ3	<λ>	Секст.	ln(Секст)	ВРf(λ)	-lnR
1	220	13,4	9,4	6,8	0,3545	0,3392	0,3469	9,0574	2,2036	302,70	-5,7128
2	255	12,4	8,4	6,2	0,3895	0,3466	0,3680	8,5365	2,1444	337,70	-5,8222
3	280	12	8,2	5,4	0,3808	0,3993	0,3900	8,0551	2,0863	362,70	-5,8936
4	380	10,2	6,4	3,8	0,4661	0,4937	0,4799	6,5465	1,8789	402,70	-6,1371
5	585	8,8	4,2	2	0,7397	0,7408	0,7402	4,2440	1,4455	667,70	-6,3038
6	840	7,4	2,4	1,2	1,1260	0,9096	1,0178	3,0867	1,1271	922,70	-6,8273

С, Ф

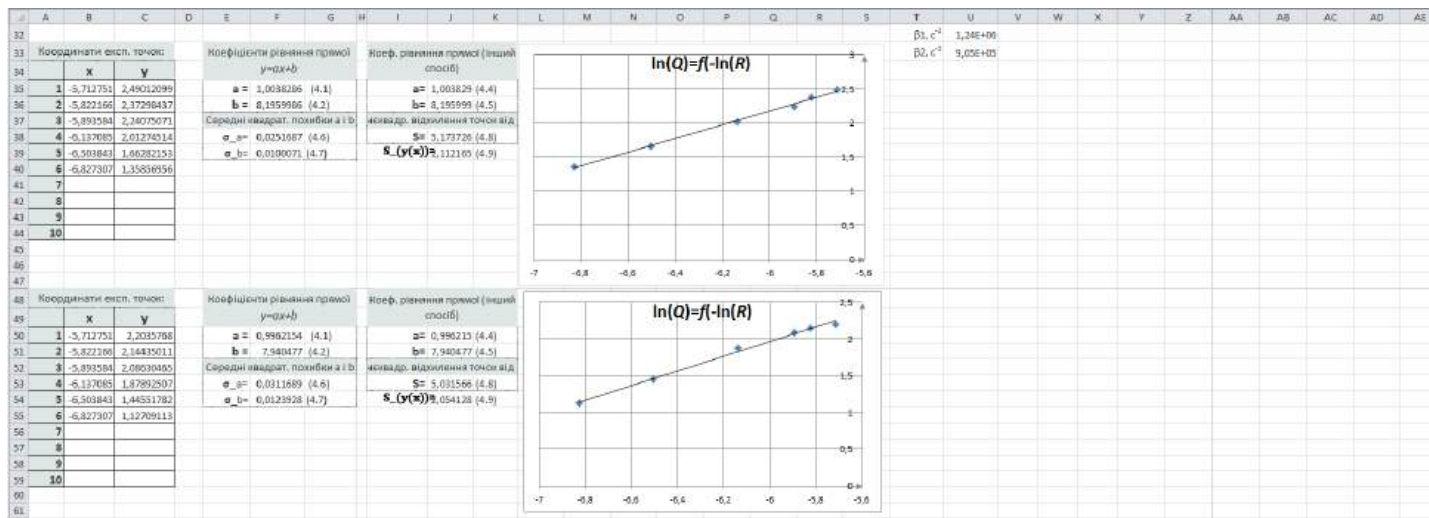
№	Rm	A1	A2	A3	λ1	λ3	<λ>	Секст.	ln(Секст)	ВРf(λ)	-lnR
1	220	17,6	13,6	10,4	0,2578	0,2630	0,2604	12,0627	2,4901	302,70	-5,7128
2	255	17,6	13	10	0,3029	0,2827	0,2928	10,7294	2,3750	337,70	-5,8222
3	280	17,4	12,4	9	0,3388	0,3296	0,3342	9,4004	2,2408	362,70	-5,8936
4	380	10	10,0	6,8	0,4117	0,4278	0,4198	7,4838	2,0127	402,70	-6,1371
5	585	13,8	7,6	4,2	0,5965	0,5948	0,5957	5,2742	1,6628	667,70	-6,3038
6	840	11,8	5	2,6	0,8587	0,7563	0,8075	3,8906	1,3586	922,70	-6,8273

ВРf1, Ом 7178,3475
ВРf2, Ом 5668,2968

ш01, роЗ/с 1,11E+07
ш02, роЗ/с 6,42E+09

В1, с⁴ 1,24E+06

Продовження таблиці 12.1. Дослідження згасаючих коливань



Додаток 13. Приклад обробки результатів дослідження вимушених коливань (всі фізичні величини на графіках приведені в одиницях системи СІ)

1. Будуємо резонансні криві $U_m^R = f(\nu)$ для різних значень R за даними табл.5.4, які отримуємо експериментально, (рис.13.1).

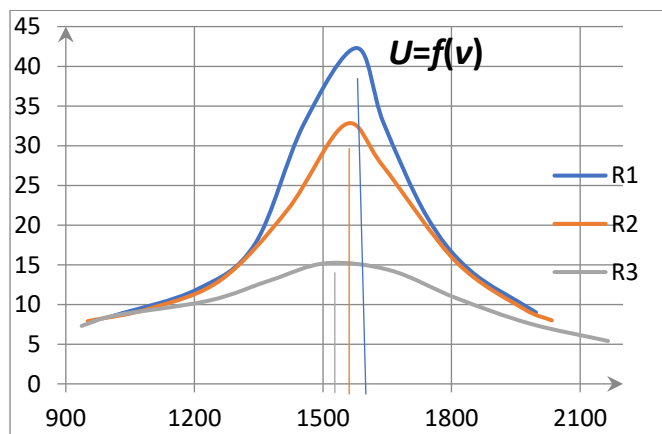


Рис.13.1.

2. Визначаємо добротність контуру для різних значень R , величину $1/R$, обернену до опору, результати заносимо до табл.5.6 та будуємо графік: $Q = f(1/R)$ (рис.13.2).

3. Розраховуємо значення сили струму за законом Ома для трьох значень опору: $I = U/R$, та заносимо до табл.5.5.

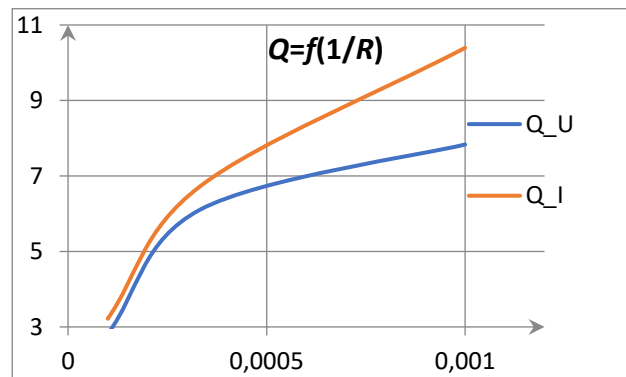


Рис.13.2.

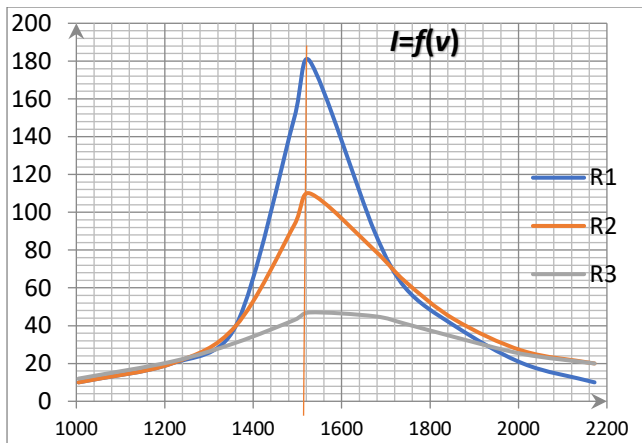


Рис.13.3.

4. Будуємо резонансні криві за даними табл.5.5 $I_m^R = f(\nu)$ (рис.13.3).

5. Для кожного значення опору R визначимо максимальне значення сили струму, ділимо його на $\sqrt{2}$, проводимо горизонтальну пряму на цьому рівні, визначаємо точки перети-

ну її з резонансною кривою, з цих точок опускаємо перпендикуляри до вісі абсцис, визначаємо значення частот рис.13.3 (для цього варто встановити масштаб 5 – 10 Гц/поділку, див. табл.5.5).

6. Визначаємо добротність для кожного опору та відкладаємо відповідні значення на графіку рис.13.2 (див.табл.5.6).

7. Визначаємо коефіцієнти згасання β з формули (5.46)

$$\beta = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{U_{рез}}^2)/2},$$

де ω_0 визначаємо з таблиці 5.5 як резонансну частоту, яка є однаковою для всіх опорів, а $\omega_{U_{рез}}$ – з таблиці 5.4 як частоти з найбільшою амплі-

тудою коливань напруги на конденсаторі, які залежать від опору.

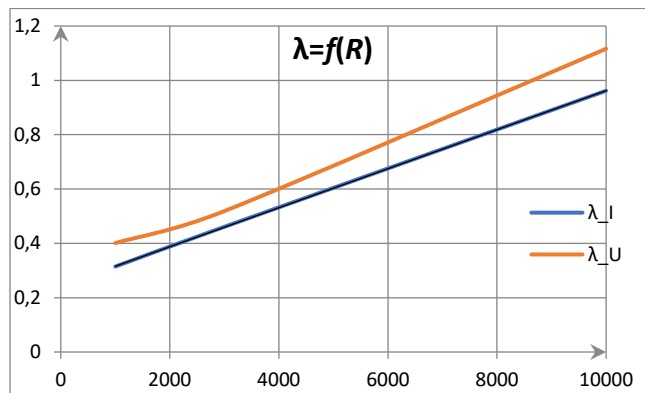


Рис.13.4.

8. Визначаємо логарифмічний декремент згасання λ та будуємо графік залежності λ від опору (рис.13.4).

Аналіз отриманих результатів (висновки):

1. Резонансна частота $\omega_{U_{рез}}$ залежить від опору R : із збільшенням опору частота $\omega_{U_{рез}}$ зменшується, що підтверджує теоретичну формулу (5.46) (табл.5.4).

2. Резонансна частота струму $\omega_{I_{рез}}$ не залежить від опору і дорівнює власній частоті контура ω_0 (формула 5.47, табл.5.5).

3. Так як отримані значення коефіцієнта згасання β , що визначаються за резонансними частотами $\omega_{U_{рез}}$ та $\omega_{I_{рез}}$ задовільняють умові $\beta^2 \ll \omega_0^2$, то оправдані формули для визначення добротності Q (5.16), (5.19) (5.50) і логарифмічного декремента λ (5.14).

4. Лінійна залежність логарифмічного декремента від опору дуже добре підтверджується графіками на рис.13.4.

5. Залежність добротності від оберненого значення опору в межах експериментальних невизначеностей підтверджується графіками на рис.13.2.

Додаток 14. Приклад обробки результатів дослідження вимушених коливань за допомогою програми Excel (див. табл.14.1, 14.2)

Для розрахунків можемо скористатися Excel файлом «Робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання, його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для цієї роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «за-

пам'ятати як», або відкрити новий файл. Назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «3-17. Левко».

1. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці 5.4.

Якщо скористалися наданим файлом, то переходимо на другу сторінку, для цього в нижньому лівому кутку натискаємо кнопку «Аркуш 2».

Стовпчики А,С та Е міститимуть значення частоти , а стовпчики В,D,F – значення напруги на конденсаторі для різних значень опорів R1, R2, R3. До комірок А3, С3 та Е3 заносимо літери «v, Гц» – символ частоти та її розмірність, в комірки А4 – А12, С4 – С12 та Е4 – Е12 заноси-

мо значення частоти з таблиці даних. До комірок B3, D3, F3 заносимо літери « U_c , B» - символ напруги та її розмірність, в комірки B4 – B12, D4 – D12 та F4 – F12 заносимо відповідні значення напруги з таблиці даних.

Слід зауважити, що два перші стовпчики містять дані, які отримані коли опір R1 був включений до кола, а два наступні – R2. Тому об'єднуємо комірки A2 і B2, для цього їх слід виділити та натиснути кнопку «Об'єднати та розташувати в центрі», потім заносимо текст: «R1=1кОм», об'єднуємо комірки C2 і D2 та заносимо текст: «R2=3кОм», об'єднуємо комірки E2 і F2 та заносимо текст: «R3=10кОм».

До комірки A1 вписуємо назву таблиці: «таблиця 3».

2. Приступаємо до побудови графіків $U=f(v)$.

Спочатку побудуємо графік для R1. Виділяємо комірки A4 – A12 та B4 – B12, для цього наводимо курсор на комірку A4, затискуємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор на одну комірку вправо та вниз до комірки B12, відпускаємо ліву кнопку миші, натискаємо вгорі кнопки «Вставлення», потім – діаграма «точкова», при цьому появляється віконце з п'ятьма діаграмами і вибрати – «точкова діаграма із гладкими лініями» (при наведенні курсора на кожну з іконок з'являється їхня назва). З'явиться графік

на вільних комірках посередині екрану, його варто перенести на комірки A14 – A27 та внести його назву. Для цього натискаємо вгорі кнопку «конструктор», з'являються одинадцять макетів діаграм, для нашого графіка найкраще вибрати перший або восьмий макет. Замість слів «Назва діаграми» пишемо « $U=f(v)$ », замість «Ряд 1» – «R1». Щоб перенести графік потрібно навести курсор на вільне місце графіку, при цьому він прийме вигляд перехрещених відрізків зі стрілочками на кінцях та появиться віконце з написом «область діаграми», затиснути ліву кнопку миші та встановити на обране місце.

Таким же чином будуюмо графік для R2, тільки виділяємо комірки C4 – C12 та D4 – D12,

графік переносимо на комірки A29 – A42 та змінюємо слово «Ряд 1» на «R2».

По такому же алгоритму будуюмо графік для R3, тільки виділяємо комірки E4 – E12 та F4 – F12, графік переносимо на комірки I14 – I27 і змінюємо слово «Ряд 1» на «R3».

3. Побудуємо три резонансні криві на одному графіку. Спочатку побудуємо графік для R1, як вказано в пункті 2, вибираємо перший макет, змінюємо слово «Ряд 1» на «R1», переносимо його на вільні комірки I29 – I42.

Щоб додати другу криву треба навести курсор на графік, при цьому курсор прийме вигляд перехрещених відрізків зі стрілочками на кінцях та появиться віконце з написом «область

побудови», натиснути праву кнопку миші, в спливаючому віконечку натиснути кнопку «вирити дані», появиться нове віконце, в якому слід натиснути кнопку «додати», з'явиться ще одне віконце, в якому маємо вказати ім'я ряду – «R2»; значення ряду X: наводимо курсор на другу комірку, натискаємо на неї, потім натискаємо на першу комірку з даними – C4, затискаємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор вниз до комірки C12, відпускаємо ліву кнопку миші; тепер необхідно записати значення ряду Y: наводимо курсор на нижню комірку, натискаємо на неї та видаляємо все що там є, а саме: «={1}», потім натискаємо на першу комірку з даними – D4, затискаємо ліву кнопку миші,

зміщуємо курсор вниз до комірки D12, відпускаємо ліву кнопку миші; та натиснути кнопку «ОК».

Для побудови третьої кривої знову натискаємо кнопку «додати» та виконати дії, що вказані в попередньому абзаці, але ім'я ряду буде «R3», дані для ряду X будуть в комірках: E4 – E12, а для ряду Y - в комірках: F4 – F12.

Тепер змінимо масштаб вісі X. Наводимо курсор на будь яке число на осі X, натискаємо праву кнопку миші, з'являється віконце, в якому слід натиснути кнопку «Формат осі», з'являється ще одне віконце, в якому можемо змінити налаштування «автоматично» на «фіксовано»: вибираємо «мінімальне значення»,

ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комір- ку записуємо найменше округлене значення частоти з таблиці даних (наприклад 900); виби- раємо «максимальне значення», ставимо прапо- рець біля «фіксовано» та в комірку записуємо найбільше округлене значення частоти з таблиці даних (наприклад 2200); вибираємо «ціна осно- вних поділок», ставимо прапорець біля «фіксо- вано» та в комірку записуємо бажану величину (наприклад 100).

Також можемо змінити розміри графіка; для цього натискаємо на графік, навколо нього з'являється подвійна рамка, яка має вісім актив- них точок: по кутах і в центрі сторін. Якщо тре- ба збільшити тільки по горизонталі, то наводи-

мо курсор на середину лівої сторони подвійної рамки (або правої), курсор приймає вигляд го- ризонтального відрізка зі стрілочками, затиска- ємо ліву кнопку миші, курсор стає жирним хре- стиком, і розтягуємо графік на 3-6 комірок ос- новного поля (або стискуємо). Таким же чином можемо змінювати розмір по висоті, а якщо по- тягнути за кут, то можемо одночасно змінювати обидва розміри графіка.

4. Для обчислення добротності та побудо- ви ще двох графіків створимо ще одну таблицю 5.6.

До комірки Н1 впишемо назву таблиці: «таблица 5.6».

До комірок Н2 та Н3 занесемо дані: напруга генератора - « $U_0=5,4\text{В}$ » та ємність конденсатора – « $C=2,95*10^{-9}\text{Ф}$ ».

До комірок Н4, Н5 і Н6 заносимо літери «R1, Ом», «R2, Ом», «R3, Ом» - позначення опору та його розмірність, а до комірок І4. І5, І6 – відповідні значення опорів з таблиці даних. В наступному стовпчику будуть величини, що є оберненими до опору, тому до комірки J3 запишемо літери « $1/R, \text{Ом}^{-1}$ », а до наступних комірок – формулу, тоді в комірці J4 в рядку формул буде: « $=1/I4$ », яку слід продублювати до наступних комірок цього стовпчика. Для цього натискаємо на комірку з формулою, наводимо курсор на правий нижній кут комірки, при цьо-

му сам курсор прийме вигляд жирного перехрестя, натискаємо і утримуємо ліву кнопку миші та тягнемо курсор вниз (або в сторону) на необхідну кількість комірок.

До комірки К3 заносимо літери «Q_U» - позначення добротності, яку визначаємо по формулі (5.26)., а в комірку К4 записуємо відповідну формулу, тоді в рядку формул буде: « $=\text{MAX}(B4:B12)/5,4$ » для першого опору, відповідно для другого та третього опорів: « $=\text{MAX}(D4:D12)/5,4$ » та « $=\text{MAX}(F4:F12)/5,4$ ».

В комірку L3 заносимо літери «Q_I» - позначення добротності, яку будемо визначати по формулі (5.27), для цього необхідно побудувати

резонансні криві: залежності струму контуру від частоти.

5. Переходимо на наступну сторінку, для цього слід в нижньому лівому кутку натиснути кнопку «Аркуш 2», або «Аркуш 3» та приступаємо до побудови таблиці 5.5.

До комірки A1 заносимо назву таблиці: «Таблиця 5.5».

До комірок A3, A6, A9 заносимо літери: «R1», «R2», «R3» - позначення опорів.

До комірки B2 заносимо літери: «v, Гц» - позначення частоти та її розмірність, а до решти комірок цього ряду (C2 – K2) – значення частот з таблиці даних.

В комірки B3, B6, B9 записуємо літери «U, В» - позначення напруги на відповідному опорі та її розмірність, а до решти комірок ряду (C3 – K3), (C6 – K6), (C9 – K9) – значення напруги з таблиці даних для першого, другого та третього опору відповідно.

До комірок B4, B7, B10 заносимо літери «I, А» - позначення сили струму та її розмірність, а до комірки C4 вносимо формулу: $U/R1$, тоді в рядку формул буде: «=C3/1000», яку слід продублювати до решти комірок цього ряду (C4 – K4). До комірки C7 записуємо формулу «=C6/3000» та дублюємо її до наступних комірок цього ряду (C7 – K7), а до комірки C10 -

«=C9/10000» та дублюємо її до решти комірок цього ряду (C10 – K10).

6. Отримані значення сили струму дуже малі, тому для побудови графіків доцільно їх збільшити в однакове число раз, в даному випадку 100000.

Будуємо ще одну таблицю. До комірки B12 заносимо літеру «X», а до решти комірок цього ряду значення комірок C2 – K2, для цього треба виділити комірки C2 – K2, натиснути кнопку «копіювати», потім виділити комірки C12 – K12 і натиснути кнопку «вставити».

До комірок B13, B14, B15 заносимо літери «R1», «R2», «R3», а до комірки C13 - формулу: «=C4*100000», яку слід продублювати до решти

комірок цього ряду (C13 – K13), відповідно до комірок C14 та C15 заносимо формули: «=C7*100000» та «=C10*100000», які також дублюємо до решти комірок ряду.

7. Будуємо графік з трьома кривими (див. пункт 2 і 3), де значення осі X будуть в комірках C12 – K12, значення аргументу - в комірках C13 – K13 для R1, C13 – K14 для R2, C15 – K15 для R3.

Збільшуємо графік на весь екран, змінюємо параметри осей, для цього наводимо курсор на графік, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо кнопку «формат осей», з'являється нове вікно, в якому змінюємо параметри осі X: «мінімальне значення» встановлюємо прапорець

«фіксовано» та записуємо найменше округлене значення частоти в віконце (1000); «максимальне значення» - прапорець «фіксовано», заносимо найбільше округлене значення частоти (2200); «ціна основних поділок» - прапорець «фіксовано», в віконце записуємо 50; «ціна проміжних поділок» - прапорець «фіксовано», до віконця записуємо число 5; зліва натискаємо кнопку «тип лінії», натискаємо на віконце справа слів «тип закінчення», та натискаємо на стрілочку, у віконечку нижче можемо її збільшити.

Щоб змінити параметри осі Y необхідно навести курсор на любе число цієї осі, натиснути праву кнопку миші, в віконечку, що з'явилося, натиснути кнопку «формат осі»,

з'явиться ще одне віконце, в якому змінюємо параметри осі Y: «ціна основних поділок» встановлюємо прапорець «фіксовано», в віконце записуємо число 10; «ціна проміжних поділок» - прапорець «фіксовано», до віконця – число 1, зліва натискаємо кнопку «тип лінії», вибираємо стрілочку на закінчення лінії та її розмір (такі ж самі як для осі X).

8. Для визначення добротності по резонансним кривим необхідно провести ряд обчислень та побудов.

До комірок A17, A18, A19 записуємо літери: «R1», «R2», «R3», до комірки B16: – « $I_{max}/\sqrt{2}$ », а до комірки B17 – формулу

«=MAX(C13:L13)/SQRT(2)», яку дублюємо до комірок B18 та B19.

До комірок C16, D16 та E16 заносимо літери «v1, Гц», «v2, Гц» та «Δv, Гц» - позначення та розмірність частот, що відповідають ширині резонансної кривої.

9. Тепер потрібно на графіку провести горизонтальну пряму на рівні $I_{\max}/\sqrt{2}$ (наприклад 127 для «R1»), для цього натискаємо послідовно кнопки вгорі: «вставлення», «фігури», «лінія», та натискаємо на вільному місці на графіку, з'являється відрізок прямої під кутом $\pi/4$ з двома кільцями на кінцях. Одночасно з'являються засоби креслення, де можна змінити колір цієї лінії (я вибрала зелений для синьої основної

кривої), наводимо курсор на одне з кілець, курсор при цьому змінює свою форму, натискаємо та встановлюємо на число 127 на осі Y, переводимо курсор на друге кільце, натискаємо та тягнемо його так, щоб лінія стала горизонтальною і перетинала резонансну криву в двох точках.

Добавляємо ще одну лінію як описано в попередньому абзаці, але тепер будемо її встановлювати вертикально: натискаємо на одне з кілець, при цьому курсор приймає вигляд перехрестя і встановлюємо його в першу точку перетину горизонтальної прямої з резонансною кривою, переводимо курсор на друге кільце, натискаємо та тягнемо його так, щоб лінія стала вертикальною і перетнула вісь X. Лінія прохо-

дять між проміжними лініями сітки 1465 та 1470, тому беремо ціле число 1468. Таким же чином будуємо другу вертикальну пряму, що проходить через другу точку перетину горизонтальної прямої з резонансною кривою та отримуємо друге число 1625. Отримані числа заносимо до комірок C17 та D17, а до комірки E17 - формулу «=D17-C17», яку дублюємо до комірок E18 та E19.

10. Повторюємо дії описані в пункті 9 для визначення ширини резонансних кривих для інших опорів R2 та R3 (див. таблиця 14.2).

Зауваження: всі лінії вставлення при зміщенні графіка чи зміні його розмірів залишатимуться на місці, оскільки прив'язані не до графі-

ка, а до комірок, тому всі зміни графіка потрібно вносити до побудови ліній.

11. До комірки F16 заносимо літеру «Q», а до комірки F17 – формулу: «=1568/E17», яку дублюємо до комірок F18 і F19. Число 1568 – це резонансна частота, яку визначаємо за таблицею даних 5.4.

12. Переносимо отримані значення добротності до таблиці 5.6. Переходимо на попередню сторінку (внизу, зліва, «Аркуш 1»), до комірки L4 записуємо знак «=», потім переходимо до наступної сторінки і натискаємо на комірку F17, в рядку формул має бути: «=Аркуш2!\$F\$17», цю формулу дублюємо до наступних комірок L5 і L6.

13. Із формули (5.46) $\omega_{U_{\text{рез}}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

можемо знайти коефіцієнт згасання

$$\beta = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{U_{\text{рез}}}^2)/2}.$$

В комірку Н8 записуємо літери « ω_0 , рад/с»

- позначення власної частоти та її розмірність, а до комірки І8 – формулу: « $=2*\text{PI}()*1568$ », де число 1568 - це резонансна частота, яку визначаємо за таблицею даних 5.5.

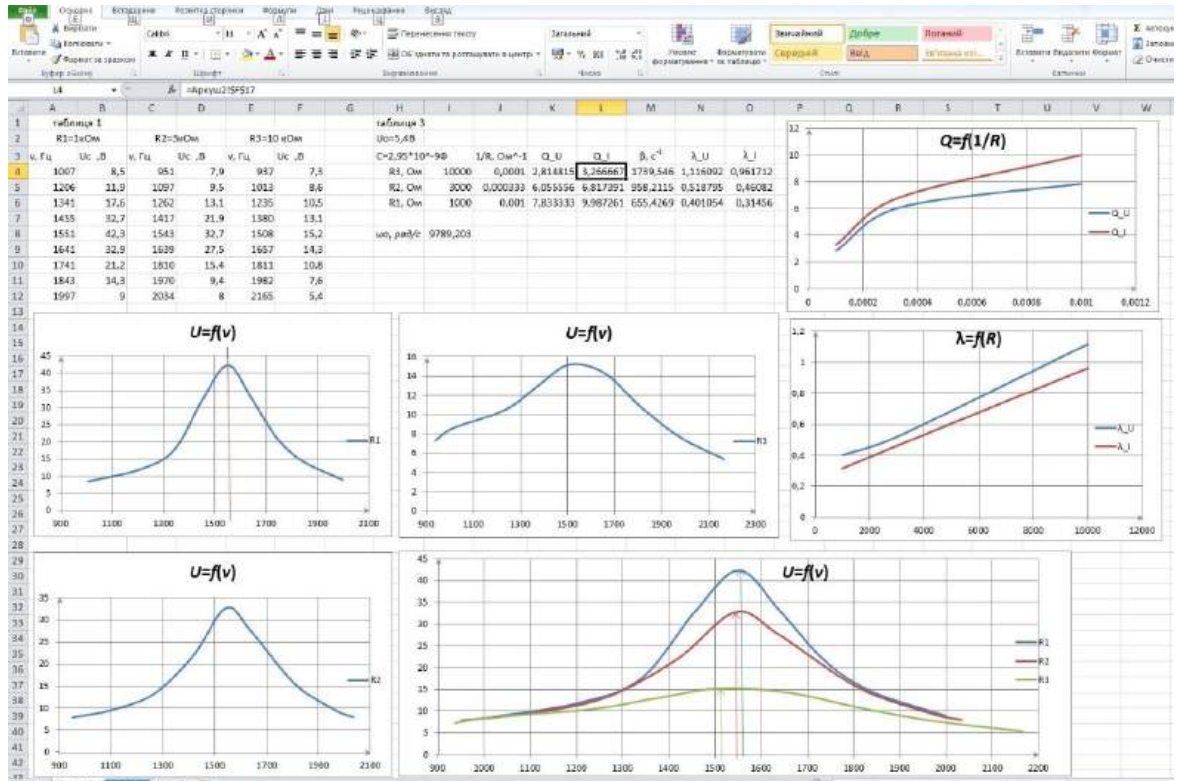
До комірки М3 заносимо літеру « β , с⁻¹» - позначення коефіцієнта згасання. До комірки М4 записуємо формулу: « $=\text{SQRT}((\text{I8}^2-(2*\text{PI}()*\text{A8})^2)/2)$ », до комірки М5 – формулу: « $=\text{SQRT}((\text{I8}^2-(2*\text{PI}()*\text{C8})^2)/2)$ », до комірки

М6 – формулу: « $=\text{SQRT}((\text{I8}^2-(2*\text{PI}()*\text{E8})^2)/2)$ ».

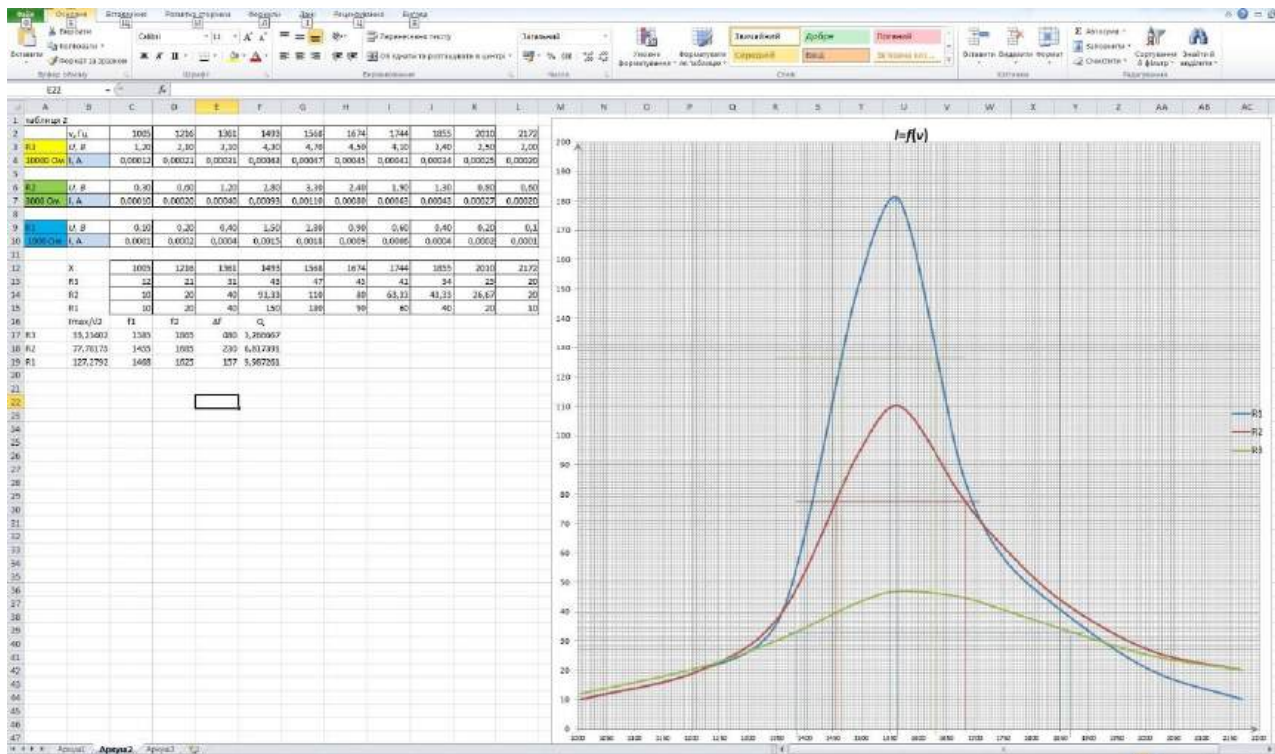
14. До комірок N3 та O3 вносимо літери « λ_U » та « λ_I » - позначення логарифмічного декременту згасання, визначених з відповідних значень добротності. В комірку N4 записуємо формулу « $=\text{PI}()/\text{K4}$ », яку дублюємо до наступних комірок N5 та N6, а потім до комірок O4, O5, O6.

15. Будуємо графіки залежності добротності від $1/R$ та логарифмічного декременту λ від опору R так як описано в пунктах 2 та 3 (див таблиця 14.1).

Таблиця 14.1. Дослідження вимушених коливань



Таблиця 14.2. Дослідження вимушених коливань



6. Вивчення інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля

Додаток 15. Приклад обробки експериментальних даних лабораторної роботи «Вивчення інтерференції світла за допомогою біпризми Френеля». (див. табл.15.1)

Розглянемо обробку результатів по визначенню довжини хвилі світла видимого діапазону спектру та її невизначеності. Для отримання інтерференційної картини використовується біпризма Френеля, джерело світла (вузька щілина), червоний світлофільтр, збиральна лінза, окулярний мікромметр, метрова лінійка. Фокусна відстань лінзи $F = 145\text{мм}$, ціна поділки гвинта окуляр мікромметра (рис.12) - $0,01\text{мм}$, ціна поділки лінійки - 1мм .

Робоча формула лабораторної роботи:

$$\lambda = \frac{\langle x \rangle \langle d' \rangle (a - F)^2}{na^2 F}, \quad (\text{д15.1})$$

де λ – довжина хвилі певного кольору світла, $\langle x \rangle$ – середня арифметична відстань, яка містить n інтерференційних смуг цього кольору світла, $\langle d' \rangle$ – середня арифметична відстань між дійсними зображеннями двох уявних когерентних джерел (щілин) у фокальній площині окуляр мікромметра, отриманих за допомогою лінзи, a – відстань між щілиною (джерелом світла) і лінзою.

Результати вимірів наступні: $n = 10$, $a = 624\text{мм}$,

$x, \text{мм}$	2,69	2,67	2,73
$d', \text{мм}$	0,61	0,63	0,60

1. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність типу А вхідних величин x і d' . Для цього за формулою (1.3.1)[4] знаходимо: $\langle x \rangle = 2,6967\text{мм}$, $\langle d' \rangle = 0,6133\text{мм}$, а за формулою (1.3.5) [4] знаходимо:

$$\sigma_{\langle x \rangle} = u_A(\langle x \rangle) = 0,01764\text{мм},$$

$$\sigma_{\langle d' \rangle} = u_A(\langle d' \rangle) = 0,00882\text{мм}.$$

За формулою (2.3.2) [4] з використанням формули (д15.1) отримуємо вираз для сумарної стандартної невизначеності типу А:

$$U_{CA}(\lambda) = \frac{(a - F)^2}{na^2F} \cdot \sqrt{(\langle d' \rangle \cdot u_A(\langle x \rangle))^2 + (\langle x \rangle \cdot u_A(\langle d' \rangle))^2}. \quad (\text{д15.2})$$

Підставимо числові значення у формулу (д15.2). Тоді

$$U_{CA}(\lambda) = \frac{(624 - 145)^2}{10 \cdot 624^2 \cdot 145} \cdot \sqrt{(0,613 \cdot 0,01764)^2 + (2,697 \cdot 0,00882)^2} = 1,062 \cdot 10^{-5}\text{мм}. \quad (\text{д15.3})$$

2. Сумарну стандартну невизначеність типу В знаходимо за формулою (2.3.3) [4], використовуючи формулу (д15.1). Тоді отримаємо:

$$U_{CB}(\lambda) = \frac{a-F}{n \cdot d^2} \cdot \sqrt{\mathbf{D} + \mathbf{E}}, \quad (\text{д15.4})$$

де

$$\mathbf{D} = \left(\frac{a}{F} - 1\right)^2 \cdot (\langle d' \rangle \cdot u_B(x))^2 + (\langle x \rangle \cdot u_B(d'))^2, \quad (\text{д15.5})$$

$$\mathbf{E} = (\langle x \rangle \cdot \langle d' \rangle)^2 \cdot \left[\left(1 + \frac{a}{F}\right)^2 \cdot \frac{u_B^2(F)}{F^2} + 4 \frac{u_B^2(a)}{a^2} \right]. \quad (\text{д15.6})$$

В цих формулах $u_B(x)$, $u_B(d')$, $u_B(F)$, $u_B(a)$ – стандартні невизначеності типу В величин x , d' , F і a .

Стандартні невизначеності типу В для величин x , d' визначаються властивостями окулярмікрометра, ціна поділки якого $q = 0,01$ мм. Тому за формулою (2.2.8) [4]

$$u_B(x) = u_B(d') = \frac{0,01}{4\sqrt{3}} = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{мм.}$$

Аналіз показує, що для даної лабораторної установки стандартні невизначеності типу В величин F і a можна прийняти такими $u_B(F) = 2$ мм, $u_B(a) = 3$ мм.

Тоді за формулою (15.5) розрахуємо величину D :

$$D = \left(\frac{624}{145} - 1\right)^2 \cdot ((0,613)^2 + (2,697)^2) \cdot (0,00144)^2 = 1,73 \cdot 10^{-4} \text{мм}^2,$$

а за формулою (д15.6) величину E :

$$E = (2,697 \cdot 0,613)^2 \cdot \left[\left(1 + \frac{624}{145}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{145}\right)^2 + 4 \left(\frac{3}{624}\right)^2 \right] = 1,49 \cdot 10^{-2} \text{мм}^2.$$

Сумарну стандартну невизначеність типу В знаходимо за формулою (д15.4):

$$U_{CB}(\lambda) = \frac{624 - 145}{10 \cdot 624^2} \cdot \sqrt{1,73 \cdot 10^{-4} + 1,49 \cdot 10^{-2}} = 1,51 \cdot 10^{-5} \text{мм.}$$

3. Сумарна стандартна невизначеність визначається за формулою (2.3.4) [4]:

$$U_C(\lambda) = \sqrt{U_{CA}^2(\lambda) + U_{CB}^2(\lambda)} =$$

$$= \sqrt{(1,062 \cdot 10^{-5})^2 + (1,51 \cdot 10^{-5})^2} \cong \\ \cong 1,85 \cdot 10^{-5} \text{мм} = 0,0185 \text{мкм.}$$

4. Розширену невизначеність визначимо за формулою (2.3.5) [4], прийнявши нормальний закон розподілу можливих значень величин, які вимірюються. Коефіцієнт охоплення $k = 2$ при ймовірності довіри $P = 0,95 = 95\%$. Тоді розширена невизначеність довжини хвилі в даному експерименті буде:

$$U = kU_C(\lambda) = 2 \cdot 0,0185 = 0,037 \text{мкм.}$$

5. За формулою (д9.1) розраховуємо довжину хвилі червоного світла:

$$\lambda = \frac{2,697 \cdot 0,613 \cdot (624 - 145)^2}{10 \cdot 624^2 \cdot 145} = \\ = 6,719 \cdot 10^{-4} \text{мм} = 0,6719 \text{мкм.}$$

6. Кінцевий результат записуємо так:

- довжина хвилі червоного світла $\lambda = 0,672 \text{мкм}$;

- сумарна невизначеність визначення довжини хвилі

$$U_C(\lambda) = 0,0185 \text{мкм};$$

- розширена невизначеність визначення довжини хвилі

$$U(\lambda) = 0,037 \text{мкм};$$

- кінцевий запис результату визначення довжини хвилі (див. табл. 6.1):

$$\lambda = (0,672 \pm 0,037) \text{мкм};$$

- ймовірність довіри $P = 0,95 = 95\%$;

- відносна невизначеність визначення довжини хвилі:

$$\delta = \frac{0,037}{0,672} \cdot 100\% \cong 5,5\%.$$

Результати приведені в табл. 15.1

Таблиця 15.1

світлофільтр:	червоний	зелений
N	16	
n	10	
$x_i, \text{мм}$	2,69	
	2,67	
	2,73	
$x = \langle x_i \rangle, \text{мм}$	2,697	
$d', \text{мм}$	0,61	
	0,63	
	0,60	
$d' = \langle d' \rangle, \text{мм}$	0,613	
$F, \text{мм}$	145	
$a, \text{мм}$	624	
$\lambda, \text{мкм}$	0,6718	
$\Delta\lambda, \text{мкм}$	0,042	
$U(\lambda), \text{мкм}$	0,037	
кінцевий запис результату визначення довжини хвилі, мкм	$0,672 \pm 0,037$	

7. Вивчення дифракційної решітки

Додаток 16. Приклад обробки результатів експерименту та розрахунок невизначеності визначеної довжини хвилі випромінювання червоного лазера (див. табл.17.1 – 17.3)

1. Обробка результатів експерименту по визначенню періоду дифракційної решітки, довжин хвиль випромінювання лазерів та кутової дисперсії решітки виконані згідно «**Порядку виконання завдання**» і результати представлені в таблицях 17.1, 17.2, 17.3.

2. Проводимо розрахунок невизначеності довжини хвилі червоного лазера для дифракційного спектру тільки першого порядку, тобто для визначеного значення $\lambda=0,6403$ мкм в табл.17.2. В цьому випадку можна використати

дещо спрощені формули, які завідомо будуть давати правильний результат розрахунку, так як кут дифракції досить малий. Хоч подібні розрахунки можна виконувати і для другого, і третього порядків. В кінці цього додатка побачимо, що всі значення довжин хвиль червоного світла лазера, отриманих для всіх порядків дифракції, знаходяться в межах інтервалу довіри, який розрахований для значення довжини хвилі першого порядку дифракційної картини (табл. 17.2).

3. Врахуємо, що формулу $\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{F^2 + x^2}}$ можна переписати так: $\sin \varphi \cong \frac{x}{F}$. Це означає, що для малих кутів дифракції (має місце в нашому експерименті) $\sin \varphi \cong \tan \varphi = x/F$. Кути дифракції малі, так як $x \ll F$. Це дасть змогу

значно спростити розрахунок невизначеності для довжини хвилі. Тоді розрахунок для сталої (періоду) решітки і довжини хвилі випромінювання для спектру першого порядку можна записати так:

$$d = \frac{F \cdot \lambda}{x}, \quad (\text{д16.1})$$

$$\lambda = \frac{x \cdot d}{F}. \quad (\text{д16.2})$$

4. Аналіз формули (д16.1).

Величини λ (довжина хвилі зеленого світла) x і F дають невизначеність типу В, так як x вимірюємо практично один раз, а величини λ і F нам задається, як постійні. Тому згідно [4]: невизначеність констант, коефіцієнтів та поправок для констант і коефіцієнтів, а також поправок, інтервалами розсіяння яких є одиниця най-

меншого розряду їхніх числових значень. Тоді невизначеність обчислюють за формулою (2.2.7) із [4]:

$$u_B = \frac{q}{2\sqrt{3}},$$

де q – одиниця найменшого розряду числового значення. Для нашого випадку можемо прийняти, що

$$u_B(\lambda) = \frac{10^{-3}}{2\sqrt{3}} \text{ мкм},$$

$$u_B(x) = u_B(F) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ мм}.$$

Стала решітки вимірюється опосередковано. Тому її сумарна невизначеність типу В буде визначатись з формулою (2.3.3) із [4]. Із формули (д16.1) отримаємо, що

$$U_B(d) = \sqrt{(K)^2 + (L)^2 + (M)^2}, \quad (\text{д16.3})$$

де

$$K = \frac{\lambda}{x} u_B(F); L = \frac{F \cdot \lambda}{x^2} u_B(x); M = \frac{F}{x} u_B(\lambda).$$

Після підстановки числових значень із табл.17.1 отримаємо:

$$K = \frac{0,532}{13} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ мкм} = 0,0118 \text{ мкм};$$

$$L = \frac{330 \cdot 0,532}{13^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ мкм} = 0,2999 \text{ мкм};$$

$$M = \frac{330}{13} \cdot \frac{10^{-3}}{2\sqrt{3}} \text{ мкм} = 7,33 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}.$$

Підставимо ці значення K, L, M у формулу (д16.3) і отримаємо сумарну невизначеність типу В для сталої решітки:

$$U_B(d) = 0,300 \text{ мкм}.$$

5. Згідно формули (2.3.3) із [4] і формули (д2) сумарна невизначеність довжини хвилі буде визначатись за формулою:

$$U_B(\lambda) = \sqrt{(K_1)^2 + (L_1)^2 + (M_1)^2}, \quad (\text{д16.4})$$

де

$$K_1 = \frac{d}{F} u_B(x) = \frac{13,5}{330} \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ мкм} = 0,0118 \text{ мкм};$$

$$L_1 = \frac{x \cdot d}{F^2} u_B(F) = \frac{16 \cdot 13,5}{330^2} \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ мкм} = 5,726 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}.$$

$$M_1 = \frac{x}{F} u_B(d) = \frac{16}{330} 0,3 \text{ мкм} = 0,01455 \text{ мкм}.$$

Підставимо значення K_1, L_1, M_1 у формулу (д16.4) і отримаємо, що

$$U_B(\lambda) = 0,0187 \text{ мкм}.$$

6. Розширена невизначеність визначається за формулою (2.3.5) із [4]:

$U(\lambda) = k U_B(\lambda)$, де $k = 2$. Тобто

$$U(\lambda) = 2 \cdot 0,0187 \text{ мкм} \approx 0,037 \text{ мкм}.$$

7. Кінцевий результат визначення довжини хвилі червоного світла лазера буде:

$$\lambda_{\text{ч}} = (0,6403 \pm 0,037) \text{ мкм} = (0,640 \pm 0,037) \text{ мкм}.$$

8. Відносна невизначеність $\lambda_{\text{ч}}$

$$\delta = \frac{0,037}{0,640} \cdot 100\% \cong 6\%;$$

з ймовірністю довіри $P = 0,95$

9. З розрахунків видно, що отримано інтервал значень довжин хвиль випромінювання червоного лазера від

$$\lambda_{\text{ч1}} = (0,640 - 0,037) \text{ мкм до}$$

$$\lambda_{\text{ч2}} = (0,640 + 0,037) \text{ мкм}.$$

Тобто $\lambda_{\text{ч}} = (0,603 \div 0,677) \text{ мкм}.$

Із табл.17.2 видно, що всі три отримані значення довжин хвиль випромінювання червоного лазера попадають в цей інтервал значень $(0,603 \div 0,677)$ мкм.

Додаток 17. Приклад обробки результатів експерименту лабораторної роботи «Вивчення дифракційної решітки» за допомогою програми Excel (результати приведені в табл. 17.4)

Відкриваємо програму, також можна скористатися Excel файлом «робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання. Його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для даної роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як», назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прі-

звище, наприклад: «3-4. Лебідь», розрахунки будемо робити на другому листі, тому переходимо на лист 2.

1. Розрахункові формули містять задані величини: фокусна відстань лінзи F та довжина хвилі зеленого лазера λ , тоді до стовпчика А вносимо їх позначення та одиниці вимірювання, а в стовпчику В в відповідних комірках – їх значення. (комірки А2, А3 та В2,В3).

2. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці 1. Для цього обираємо комірку Е2 і заносимо до неї літеру m , в наступні комірки Е3,Е4,Е5 – числа 1,2,3 - номер максимуму.

3. В наступному стовпчику будуть координати головних максимумів, що знаходяться праворуч нульового, в комірку F2 заносимо літери «X_m, мм» - символ координати та її розмірність, в комірки F3, F4 і F5 заносимо значення координати головних максимумів з таблиці даних.

4. До наступного стовпчика будемо заносити значення координати головних максимумів, що знаходяться ліворуч нульового, в комірку G2 заносимо літери «X-m, мм» - символ координати та її розмірність, в комірки G3, G4, G5 заносимо значення координати головних максимумів з таблиці даних.

5. Середнє значення координати головних максимумів займатиме наступний стовпчик. До комірки H2 заносимо літери «<X>, мм» - символ координати та її розмірність, до комірки H3, вводимо формулу: $(X_m + X_{-m})/2$, для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку H3, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює та знак відкритої дужки на клавіатурі «=(», наводимо курсор на комірку F3 і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак додавання «+», потім курсор на комірку G3 і натискаємо ліву кнопку миші, натискаємо знак закритої дужки, знак ділення та цифри 2 на клавіатурі «)/2», потім обов'язково натиснути кнопку «Enter», при цьому в рядку

формулу має бути: «=(F3+G3)/2», а в комірці з'явиться результат. Для дублювання цієї формули в наступні комірки знову натискаємо на комірку G3, курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор має прийняти вигляд жирного знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на дві комірки, при цьому програма сама впише формулу в наступні комірки в виділеній області і в них з'явиться результат.

6. В наступному стовпчику будуть значення синусів, в комірку I2 заносимо літери «sinφ», в комірку I3 заносимо формулу: $X/\sqrt{X^2 + F^2}$. для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку I3, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі

«=», наводимо курсор на комірку H3 і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак ділення «/», потім велику літеру «S» зразу ж з'являється віконечко зі списком функцій, ім'я яких починаються з цієї літери, при натисканні на назву функції, рядом з'являється короткий опис функції, вибираємо функцію «SQRT», наводимо курсор на неї і два рази натискаємо ліву кнопку миші, потім наводимо курсор на комірку H3 і натискаємо ліву кнопку миші, далі набираємо «^2+330^2» на клавіатурі, потім обов'язково натиснути кнопку «Enter», при цьому в рядку формул має бути: «=H3/SQRT(H3^2+330^2)», а в комірці

з'явиться результат, дублюємо цю формулу до комірок Н4 та Н5 так, як описано в пункті 5.

7. В наступному стовпчику будуть значення періоду решітки, в комірку J2 заносимо літери «dm, мкм» - символ періоду та його розмірність, до комірки J3 заносимо формулу: $m\lambda/\sin\varphi$, при цьому в рядку формул має бути: «=E3*0,532/I3», на закінчення вводу формули не забуваємо натискати кнопку «Enter» та дублюємо її до комірок J3 і J4 як описано в пункті 5.

8. До комірки K2 вносимо літери «<d>, мкм» - символ середнього значення періоду решітки та його розмірність, в комірку K4 заносимо формулу: $(d_1 + d_2 + d_3)/3$, при цьому в ря-

дку формул буде: «=SUM(J3:J5)/3». (див. пункт 6 та не забуваємо натискати кнопку «Enter»).

9. Для розрахунків до другої таблиці необхідно знати період решітки, тому варто оцінити його невизначеність щоб правильно провести округлення отриманого значення. Для малих кутів дифракції при $x \ll F$, $\sin \varphi \cong X/F$, тоді період решітки можна знайти як $d \cong Fm\lambda/X$. Шукаємо невизначеність по типу В величин, що входять до цієї формули. До комірки A8 вносимо літери «U_B(λ), мкм» - невизначеність довжини світла та її розмірність. До комірки B8 вносимо формулу: $10^{-3}/2\sqrt{3}$, тоді в рядку формул буде: «=10^-3/2/SQRT(3)». До комірки A9 вносимо літери «U_B(x), мм» - невизначеність коор-

динати головного максимуму та його розмірність. До комірки B9 вносимо формулу: $1/2\sqrt{3}$, тоді в рядку формул буде: «=1/2/SQRT(3)». До комірки A10 вносимо літери «U_B(F), мм» - невизначеність фокусної відстані лінзи та її розмірність. До комірки B10 вносимо формулу: $1/2\sqrt{3}$, тоді в рядку формул буде: «=1/2/SQRT(3)». Невизначеність періоду решітки визначається по формулі (д16.3) (див. додаток 16), тому спочатку знайдемо її компоненти: до комірки A11 запишемо літери « $K = \frac{m\lambda}{x} u_B(F)$, мкм», а до комірки B11 – формулу, тоді в рядку формул (m=1) буде: «=B3/H3*B10», в комірці C11 порахуємо цю величину для m=3, в рядку формул будемо мати: «=3*B3/H5*B10»; до комірки A12

записуємо літери « $L = \frac{F \cdot m\lambda}{x^2} u_B(x)$, мкм», до комірки B12 – формулу, в рядку формул буде (m=1) «=B2*B3/H3^2*B9», в комірці C12 порахуємо цю величину для m=3, в рядку формул буде «=3*B2*B3/H5^2*B9»; до комірки A13 записуємо літери « $M = \frac{Fm}{x} u_B(\lambda)$, мкм», до комірки B13 – формулу, в рядку формул буде (m=1) «=B2/H3*B8», а в комірці C13 (m=3) – «=3*B2/G5*B8».

10. Знаходимо сумарну невизначеність періоду решітки: до комірки A14 заносимо літери « $u_B(d)$, мкм», до комірок B14 та C14 - формулу (д16.3) (див. додаток 16), в рядку формул відповідно буде: «=SQRT(B11^2+B12^2+B13^2)», «=SQRT(C11^2+C12^2+C13^2)»

11. Аналіз отриманих величин кожної складової невизначеності періоду решітки: найбільший вклад в невизначеність по типу В вносить величина d , котра в розрахунковій формулі знаходиться в знаменнику і має мале значення. Знаходимо розширену невизначеність періоду решітки, округлюємо її до двох значущих цифр і округлюємо середнє значення періоду решітки, а також записуємо до комірок A15, A16 літери – «d, мкм», «<d>, мкм»; до B15, C15 – значення періоду решітки для першого та третього максимуму – «13,52±0,60» та «13,10±0,18», до B16 – «13,22» - середнє значення періоду решітки.

12. Приступаємо до побудови другої таблиці. До комірки E8 вносимо літеру «m» - номер

головних максимумів, до комірок E9,E10,E11 – цифри 1, 2, 3 (ці рядки будуть вміщувати розрахунки для червоного світла), до комірок E12, E13, E14 – знову цифри 1, 2, 3 (такі ж розрахунки для синього світла).

13. В наступному стовпчику будуть координати головних максимумів, що знаходяться праворуч нульового, в комірку F8 заносимо літери «Xm, мм» - символ координати та її розмірність, в комірки F9 – F14 заносимо значення координати головних максимумів з таблиці даних.

14. В наступному стовпчику будуть координати головних максимумів, що знаходяться ліворуч нульового, в комірку G8 заносимо літе-

ри «X-m, мм» - символ координати та її розмірність, в комірці G9 - G14 заносимо значення координати головних максимумів з таблиці даних.

15. Середнє значення координати головних максимумів займатиме наступний стовпчик. До комірки H8 заносимо літери «<X>, мм» - символ координати та її розмірність, до комірки H9, вводимо формулу: $(X_m + X_{-m})/2$, при цьому в рядку формул має бути: «=(F9+G9)/2», та дублюємо її до наступних комірок H10 - H14 так як описано в пункті 5.

16. Наступний стовпчик міститиме значення синусів кутів, які розраховуються по тій же формулі, що і в першій таблиці, тому в комі-

рку I8 заносимо літери «sinφ», до комірки I9 - формулу, для цього наводимо курсор на комірку I3, натискаємо ліву кнопку миші, значок «копіювати», наводимо курсор на комірку I9, натискаємо ліву кнопку миші, значок «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити другу іконку під словом «вставлення», в рядку формул в цій комірці має бути така сама формула, але при цьому літерні позначення комірок не змінюються, а числові мають мати значення даного рядка, тобто 9, дублюємо формулу до решти комірок як описано в пункті 5.

17. В наступному стовпчику будуть значення довжини хвилі, в комірку J8 заносу літе-

ри « λ m, мкм» - символ довжини світла та його розмірність, до комірки J9 заносимо формулу: $d \sin \varphi / m$, при цьому в рядку формул має бути: «=I9*13,22/E9», на закінчення вводу формули не забуваємо натискати кнопку «Enter» та дублюємо її до комірок J10 – J14 як описано в пункті 5.

18. До комірки K8 вносимо літери « $\langle \lambda \rangle$, мкм» - символ середнього значення довжини хвилі та його розмірність, в комірку K10 заносимо формулу: $(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) / 3$, для червоного світла, при цьому в рядку формул буде: «=SUM(J9:J11)/3», а до комірки K13 – таку ж формулу, але для синього світла, тоді в рядку

формул буде: «=SUM(J12:J14)/3», (див. пункт 6 та не забуваємо натискати кнопку «Enter»).

19. Оцінимо невизначеність довжини червоного та синього світла по типу В, будемо вважати, що кути дифракції малі, тоді при $x \ll F$, $\sin \varphi \cong X/F$, а розрахункова формула для першого порядку ($m=1$) буде: $\lambda = x \cdot d / F$. Невизначеність довжини хвилі буде визначатись за формулою (д16.4) (див. додаток 10). Спочатку знайдемо її компоненти: до комірки A17 запишемо літери « $K1 = \frac{d}{F} u_B(x)$, мкм», а до комірки B17 – формулу, тоді в рядку формул ($m=1$) буде: «=B16/B2*B9», в комірці C17 порахуємо цю величину для синього світла, в рядку формул будемо мати: «=B16/B2*B9»; до комірки A18

записуємо літери « $L1 = \frac{xd}{F^2} u_B(F)$, мкм», до комірки B18 – формулу, в рядку формул буде (m=1) «=B16*N9/B2^2*B10», в комірни C18 розрахуємо цю величину для синього світла, в рядку формул буде «=B16*N12/B2^2*B10»; до комірки A19 записуємо літери « $M1 = \frac{x}{F} u_B(d)$, мкм», до комірки B19 – формулу, в рядку формул буде (m=1) «=N9/B2*B14», а в комірни C19 – для синього світла «=N12/B2*B14». До комірки A20 заносимо літери « $u_B(\lambda)$, мкм», до комірок B20 та C20 - сумарну невизначеність довжини хвилі червоного та синього світла - формула (д16.4), тоді в рядку формул для цих комірок буде: «=SQRT(B17^2+B18^2+B19^2)», або «=SQRT(SUMSQ(B17:B19)))»

«=SQRT(C17^2+C18^2+C19^2)», або
«=SQRT(SUMSQ(C17:C19)))».

20. Знаходимо розширену невизначеність довжини хвилі для червоного та синього світла, округлюємо її до двох значущих цифр і округлюємо середнє значення довжини хвилі, записуємо до комірок: A21 – « $u(\lambda)$, мкм», B21 і C21 – формули «=2*B20» та «=2*C20», до комірки A22 – « λ_c , мкм», B22 – «0,640±0,037», A23 - « λ_c , мкм», B23 – «0,400±0,029».

21. Додаємо назви таблиць та кольорів світла. До комірки F1 заносимо літери «таблиця 1», виділяємо комірки D3, D4, D5, натискаємо значок «об'єднати та розташувати в центрі», заносимо літери «зелений», натискаємо значок

«орієнтація», значок «повертати текст угору». До комірки F7 вносимо літери « таблиця 2». До об'єднаних комірок D9, D10, D11 – слово «червоний», а до об'єднаних комірок D12, D13, D14 – слово «синій».

22. Приступаємо до побудови таблиці 7.3. До комірки M1 вносимо назву таблиці – «таблиця 3».

23. До комірки L2 вносимо літеру «m» - номер головних максимумів, до комірок L3 – L5 - цифри 1,2,3.

24. Наступний стовпчик міститиме значення кутів для синього світла, до комірки M2 вносимо літери: «φс, рад», до комірки M3 – формулу: $\arcsin\phi$, в рядку формул буде:

«=ASIN(I12)» та дублюємо її до комірок M4, M5.

25. До наступного стовпчика вносимо значення кутів для зеленого світла, до комірки N2 вносимо літери: «φз, рад», до комірки N3 – формулу, в рядку формул буде – «=ASIN(I3)», та дублюємо її до наступних комірок.

26. Наступний стовпчик міститиме значення кутів для синього світла, до комірки O2 вносимо літери: «φч, рад», до комірки O3 – формулу, в рядку формул буде – «=ASIN(I9)», та дублюємо її до наступних комірок.

27. Наступний стовпчик міститиме значення різниці кутів зеленого та синього світла, до комірки P2 вносимо літери: «Δφз-с, рад», до

комірки P3 – формулу: $\varphi_3 - \varphi_5$, в рядку формул буде – «=N3-M3», та дублюємо її до наступних комірок.

28. Наступний стовпчик міститиме значення різниці кутів червоного та синього світла, до комірки Q2 заносимо літери: « $\Delta\varphi_3 - z$, рад», до комірки Q3 – формулу: $\varphi_4 - \varphi_3$, в рядку формул буде – «=O3-N3», та дублюємо її до наступних комірок.

29. Для визначення дисперсії необхідно порахувати різницю довжин хвиль синього та зеленого світла, а також різницю довжин хвиль червоного та зеленого світла. До комірки A5 заносимо літери « $\Delta\lambda_3 - c$, мкм», до комірки B5 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=B3-K13».

До комірки A6 заносимо літери « $\Delta\lambda_4 - z$, мкм», до комірки B6 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=K10-B3».

30. До стовпчика R заносимо значення дисперсії, що пораховані для синього та зеленого світла (формула 22). До комірки R2 записуємо літери « $D_3 - c, \text{мкм}^{-1}$ », до R3 – формулу: $\Delta\varphi / \Delta\lambda$, в рядку формул буде – «=P3/B5», до R4 – цю ж формулу, в рядку формул буде – «=P4/B5», і т.д.

31. До стовпчика S заносимо значення дисперсії, що пораховані для червоного та зеленого світла. До комірки S2 записуємо літери « $D_4 - z, \text{мкм}^{-1}$ », до S3 – формулу: $\Delta\varphi / \Delta\lambda$, в рядку формул буде – «=Q3/B6», до S4 – цю ж формулу, в рядку формул буде – «=Q4/B6», і т.д.

32. Наступний стовпчик міститиме середні значення дисперсії, до комірки T2 заносимо літери: «<D>, мкм⁻¹», до комірки T3 – формулу, в рядку формул буде – «=SUM(R3:S3)/2», та дублюємо її до наступних комірок.

33. Дисперсію також можемо порахувати за формулою (7.14) для кожної довжини світла: $D_{\varphi} = \frac{m}{d \cos \varphi}$. Тоді до комірки U2 записуємо літери : «Dс,мкм⁻¹», до U3 – цю формулу, в рядку формул буде для синього світла – «=L3/K4/COS(N3)», та дублюємо її до наступних комірок, при дублюванні автоматично змінюється номер кожної комірки, тому прийдесться повторно повернутися до кожної комірки U4, U5 та виправити номер K5(K6) на K4, (після

виправлення комірку покидаємо, натиснувши кнопку «Enter»).

34. Наступний стовпчик міститиме значення дисперсії для зеленого світла, до комірки V2 заносимо літери: «Dз,мкм⁻¹», до комірки V3 – формулу, в рядку формул буде – «=L3/K4/COS(M3)», та дублюємо її до наступних комірок. Знову виправляємо в комірках V4, V5 K5, K6 на K4.

35. Наступний стовпчик міститиме значення дисперсії для червоного світла, до комірки W2 заносимо літери: «Dч,мкм⁻¹», до комірки W3 – формулу, в рядку формул буде – «=L3/K4/COS(O3)», та дублюємо її до наступ-

них комірок та виправляємо в комірках W4, W5 в формулі K5, K6 на K4.

36. До комірки X2 вносимо літери «<Dт>,мкм^-1» - символ середнього значення дисперсії та його розмірність, в комірку X4 заносимо формулу: $(D_c + D_z + D_q)/3$, при цьому в рядку формул буде: «=SUM(U3:V3:W3)/3» та дублюємо її до наступних комірок.

37. Можемо визначити відносну похибку порівнявши два значення середньої дисперсії, які отримали різним шляхом. До комірки Y2 записуємо літери: «δ, %», до Y3 – формулу: $(D - D_t) * 100 / D_t$, в рядку формул буде – «=IMABS((T3-X3)*100/X3)», та дублюємо її до наступних комірок (див.табл.17.4).

Аналіз отриманих результатів (висновки)

1. Визначивши невизначеності періоду решітки для першого і третього максимумів можна замітити, що діапазони їх значень перекриваються, тому беремо середнє значення періоду та більшу невизначеність.

2. Отримані відносні невизначеності довжини хвилі для синього та червоного світла 6-7%, що свідчить про досить точні експериментальні дані.

3. Кутова дисперсія зростає зі збільшенням номера максимуму прямо пропорційно, а також зростає відносна похибка дисперсії, яку отримали за різними формулами. Також можна відмітити що дисперсія не залежить від довжини світла з точністю $\sigma_D = 10^{-3} \text{мкм}^{-1}$.

Таблиця 17.1

$\lambda_3 = 0,532 \text{ мкм}, F = 330 \text{ мм}$							
	m	$x_m, \text{ мм}$	$x_{-m}, \text{ мм}$	$\langle x \rangle, \text{ мм}$	$\sin \varphi$	$d_m, \text{ мкм}$	$\langle d \rangle, \text{ мкм}$
зелений	1	13	13	13	0,0394	13,515	13,22
	2	27	27	27	0,0815	13,048	
	3	41	40	40,5	0,1218	13,102	
Відповідь:				$d = \langle d \rangle \pm U(d)$		13,22±0,60	

Таблиця 17.2

$\langle d \rangle = 13,22 \text{ мкм}, F = 330 \text{ мм}$							
	m	$x_m, \text{ мм}$	$x_{-m}, \text{ мм}$	$\langle x \rangle, \text{ мм}$	$\sin \varphi$	$\lambda_m, \text{ мкм}$	$\langle \lambda \rangle, \text{ мкм}$
Червоний	1	16	16	16	0,0484	0,6403	0,6495
	2	32	33	32,5	0,0980	0,6480	
	3	50	50	50	0,1498	0,6601	
Відповідь:				$\lambda_{\text{ч}} = \langle \lambda \rangle \pm U(\lambda)$		640±0,037	
Синій	1	11	9	10	0,0303	0,4005	0,4053
	2	21	20	20,5	0,0620	0,4099	
	3	30	31	30,5	0,0920	0,4056	
Відповідь:				$\lambda_{\text{с}} = \langle \lambda \rangle \pm U(\lambda)$		0,400±0,029	

Таблица 17.3

$\Delta\lambda_{3-c} = 0,1257 \text{ мкм}, \quad \Delta\lambda_{ч-3} = 0,1175 \text{ мкм}$							
m	$\Phi_c,$ рад	$\Phi_3,$ рад	$\Phi_{ч},$ рад	$\Delta\Phi_{3-c},$ рад	$\Delta\Phi_{ч-3},$ рад	$D_{3-c},$ мкм ⁻¹	$D_{ч-3},$ мкм ⁻¹
1	0,0303	0,0394	0,0484	0,0091	0,0090	0,072	0,077
2	0,0620	0,0816	0,0980	0,0196	0,0164	0,156	0,140
3	0,0921	0,1221	0,1504	0,0300	0,0283	0,239	0,241

Таблиця 17.4. Розрахунок кутової дисперсії та її невизначеності

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1					таблиця 1													
2	F, мм	330		зелений	m	Xm, мм	X-m, мм	<X>, мм	sinφ	dm, мкм	<d>, мкм							
3	λз, мкм	0,532			1	13	13	13	0,03936	13,5151								
4					2	27	27	27	0,08155	13,0479	13,2217							
5	Δλз-с, мкм	0,126680			3	41	40	40,5	0,12181	13,102								
6	Δλз-ч, мкм	0,117485																
7		m=1	m=3		таблиця 2													
8	Uв(λ), мкм	0,00028868		синій червоний	m	Xm, мм	X-m, мм	<X>, мм	sinφ	λm, мкм	<λ>, мкм							
9	Uв(x), мм	0,28867513			1	16	16	16	0,04843	0,6403								
10	Uв(F), мм	0,28867513			2	32	33	32,5	0,09801	0,64793	0,64949							
11	K=mλ/x*Uв(F), мкм	0,01181347	0,01137594		3	50	50	50	0,14981	0,66023								
12	L=Fmλ/x^2*Uв(x), мкм	0,29988051	0,09269283		1	11	9	10	0,03029	0,40047								
13	M=Fm/x*Uв(λ), мкм	0,00732791	0,00714471		2	21	20	20,5	0,062	0,40988	0,40532							
14	Uв(d), мкм	0,30020256	0,0936612	3	30	31	30,5	0,09203	0,40561									
15	d, мкм	13,52±0,60	13,10±0,18															
16	<d>, мкм	13,22			таблиця 3													
17	K1=d/f*Uв(x), мкм	0,01156596	0,01156596		m	φс, рад	φс, рад	φс, рад	Δφз-с, рад	Δφч-з, рад	D з-с, мкм	D ч-з, мкм (D)	мкм ⁻¹	D с, мкм ⁻¹	D з, мкм ⁻¹	D ч, мкм ⁻¹	(D)т, мкм ⁻¹	δ, %
18	L1=x/d/F^2*Uв(F), мкм	0,00056077	0,00035048		1	0,03937	0,03029	0,04845	0,00908	0,00907	0,07168	0,07723	0,07445	0,07567	0,07569	0,07572	0,07569	1,64
19	M1=x/f*Uв(d), мкм	0,01455528	0,00909705		2	0,08164	0,06204	0,09817	0,01959	0,01653	0,15468	0,14071	0,14770	0,15156	0,15177	0,152	0,15178	2,69
20	Uв(λ), мкм	0,01859951	0,01471905		3	0,12212	0,09216	0,15037	0,02995	0,02825	0,23646	0,24050	0,23848	0,22787	0,2286	0,22949	0,22865	4,30
21	U(λ), мкм	0,037	0,029															
22		червоний	синій															
23	λ, мкм	0,640±0,037	0,400±0,029															
24	δλ, %	5,7	7,3															
25																		

Література

1. Скіцько І.Ф., Скіцько О.І. Фізика (Фізика для інженерів): Підручник /: - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017.-513с. - Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035>.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.2.-К.: „Техніка”, 2001.-452с.
3. Лопатинський Е.С., Зачек І. Р., Ільчук Г. А., Романишин Б.М. Фізика. Підручник. – Львів: Афіша, 2009.-386 с.
4. Скіцько І.Ф., Скіцько О.І. Обробка результатів фізичних вимірювань. навч. посіб./ - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 88 с. - Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/25320>.
5. E. M. Purcell, “Electricity and Magnetism,” 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1985.
6. Калашніков С.Г. Електрика. - Київ: «Радянська школа», 1964. - 630 с.
7. Черкашин В.П. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики для студентів усіх форм навчання: Частина 1. Електрика і магнетизм. – .:КПІ, 1992. – 57-64 с.
8. Черкашин В.П. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики для студентів усіх форм навчання: Частина 2. Електрика і магнетизм. – К.:КПІ, 1993. – 7-18 с.
9. Кучерук І.М., Горбачук І.І. Загальний курс фізики. Оптика. Квантова фізика.Том 3, §§3.1 – 3.4. - К: Техніка, 1999р.
10. Лисенко О.В.Фізика: Конспект лекцій – Суми: Вид-во СумДУ, 2010. – Ч.1. – 199 с.
11. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики : навчальний посібник, Книга 1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. 2 видання К. -Либідь 2001 - 448 с.
- 12.Скіцько І.Ф., Корнієнко Є.Г. Вивчення законів постійного струму на прикладах містка Уїтстона та компенсаційної схеми: Інстру-

кція до лабораторних робіт: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 60 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48715>

13. Бруква Н. М., Скіцько І. Ф. Вивчення електростатичного поля. Інструкція до лабораторної роботи. Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. — Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 45 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62362>

14. Скіцько І.Ф. Вивчення магнітних властивостей феромагнетика у змінних магнітних полях: Інструкція до лабораторної роботи: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 48 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55921>

15. Скіцько І.Ф. Вивчення руху електронів в електричному і магнітному полях: Інструкція до лабораторної роботи: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра.–Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 24 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55922>

16. Бруква Н. М., Скіцько І.Ф. Дослідження електричних згасаючих і вимушених коливань. Інструкція до лабораторної роботи.: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 69 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/65714>

17. Бруква Н. М., Скіцько І. Ф. Вивчення інтерференції світла за допомогою біпрізми Френеля. Інструкція до лабораторної роботи.: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 41 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62388>

18. Бруква Н. М., Скіцько І. Ф. Вивчення дифракційної решітки. Інструкція до лабораторної роботи.: Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 47 с. – <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/63481>